FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA parziale del 3 giugno 2011

COGNOME ____________________ **NOME** ____________________________

NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 2 Si consideri un cilindro di raggio a, altezza infinita ed asse coincidente con l'asse z di un sistema di coordinate. Il cilindro è riempito con una densità di carica di volume uniforme ρ_o in moto lungo l'asse z con velocità uniforme e costante di modulo V_o.

2.1 Dimostrare, utilizzando considerazioni di simmetria, che il campo elettrico ha solo componente radiale (E_r). Calcolare E_r in ogni punto dello spazio e riportarlo in un grafico in funzione di r (distanza dall'asse z).

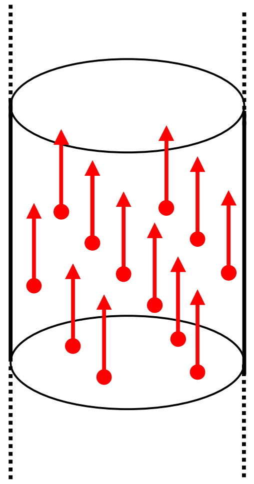
2.2 Dimostrare, utilizzando considerazioni di simmetria, che il campo magnetico ha solo componente tangenziale (B_ϑ). Calcolare B_ϑ in ogni punto dello spazio e riportarlo in un grafico in funzione di r (distanza dall'asse z).

2.3 Si posiziona poi una spira quadrata ABCD in cui scorre una corrente costante i_s nel verso ABCDA. I vertici della spira, in un sistema di coordinate Oxyz in cui l'asse z coincide con quello del cilindro carico, si trovano nei punti A=(0,2a, 0), B=(0,4a, 0), C=(0,4a, 2a), D=(0,2a, 2a). Dimostrare che la forza magnetica sul lato AB è uguale ed opposta a quella sul lato CD, e calcolare la forza magnetica totale sulla spira.

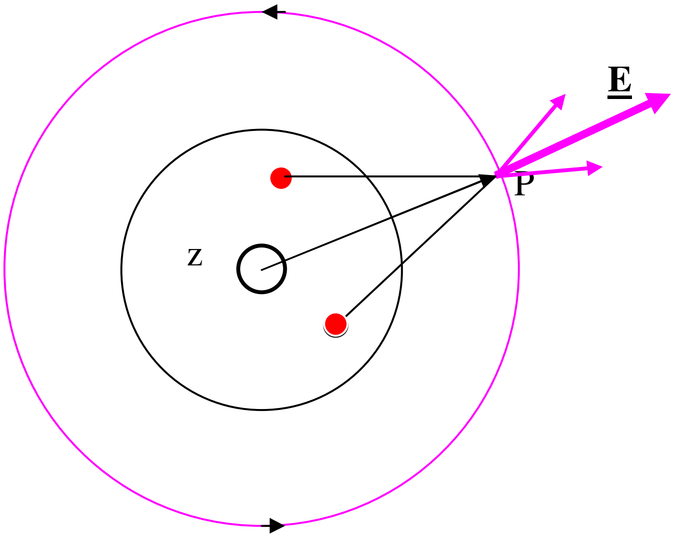
2.4 [difficile] Calcolare la forza magnetica sul lato AB. Trovare, per quanto possibile, i modi in cui si potrebbe posizionare la spira in modo che la risultante delle forze magnetiche sulla spira stessa generate dal moto delle cariche nel cilindro sia nulla. [Nota: nulla si chiede riguardo al momento delle forze magnetiche sulla spira]

FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA parziale del 3 giugno 2010
RISPOSTE

Esercizio 2
2.1 La direzione del campo elettrico in un punto P si può determinare notando che la il campo elettrico generato da due cariche in posizione simmtrica rispetto alla congiungente del punto P all'asse z (vedi figura) è radiale. Quindi $E_r \neq 0,\ E_z = 0,\ E_\vartheta = 0$.

