

**FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e
TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 14 giugno 2010**

COGNOME _____ NOME _____

NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 1 Un sacchetto di sabbia di massa $M = 1\text{kg}$ è appeso ad un gancio tramite una fune inestensibile di massa trascurabile e lunghezza $L = 2\text{m}$. Un proiettile di massa $m = 30\text{g}$ viene sparato e raggiunge il sacco al tempo $t = 0$, dove si conficca in un tempo molto breve, con una velocità di modulo $V_o = 100\text{m/s}$ inclinata verso il basso di $\vartheta = 30^\circ$ misurata rispetto ad un piano orizzontale. Il sacco, con inglobato il proiettile, comincia ad oscillare.

- 1.1 Si dica quali delle seguenti quantità si conservano durante l'urto: energia meccanica, energia cinetica, quantità di moto, momento angolare rispetto al gancio. Si calcoli la velocità del sacchetto subito dopo l'urto.
- 1.2 Si calcoli la variazione delle quantità, fra quelle elencate nella domanda precedente e che non si sono conservate, prodotta durante l'urto.
- 1.3 Si calcoli la massima altezza raggiunta dal sacchetto nelle sue successive oscillazioni.
- 1.4 Se l'urto ha una durata $\tau = 10\text{ms}$ e le forze fra proiettile e sacchetto sono costanti, si calcoli la tensione della fune durante l'urto. Spiegare sotto quali ulteriori ipotesi la tensione della fune si può considerare costante durante l'urto.

Esercizio 2 Si consideri un cilindro metallico di raggio $b = 10\text{cm}$, altezza molto grande (praticamente infinita) ed asse coincidente con l'asse z di un sistema di coordinate polari. Nel cilindro è praticata una cavità cilindrica coassiale all'asse z di raggio $a = 2\text{cm}$. Lungo l'asse z viene infine disposto un filo rettilineo di altezza infinita su cui è fissata una carica elettrica positiva con densità lineare $\lambda = 1.26\text{nC/m}$; il cilindro cavo è scarico ed isolato.

- 2.1 Calcolare la componente radiale del campo elettrico in ogni punto dello spazio e riportarla in un grafico in funzione di R (la distanza dall'asse z).
- 2.2 Calcolare la densità superficiale di carica elettrica sia sulla superficie interna ($R = a$) sia sulla superficie esterna ($R = b$) del conduttore

2.3 $\int_{R=a}^{R=2b} \vec{E} \cdot d\vec{l}$ dipende dal percorso? In caso di risposta negativa se ne calcoli il valore,

in caso di risposta affermativa se ne calcoli un valore su un percorso a scelta.

- 2.4 Il filo uniformemente carico viene poi spostato parallelamente a se stesso fino ad una distanza $a/2$ dall'asse z e si attende il tempo necessario per il raggiungimento dell'equilibrio. Dire quali, fra le risposte alle tre domande precedenti, non variano e dare una giustificazione.

**FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e
TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 14 giugno 2010
RISPOSTE**

Esercizio 1

1.1 Durante l'urto si conserva solo il momento angolare rispetto al gancio, rispetto al quale le forze esterne (gravità, tensione della fune) hanno un momento nullo. Da questa legge di conservazione si ottiene la velocità del sacchetto subito dopo

$$\text{l'urto: } V = \frac{m}{m+M} V_o \cos \vartheta = 2.52 m/s$$

1.2 Durante l'urto si produce una variazione di energia meccanica pari a quella di energia cinetica

$$\Delta E = \Delta K = \frac{1}{2} (m+M) V^2 - \frac{1}{2} m V_o^2 = \frac{1}{2} m V_o^2 \left(\frac{m \cos^2 \vartheta}{m+M} - 1 \right) = -146.7 J$$

ed una variazione di quantità di moto che è puramente verticale, in quanto:

$$\Delta P_{orizz} = (m+M) V - m V_o \cos \vartheta = 0 \quad \text{e}$$

$$\Delta P_{vert} = 0 - (-m V_o \sin \vartheta) = 1.5 kg \cdot m/s \quad (\text{direzione positiva verso l'alto})$$

