

**FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e
TELECOMUNICAZIONI
Prima PROVA SCRITTA parziale del 24 maggio 2011**

COGNOME _____ **NOME** _____

NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 1 Un'asta di legno rigida, omogenea, di massa $M = 6\text{kg}$ e lunghezza $L = 2\text{m}$ è appesa ad una sua estremità, attorno alla quale è vincolata a ruotare. Tutti gli attriti sono trascurabili. Al tempo $t = 0$ la sbarra è ferma nella sua posizione di equilibrio stabile; nello stesso istante un proiettile di massa $m = 20\text{g}$, con una velocità di modulo

$V_o = 20\text{m/s}$ e perpendicolare alla sbarra stessa, raggiunge il punto centrale della sbarra, dove si conficca in un tempo molto breve. La sbarra, con inglobato il proiettile, comincia ad oscillare. Si consideri come sistema quello composto dalla sbarra e dal proiettile.

- 1.1** Si dica quali delle seguenti quantità del sistema si conservano durante l'urto [NB: fra l'istante immediatamente precedente e quello immediatamente successivo all'urto]: energia meccanica, energia cinetica, quantità di moto, momento angolare rispetto all'asse di rotazione della sbarra. Si calcoli la velocità angolare della sbarra subito dopo l'urto.
- 1.2** Si calcoli, fra l'istante immediatamente precedente e quello immediatamente successivo all'urto, la variazione delle grandezze fisiche elencate nella domanda precedente. Si dica quali forze sono responsabili di ogni variazione non nulla.
- 1.3** Si calcoli l'angolo massimo, rispetto alla verticale, raggiunto dalla sbarra (con inglobato il proiettile) nelle sue successive oscillazioni. Si dica se il moto della sbarra è: i) con accelerazione angolare costante ii) con velocità angolare costante iii) periodico ma non approssimabile con un moto armonico iv) periodico e approssimabile con un moto armonico v) nessuno dei precedenti.
- 1.4** Si calcoli il modulo, la direzione ed il verso della forza esercitata dall'asse di rotazione sulla sbarra nei due diversi istanti: a) subito dopo l'urto b) quando la sbarra si trova all'angolo massimo rispetto alla verticale.

**FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e
TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 24 maggio 2011
RISPOSTE**

Esercizio 1

- 1.1** Durante l'urto si conserva solo il momento angolare rispetto all'asse di rotazione della sbarra, perchè le forze esterne (gravità, tensione della fune) hanno un momento nullo. Questa legge di conservazione si scrive

$$mV_o \frac{L}{2} = \left(\frac{ML^2}{3} + m \left(\frac{L}{2} \right)^2 \right) \omega \quad \text{da cui si ottiene la velocità angolare della}$$

sbarra subito dopo l'urto:
$$\omega = \frac{mV_o}{2L \left(\frac{M}{3} + \frac{m}{4} \right)} = 0.05 \text{ rad / s}$$

- 1.2** Durante l'urto si produce una variazione di energia meccanica pari a quella di energia cinetica:

$$\Delta E = \Delta K = \frac{1}{2} \left(\frac{m}{4} + \frac{M}{3} \right) L^2 \omega^2 - \frac{1}{2} m V_o^2 = - \frac{m M V_o^2}{6 \left(\frac{m}{4} + \frac{M}{3} \right)} = -3.99 J$$

Questa variazione è causata dalle forze anelastiche fra proiettile e sbarra durante l'urto, forze interne al sistema.

Si produce una variazione di quantità di moto che è puramente orizzontale, in quanto la velocità del centro di massa del sistema, subito dopo l'urto, è anch'essa orizzontale:

$$\begin{aligned} \Delta P_{orizz} &= (m + M) V_{cm} - m V_o = (m + M) \omega \frac{L}{2} - m V_o = \\ &= \frac{-m M V_o}{4M + 3m} = -0.098 \text{ kg.m / s} \quad (\text{direzione positiva come la velocità} \end{aligned}$$

iniziale del proiettile). Questa variazione è dovuta alla forza vincolare esercitata dall'asse di rotazione, esterna al sistema.

- 1.3** Nelle successive oscillazioni si conserva l'energia meccanica e si ottiene

$$\frac{1}{2} \left(\frac{m}{4} + \frac{M}{3} \right) L^2 \omega^2 = (M + m) g \frac{L}{2} (1 - \cos \vartheta_{\max}) \quad \text{da cui si ricava}$$

$$1 - \cos \vartheta_{\max} = \frac{m^2}{4\left(\frac{m}{4} + \frac{M}{3}\right)(M + m)} \frac{V_o^2}{gL} = 1.67 \times 10^{-4} \quad e$$

$$\sin \vartheta_{\max} \approx \vartheta_{\max} \approx 0.018 \ll 1$$

Il moto della sbarra è (iv) periodico e approssimabile con un moto armonico, in quanto le oscillazioni sono piccole.

1.4 La forza esercitata dall'asse di rotazione sulla sbarra (\vec{T}), sommata all'unica altra forza esterna agente (la forza di gravità) è pari alla massa totale per l'accelerazione del centro di massa.

Nel caso (a), subito dopo che l'urto è avvenuto, questi vettori sono verticali, e la forza richiesta è anch'essa verticale; proiettando su un asse verticale diretto verso

$$\text{l'alto: } T_{\text{vert}} - (m + M)g = (m + M)\omega^2 \frac{L}{2} \quad e \quad \text{quindi}$$

$$T_{\text{vert}} = (m + M) \left(g + \omega^2 \frac{L}{2} \right) = 59.1N$$

Nel caso (b), quando la sbarra si trova all'angolo massimo rispetto alla verticale, l'accelerazione del centro di massa ha modulo pari all'accelerazione angolare per $L/2$, ed è perpendicolare alla sbarra. Poichè l'accelerazione angolare si ottiene dividendo momento delle forze per il momento di inerzia:

$$\alpha = \frac{(M + m)g \frac{L}{2} \sin \vartheta_{\max}}{\left(\frac{mL^2}{4} + \frac{ML^2}{3} \right)} = 0.13 \text{rad} / \text{s}^2, \quad \text{si ha:}$$

$$T_{\text{vert}} = -(M + m)\alpha \frac{L}{2} \sin \vartheta_{\max} + (M + m)g = 58.8N \quad e$$

$$T_{\text{orizz}} = -(M + m)\alpha \frac{L}{2} \cos \vartheta_{\max} = -0.78N$$