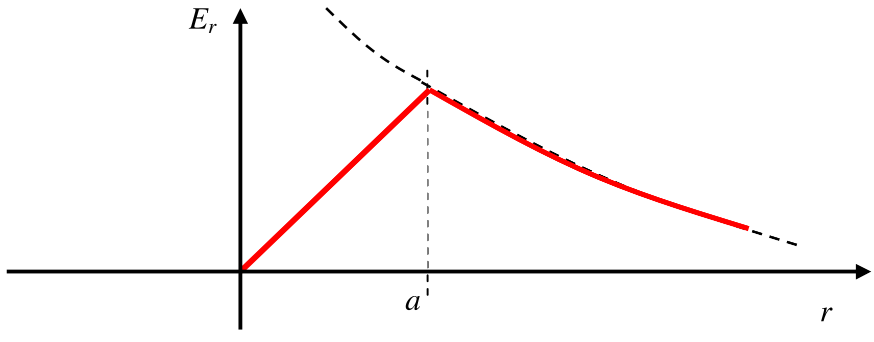


Vista in prospettiva

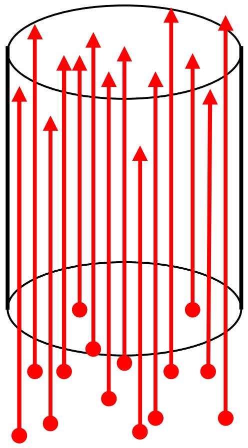


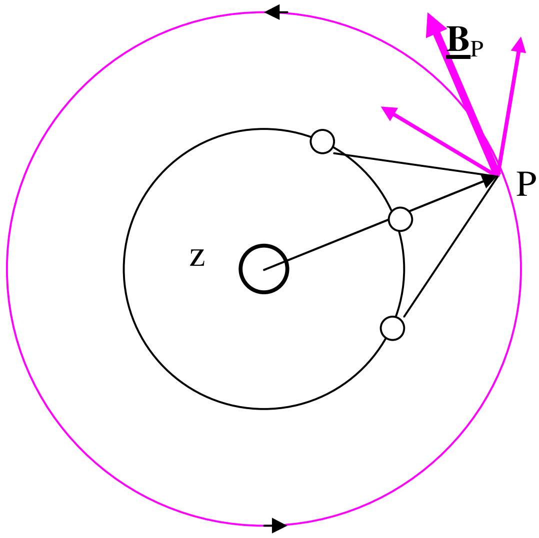
Vista nel piano xy

Applicando la legge di Gauss si trova: $E_r = \begin{cases} \dfrac{\rho_0 r}{2\varepsilon_0} & r < a \\ \dfrac{\rho_0 a^2}{2\varepsilon_0 r} & r > a \end{cases}$

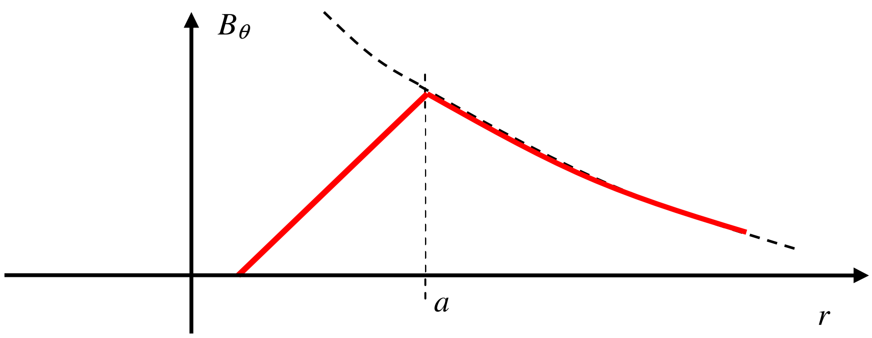


2.2 All'interno del cilindro è presente una densità di corrente uniforme $J_z = \rho_o V_o$, che si può suddividere in tanti fili rettilinei di sezione infinitesima percorsi da corrente. La direzione del campo magnetico in un punto P si può determinare notando che la il campo magnetico generato da due fili in posizione simmtrica rispetto alla congiungente del punto P all'asse z (vedi figura) è tangenziale, quindi $B_r = 0,\ B_z = 0,\ B_\vartheta \neq 0$.

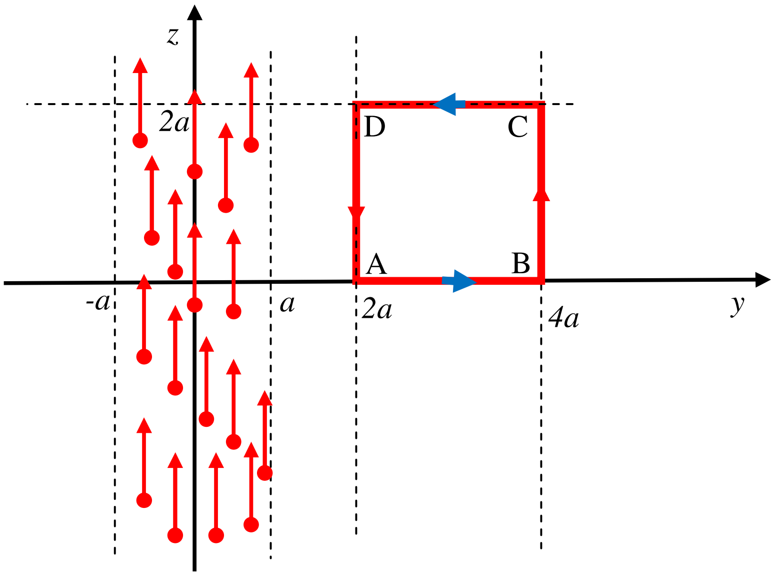




Applicando la legge di Ampère si trova: $$B_\vartheta = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 \rho_0 V_0 r}{2} & r < a \\ \dfrac{\mu_0 \rho_0 V_0 a^2}{2r} & r > a \end{cases}$$