1.3 Nelle successive oscillazioni si conserva l'energia meccanica e si ottiene

$$h = \frac{V^2}{2g} = 32.4 cm$$

1.4 La tensione della fune può essere solo verticale, e l'unica altra forza esterna agente è la forza di gravità. Se l'urto ha una durata $\tau = 10 ms$ si ha

$$\Sigma F_{vert}^{est} = \frac{\Delta P_{vert}}{\tau} = \frac{m V_o \sin \vartheta}{\tau} = T - (m+M)g \quad \text{e quindi}$$

$$T = \frac{m V_o \sin \vartheta}{\tau} + (m+M)g = 160.1 N \quad . \quad \text{Tuttavia non abbiamo ancora}$$

considerato che la velocità angolare ω del sacchetto passa da un valore nullo al tempo $t=0$ al valore massimo $\omega=V/L$ al tempo τ , per cui il centro di massa acquista anche un'accelerazione centripeta

$$\Sigma F_{vert}^{est} = \frac{\Delta P_{vert}}{\tau} + (m+M)\omega^2 L = T - (m+M)g \quad \text{da cui}$$

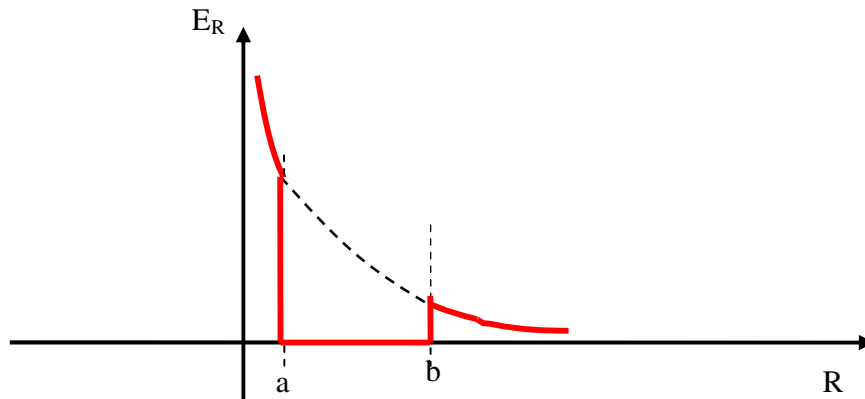
$$T = \frac{m V_o \sin \vartheta}{\tau} + (m+M)g + (m+M)\omega^2 L = 160.1 N + (m+M)\omega^2 L .$$

Poichè $0 < (m+M)\omega^2 L < (m+M) \frac{V^2}{L} = 3.3 N \ll 160.1 N$, la

tensione della fune si può considerare costante durante l'urto trascurando l'accelerazione centripeta del centro di massa del sacchetto.

Esercizio 2

$$2.1 \quad E_R = \begin{cases} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} & R < a \\ 0 & a < R < b \\ \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} & b < R \end{cases}$$



$$2.2 \quad \sigma_a = \frac{-\lambda}{2\pi a} = -10 \frac{nC}{m^2} \quad \text{e} \quad \sigma_b = \frac{\lambda}{2\pi b} = +2 \frac{nC}{m^2}$$

$$2.3 \quad \int_{R=a}^{R=2b} \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \text{non dipende dal percorso:}$$

$$\int_{R=a}^{R=2b} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{R=a}^{R=b} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{R=b}^{R=2b} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 + \int_b^{2b} \frac{\lambda}{2\pi R \epsilon_0} dR = \frac{\lambda \ln 2}{2\pi \epsilon_0} = 15.7V$$

2.4 Dopo che il filo uniformemente carico viene spostato parallelamente a se stesso ad una distanza $a/2$ dall'asse z e dopo il raggiungimento dell'equilibrio, il campo elettrico rimane nullo all'interno del conduttore. Le cariche sulla superficie esterna resteranno uniformemente distribuite, mentre quelle sulla superficie interna si ridistribuiranno in modo da essere più vicine al filo carico e in $R=a$ la densità di carica dipenderà dall'angolo polare. Quindi anche il campo elettrico esterno resta invariato, mentre sarà diverso da prima, avendo fra l'altro anche una componente tangenziale, per $R < a$. La risposta alla domanda 2.3 non varia, in quanto l'integrale continua ad essere indipendente dal percorso (siamo in elettrostatica) ed il punto di partenza e di arrivo si trovano nella regione ($R > a$) in cui il campo elettrico non è variato.