INGEGNERIA ELETTRONICA e delle TELECOMUNICAZIONI

FISICA GENERALE 1 - Prova scritta del **25 luglio 2011**

COGNOME ____________________ **NOME** ____________________________

NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 1 Una molla, di costante elastica $k = 200N/m$ e lunghezza a riposo $\ell_o = 20cm$, ha un'estremità fissata nell'origine di un asse x orizzontale. All'altro estremo è fissata una massa $M = 5kg$, vincolata a muoversi nella regione positiva dell'asse x. Al tempo $t = 0$ la molla è compressa completamente, la massa è ferma e viene lasciata libera di muoversi.

1.1 Si calcoli la posizione $x(t)$ della massa in funzione del tempo nell'ipotesi in cui non vi siano attriti.

1.2 Nell'ipotesi in cui vi sia attrito statico, si calcoli il limite sul suo coefficiente in modo che la massa possa mettersi in movimento al tempo $t = 0$.

1.3 Nell'ipotesi in cui vi sia attrito dinamico con coefficiente $\mu_D=0.2$, si calcoli la massima ascissa raggiunta dalla massa (x_{max}) ed i limiti sul coefficiente di attrito statico per cui la massa resta ferma in x_{max}.

1.4 Nell'ipotesi in cui vi sia attrito dinamico con coefficiente $\mu_D=0.2$, si calcoli $x(t)$ da $t = 0$ fino al tempo impiegato dalla massa per raggiungere la posizione x_{max}.

Esercizio 2 Sul piano xy di un sistema di coordinate Oxyz si trova un anello circolare, uniformente caricato con una densità di carica λ, di centro O e raggio a, che ruota con una velocità angolare costante ω attorno all'asse z.

2.1 Calcolare il <u>potenziale</u> V ed il <u>campo elettrico</u> $\vec{E} = (E_x, \quad E_y, \quad E_z)$ in un punto $P = (0, \quad 0, \quad z)$ dell'asse z, ponendo $V(\infty) = 0$.

2.2 Calcolare il <u>campo magnetico</u> $\vec{B} = (B_x, \quad B_y, \quad B_z)$ nel punto P.

2.3 Calcolare la <u>forza totale</u> su una carica q che si trovi nel punto P con velocità $\vec{V}_o = (V_o, \quad 0, \quad 0)$.

2.4 Sia A un punto posto sull'asse z a distanza molto grande, praticamente infinita, da O. Dire quale integrale fra $\int_O^A \vec{E} \bullet d\vec{l}$ e $\int_O^A \vec{B} \bullet d\vec{l}$ <u>dipende dal percorso</u> scelto. <u>Si calcoli</u> il valore dell'integrale che non dipende dal percorso; e <u>si calcoli</u> l'altro integrale su due percorsi che forniscono risultati differenti. [Nota: con opportune considerazioni è possibile evitare calcoli di ulteriori integrali indefiniti]

INGEGNERIA ELETTRONICA e delle TELECOMUNICAZIONI

FISICA GENERALE 1 - Prova scritta del 25 luglio 2011

RISPOSTE

Esercizio 1

1.1 L'equazione del moto e le condizioni al contorno sono $\begin{cases} M\ddot{x} = -k(x-\ell_o) \\ x(0) = 0 \\ \dot{x}(0) = 0 \end{cases}$ da cui

$$x(t) = \ell_o\left(1-\cos\sqrt{\frac{k}{M}}t\right)$$

1.2 La massa si mette in moto se $\mu_S < \frac{k\ell_o}{Mg} = 0.82$.

1.3 La massima distanza si raggiunge quando la velocità è nulla. Scrivendo che la variazione di energia meccanica è pari al lavoro della forza di attrito, l'unica non non conservativa, si ha $\frac{k(x_{\max}-\ell_o)^2}{2} - \frac{k\ell_o^2}{2} = -\mu_D Mgx_{\max}$, da cui

$x_{\max} = 2\ell_o - 2\mu_D\frac{Mg}{k} = 30.2cm$. La massa resta ferma in x_{max} se

$k|x_{\max}-\ell_o| < \mu_S Mg$ => $\mu_S > \frac{k\ell_o}{Mg}\left|1-\frac{2\mu_D Mg}{k\ell_o}\right| = 0.42$; resta valido quando trovato in 1.2 per cui dovrà anche continuare a valere $\mu_S < \frac{k\ell_o}{Mg} = 0.82$.

1.4 L'equazione del moto e le condizioni al contorno adesso sono

$\begin{cases} M\ddot{x} = -k(x-\ell_o) - \mu_D Mg \\ x(0) = 0 \\ \dot{x}(0) = 0 \end{cases}$ da cui $x(t) = \left(\ell_o - \frac{\mu_D Mg}{k}\right)\left(1-\cos\sqrt{\frac{k}{M}}t\right)$ fino al tempo $t = \pi\sqrt{\frac{M}{k}}$.

Esercizio 2

.

2.1 Tutti i punti dell'anello sono a distanza da P, per cui

$V = \frac{(carica)}{4\pi\varepsilon_o\sqrt{a^2+z^2}} = \frac{\lambda a}{2\varepsilon_o\sqrt{a^2+z^2}}$. Sull'asse z il campo elettrico ha solo componente z, che si può ottenere integrando i contributi di ogni elemento dell'anello, oppure anche: $E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = \frac{\lambda a}{2\varepsilon_o} \frac{z}{(a^2+z^2)^{3/2}}$.