2.3 La spira si trova nel piano yz, come nel disegno che segue, in cui l'asse x è perpendicolare ed uscente dal piano del foglio



Nel piano yz il campo magnetico ha solo componente x e dipende solo da y; in questo piano il risultato precedente si puo' scrivere: $B_x = \begin{cases} -\dfrac{\mu_0 \rho_0 V_0 y}{2} & |y| < a \\ -\dfrac{\mu_0 \rho_0 V_0 a^2}{2y} & |y| > a \end{cases}$.

Si nota che sui due piccoli segmenti (in blu nel disegno) il campo magnetico è identico, quindi le forze magnetiche sono uguali ed opposte: di conseguenza anche la forza totale sul lato AB è opposta a quella sul lato CD.

Le forze sugli altri due lati si calcolano con la I legge di Laplace:

$$\vec{F}_{BC} = i_s \overrightarrow{BC} \wedge \vec{B}(4a) = \begin{pmatrix} 0, & -\dfrac{\mu_o \rho_o a^2 i_s V_o}{4}, & 0 \end{pmatrix} \quad \text{attrattiva}$$

$$\vec{F}_{AD} = i_s \overrightarrow{DA} \wedge \vec{B}(2a) = \begin{pmatrix} 0, & +\dfrac{\mu_o \rho_o a^2 i_s V_o}{2}, & 0 \end{pmatrix} \quad \text{repulsiva}$$

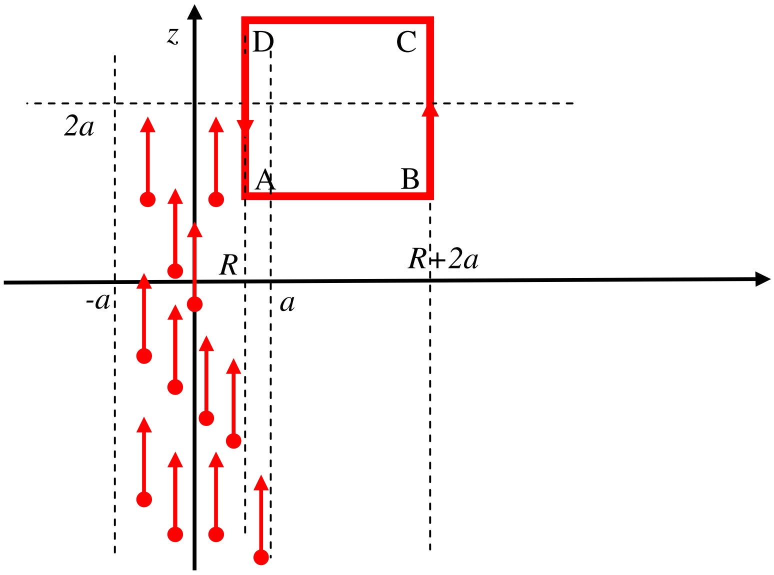
e la risultante è $\sum \vec{F} = \begin{pmatrix} 0, & +\dfrac{\mu_o \rho_o a^2 i_s V_o}{4}, & 0 \end{pmatrix}$ repulsiva.

2.4 La forza infinitesima su un tratto (come quello in blu della figura precedente) posto fra y e $y+dy$ del segmento AB è diretta lungo z e vale:

$$dF_z = i_s dy \frac{\mu_o \rho_o a^2 V_o}{2y}.$$

Integrando si ottiene $F_z = \int_{2a}^{4a} i_s dy \dfrac{\mu_o \rho_o a^2 V_o}{2y} = i_s \dfrac{\mu_o \rho_o a^2 V_o}{2} \ln 2$.

Vi sono più modi di posizionare la spira in modo che la somma delle forze sia nulla. Un possibile modo e' inserire la spira con il lato AD parallelo all'asse z ed a distanza R ($R < a$) da esso, come in figura.



La somma delle forze è zero se $R = a\left(\sqrt{2} - 1\right)$. La somma delle forze è ancorsa zero se si ruota la spira di 180 gradi, scambiando i lati BC e AD.

Un altra situazione in cui la somma delle forze è zero si ottiene ponendo la spira con il suo centro sull'asse z e ad esso perpendicolare.