FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 19 settembre 2011

COGNOME ____________________ **NOME** ____________________________

NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 1 Una sbarra omogenea, di massa M e lunghezza L, è vincolata a ruotare senza attrito attorno ad un punto O che si trova ad una distanza L/4 dal suo centro. La sbarretta viene lasciata libera da ferma in posizione orizzontale.

1.1 Si calcoli la velocità angolare della sbarra quando passa per la verticale.

1.2 Si calcolino le componenti della velocità e dell'accelerazione del centro di massa della sbarra quando essa passa per la verticale, utilizzando un sistema di coordinate cartesiane in cui l'asse x è orizzontale e l'asse z è verticale e diretto verso l'alto.

1.3 Si calcoli la forza che il vincolo esercita sulla sbarra quando essa passa per la verticale.

1.4 Si calcoli il periodo delle piccole oscillazioni della sbarra se, invece di essere lasciata libera da ferma orizzontalmente, la sbarra viene fatta oscillare di un piccolo angolo attorno alla verticale.

Esercizio 2 Un solenoide, costruito con un filo di sezione $S = 1mm^2$ e resistività $\rho = 2x10^{-8}\Omega.m$, ha un'altezza $h = 50cm$. Il solenoide è percorso da una corrente continua in modo che la differenza di potenziale ai suoi capi sia $\Delta V = 10V$ e la potenza dissipata per effetto Joule $P = 500W$. All'interno del solenoide si misura un campo magnetico $B = 400G$.

2.1 Calcolare la corrente nel solenoide ed il raggio del solenoide stesso, ipotizzando – e verificando a posteriori – che tale raggio sia molto minore di h.

2.2 Calcolare la densità di corrente ed il campo elettrico all'interno del filo.

2.3 Calcolare la risultante della forza magnetica su una mezza spira [nota: quindi di forma semicircolare] del solenoide.

2.4 Calcolare il flusso del campo magnetico attraverso un quadrato circoscritto ad una spira del solenoide. [Notare che il quadrato: è perpendicolare all'asse del solenoide, ha lato pari al diametro del solenoide, è una superficie aperta] Trovare ed indicare chiaramente, tramite un disegno, una superficie S (connessa geometricamente) attraverso la quale il flusso del campo magnetico sia pari al doppio del flusso calcolato precedentemente.

FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 19 settembre 2011

RISPOSTE

Esercizio 1

1.1 Si conserva l'energia meccanica. Poniamo lo zero dell'energia potenziale quando la sbarra è orizzontale e calcoliamo il momento di inerzia per la rotazione attorno al punto O: $I_O = I_{cm} + M\left(\frac{L}{4}\right)^2 = \frac{ML^2}{12} + \frac{ML^2}{16} = \frac{7}{48}ML^2$.

$\Delta E = 0 = K_i + U_i - \left(K_f + U_f\right) = 0 + 0 - \left(\frac{1}{2}I_O\omega_f^2 - Mg\frac{L}{4}\right)$ da cui

$\omega_f = \sqrt{\frac{24}{7}\frac{g}{L}}$.

1.2 $\vec{V}_{cm} = \omega_f \frac{L}{4}\hat{x} = \left(\sqrt{\frac{3}{14}gL},\quad 0,\quad 0\right)$

$\vec{a}_{cm} = \omega_f^2 \frac{L}{4}\hat{z} = \left(0,\quad 0,\quad \frac{6}{7}g\right)$

1.3 $\vec{F}_{vincolo} + M\vec{g} = M\vec{a}_{cm} \Rightarrow \vec{F}_{vincolo} = M\vec{a}_{cm} - M\vec{g} = \left(0,\quad 0,\quad \frac{13}{7}Mg\right)$

1.4 Applichiamo la II equazione cardinale proiettata sulla'asse di rotazione (asse y) per angoli piccoli (θ) rispetto alla posizione di equilibrio verticale:

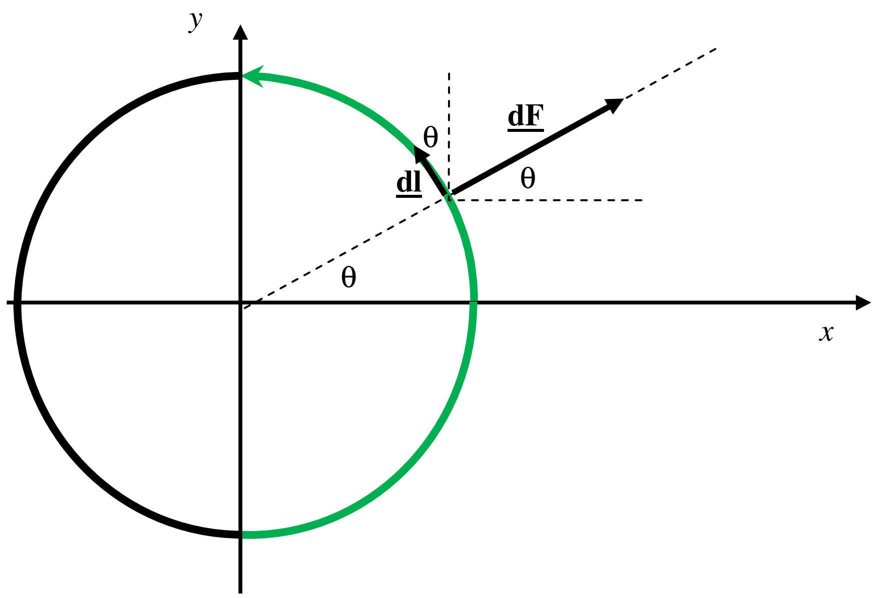
$I_O\ddot{\vartheta} = -Mg\frac{L}{4}\sin\vartheta \approx -Mg\frac{L}{4}\vartheta$ da cui $\ddot{\vartheta} + \frac{12}{7}\frac{g}{L}\vartheta = 0$ ed il periodo delle piccole oscillazioni è $\pi\sqrt{\frac{7}{3}\frac{L}{g}}$.

Esercizio 2

2.1 La corrente vale $I = \frac{P}{\Delta V} = 50A$. Per calcolare il raggio del solenoide, notiamo che la resistenza del solenoide vale $R = \frac{\Delta V^2}{P} = 0.2\Omega$ e che la lunghezza totale del filo è $\ell = R\frac{S}{\rho} = 10m$. Poichè il numero di spire di cui esso è composto verifica $B = \mu_o \frac{N}{h} I \Rightarrow N = \frac{Bh}{\mu_o I}$ ed anche $2\pi r N = \ell$, si ha $r = \frac{\ell}{2\pi N} = \frac{\mu_o I \ell}{2\pi h B} = 5mm.$

2.2 $\left|\vec{J}\right| = \frac{I}{S} = 5x10^7 \frac{A}{m^2}$, $\left|\vec{E}\right| = \rho\left|\vec{J}\right| = 1\frac{V}{m}$. Nota: in modo alternativo il campo elettrico si può anche calcolare $\left|\vec{E}\right| = \frac{\Delta V}{\ell} = 1\frac{V}{m}$.

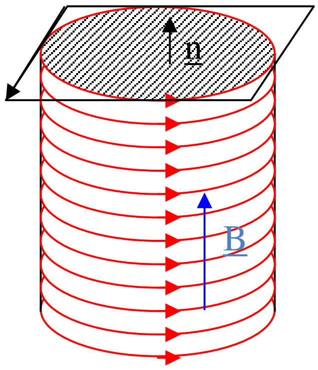
2.3 Definiamo un sistema di coordinate cartesiane con l'asse *z* diretto come il campo magnetico, l'asse *y* come il diametro della mezza spira (in verde in figura) e l'asse *x* perpendicolare agli altri due.



Su un piccolo tratto di filo la forza vale: $d\vec{F} = Id\vec{l} \wedge \vec{B}_{medio} = \frac{I}{2} d\vec{l} \wedge \vec{B}$ e $\left|d\vec{F}\right| = \frac{I}{2}\left|d\vec{l}\right| B$. Integrando sulla mezza spira la componente *y* si annulla, mentre per la componente *x* si ha: $dF_x = \frac{I}{2}\left|d\vec{l}\right| B\cos\vartheta = \frac{I}{2} Bdy$ e quindi

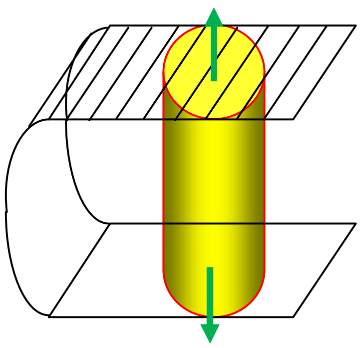
$$F_x = \int dF_x = \int_{-r}^{r} \frac{I}{2} B dy = rIB = 0.01N$$

2.4 Il quadrato, in figura, è attraversato dal campo magnetico solo nel cerchio che vi è iscritto.



Consegue che il flusso richiesto è $\int_{Quadrato} \vec{B} \bullet d\vec{A} = \vec{B} \bullet \hat{n} \pi r^2 = \pi r^2 B = 3.14x10^{-6} V.s$.

Per ottenere un flusso doppio del precedente occorre che la superficie attraversi il solenoide due volte, ed in modo che la normale alla superficie all'interno del solenoide sia sempre parallela al campo magnetico.



La superficie qui sopra NON va bene, mentre va bene quella sotto: notare infatti il verso della normale (in verde).