

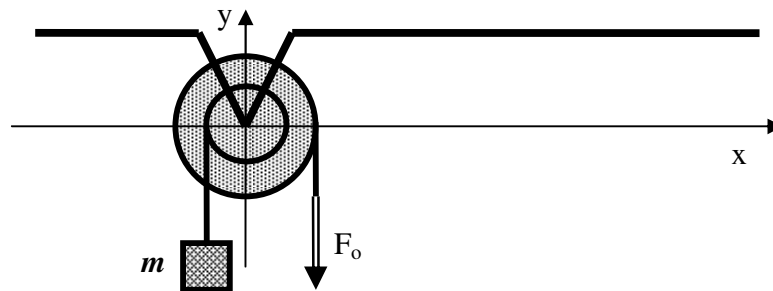
INGEGNERIA ELETTRONICA e delle TELECOMUNICAZIONI
FISICA GENERALE 1 - Prova scritta del 27 giugno 2011

COGNOME _____ NOME _____

NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 1 Una carrucola, di massa trascurabile, composta da due cilindri coassiali saldati, può ruotare senza attrito attorno al suo asse dove si pone l'origine di un sistema di coordinate Oxyz. Attorno al cilindro di raggio r è avvolta una fune inestensibile cui è appeso un blocco di massa m , attorno cilindro di raggio R ($R > r$) è avvolta una seconda fune tirata verticalmente verso il basso con una forza \vec{F}_o come in figura.

- 1.1 Si calcoli \vec{F}_o in modo da tenere in equilibrio il sistema.
- 1.2 Si calcoli l'accelerazione del blocco se si applica una forza \vec{F}_o pari a 3/2 di quella calcolata nella domanda 1.1.
- 1.3 Nell'ipotesi della domanda 1.2 si calcolino le componenti (x e y) della forza che l'asse di rotazione esercita sulla carrucola.
- 1.4 Nell'ipotesi della domanda 1.2, e supponendo che al tempo $t = 0$ il blocco abbia velocità nulla, si calcoli la potenza sviluppata dalla forza \vec{F}_o in funzione di t .



Esercizio 2 In un circuito RC la resistenza è cilindrica, di lunghezza $\ell = 1.256\text{cm}$ e raggio $r = 1\text{mm}$, composta da un materiale con $n = 10^{13}\text{e}^-/\text{cm}^3$ e di mobilità $\mu = 500\text{cm}^2/\text{V.s}$; il condensatore è piano di area $A = 8\text{cm}^2$ e distanza $d = 0.885\text{mm}$. Al tempo $t = 0$ il condensatore è scarico: si chiude il circuito su una pila che eroga una tensione $V_o = 10\text{V}$ fino al tempo t_1 , quando si stacca la pila e si chiude il condensatore sulla resistenza iniziando così il processo di scarica.

- 2.1 Si calcolino la resistenza, la capacità e la costante tempo ($\tau = RC$) del circuito.
- 2.2 Si calcolino la carica sul condensatore e la corrente nel circuito per $0 < t < t_1 = \tau$.
- 2.3 Si calcoli il rapporto fra la potenza dissipata nella resistenza e la potenza erogata dal generatore per $0 < t < t_1 = \tau$.
- 2.4 Si calcolino la carica sul condensatore e la corrente nel circuito per $\tau = t_1 < t < \infty$ e si costruisca il grafico delle due quantità per $0 < t < \infty$.

INGEGNERIA ELETTRONICA e delle TELECOMUNICAZIONI
FISICA GENERALE 1 - Prova scritta del 27 giugno 2011
RISPOSTE

Esercizio 1

1.1 Per tenere in equilibrio il sistema $\vec{F}_o = \left(0, -mg \frac{r}{R}, 0 \right)$.

1.2 Da qui in poi si ponga $|\vec{F}_o| = \frac{3}{2} mg \frac{r}{R}$ e si chiami \vec{T} la tensione della fune in prossimità del blocco. Scrivendo la I equazione cardinale sul blocco (proiezione sull'asse y) e la II equazione cardinale sulla carrucola (sull'asse di rotazione), ricordando che il momento della carrucola è nullo, si ottiene il sistema:

$$\begin{cases} T - mg = mA \\ |\vec{F}_o| R - Tr = 0, \text{ da cui si ricava } A = \frac{g}{2} \end{cases}$$

1.3 Dalla domanda precedente si trova $|\vec{T}| = \frac{3}{2} mg$ e indichiamo con \vec{F} la forza che l'asse di rotazione esercita sulla carrucola. Applichiamo alla carrucola la I equazione cardinale $\vec{F}_o + \vec{F} + \vec{T} = \vec{0}$, da cui $\vec{F} = \left(0, \frac{3}{2} mg \left(1 + \frac{r}{R} \right), 0 \right)$.

1.4 La velocità del blocco vale $V_y = At = \frac{g}{2} t$, mentre quella del punto di applicazione della forza $|\vec{F}_o|$ vale $V_{0y} = V_y \frac{R}{r} = \frac{g}{2} \frac{R}{r} t$. Quindi la potenza richiesta è

$$P_o = \vec{V}_o \cdot \vec{F}_o = \frac{3}{4} mg^2 t.$$

Esercizio 2

2.1 $R = \frac{1}{n|q_e| \mu \pi r^2} \ell = 50 k\Omega$, $C = \epsilon_o \frac{A}{d} = 8 pF$, $\tau = RC = 0.4 \mu s$.

2.2 $Q(t) = CV_o \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$, $I(t) = \dot{Q}(t) = \frac{V_o}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{CV_o}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$.

2.3 La potenza dissipata nella resistenza è $P_{diss} = RI^2 = \frac{V_o^2}{R} e^{-\frac{2t}{\tau}}$, mentre quella erogata dal generatore vale $P_{gen} = V_o I = \frac{V_o^2}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$. Il rapporto richiesto è quindi $\frac{P_{diss}}{P_{gen}} = e^{-\frac{t}{\tau}}$: si noti che esso è il 100% all'inizio del processo di carica, per poi diminuire esponenzialmente.

2.4 Si nota che $Q_1 \equiv Q(t_1) = CV_o(1 - e^{-1}) = 5.06 pC$. Per $t > t_1$ si ha

$$Q(t) = Q_1 e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} = CV_o \left(1 - \frac{1}{e}\right) e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} \quad e$$

$I(t) = \dot{Q}(t) = -\frac{V_o}{R} \left(1 - \frac{1}{e}\right) e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} = -\frac{Q_1}{\tau} e^{-\frac{t-t_1}{\tau}}$. Combinando le espressioni delle domande 2.2 e 2.4 si costruisce il grafico che segue.