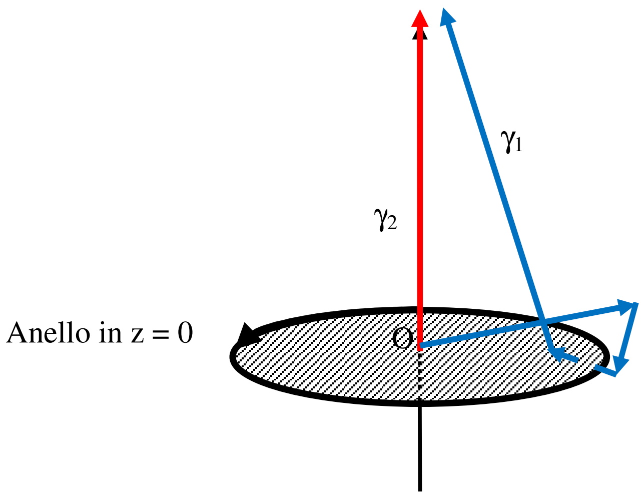
2.2 L'anello ruotante genera un campo magnetico uguale a quello di una spira circolare percorsa da una corrente $I_S = \lambda a \omega$. L'unica componente non nulla del campo di induzione magnetica nel punto P e' quella assiale:

$$B_z = \frac{\mu_o a^2 I_S}{2(a^2+z^2)^{3/2}} = \frac{\mu_o \lambda a^3 \omega}{2(a^2+z^2)^{3/2}} .$$

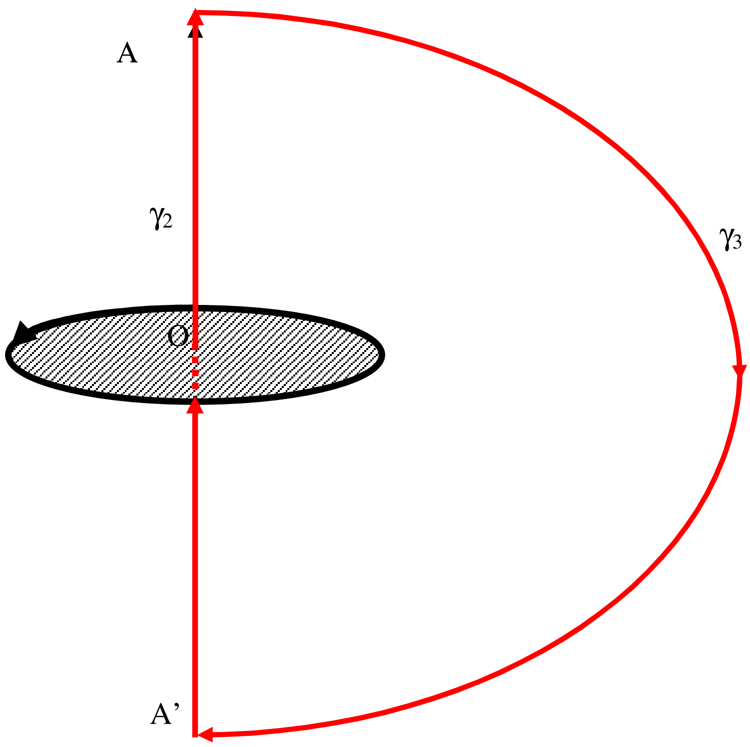
2.3 $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{V}_o \wedge \vec{B}) = (0, \quad -qV_o B_z, \quad qE_z) = \left(0, \quad \frac{-q\mu_o \lambda a^3 \omega V_o}{2(a^2+z^2)^{3/2}}, \quad \frac{q\lambda a z}{2\varepsilon_o (a^2+z^2)^{3/2}}\right)$

2.4 $\int_O^A \vec{E} \bullet d\vec{l}$ non dipende dal percorso, diversamente da $\int_O^A \vec{B} \bullet d\vec{l}$. Utilizzando il potenziale elettrico, calcolato in 2.1: $\int_O^A \vec{E} \bullet d\vec{l} = V(0) - V(\infty) = \frac{\lambda}{2\varepsilon_o}$.

$\int_O^A \vec{B} \bullet d\vec{l}$ assume valori diversi a seconda del percorso: due esempi sono il percorso **blu (γ_1)** ed il percorso **rosso (γ_2)** per i quali vale $\int_{\gamma_1} \vec{B} \bullet d\vec{l} = \int_{\gamma_2} \vec{B} \bullet d\vec{l} + \mu_o I_S$.



Possiamo calcolare $\int_{\gamma_2} \vec{B} \bullet d\vec{l}$ notando che $\int_{\gamma_2} \vec{B} \bullet d\vec{l} = \int_0^{\infty} B_z dz = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} B_z dz$ ed osservando che la circuitazione sulla linea rossa nella figura seguente vale



$$\mu_o I_S = \int_{\gamma_3} \vec{B} \bullet d\vec{l} + \int_{-\infty}^{\infty} B_z dz = \int_{-\infty}^{\infty} B_z dz$$ perchè $\int_{\gamma_3} \vec{B} \bullet d\vec{l} \to 0$ quando i punti A e A' tendono all'infinito. Allora $\int_{\gamma_2} \vec{B} \bullet d\vec{l} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} B_z dz = \frac{\mu_o I_S}{2}$ e

$$\int_{\gamma_1} \vec{B} \bullet d\vec{l} = \frac{3\mu_o I_S}{2}.$$