

**FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e
TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 15 gennaio 2010**

COGNOME _____ **NOME** _____

NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 1 Una barca a vela di massa M si trova ferma in acqua al tempo $t = 0$. Per $t > 0$ soffia un vento con velocita' costante di modulo V_o in una direzione che definiamo come asse X di un sistema di coordinate lungo il quale la barca, posta nell'origine al tempo $t = 0$, inizia a muoversi. La forza che l'acqua esercita sulla barca e' di attrito viscoso $\vec{F}_{AV} = -\beta\vec{V}$, mentre la forza che il vento esercita sulla barca si puo' esprimere nella forma $\vec{F}_{Vento} = +k(\vec{V}_o - \vec{V})$; sia β che k sono costanti note e positive.

- 1.1 Si scriva la componente X della forza totale che si esercita sulla barca e si calcoli il modulo della velocita' limite (V_{lim}) che la barca raggiungera' dopo un tempo molto lungo.
- 1.2 Si calcoli la componente X della velocita' della barca e se ne disegni il grafico in funzione del tempo t .
- 1.3 Si calcoli la posizione X della barca in funzione di t .
- 1.4 Si calcoli la potenza totale esercitata da tutte le forze sulla barca nel momento in cui la velocita' della barca e' il 90% della velocita' limite.

Esercizio 2 Un condensatore piano e' formato da due piastre circolari di raggio $b = 1\text{cm}$ distanziate da uno spazio vuoto di lunghezza $d = 0.1\text{mm}$. Il condensatore viene caricato al tempo $t = 0$ ad un potenziale $U_o = 10\text{V}$ e chiuso su una resistenza cilindrica di raggio di base $a = 0.5\text{mm}$ e lunghezza $L = 10\text{cm}$. La resistenza e' composta da un materiale in cui i portatori di carica sono elettroni con una concentrazione $n = 10^{16}\text{cm}^{-3}$ ed una mobilita' $\mu = 10^3\text{cm}^2/\text{V.s}$.

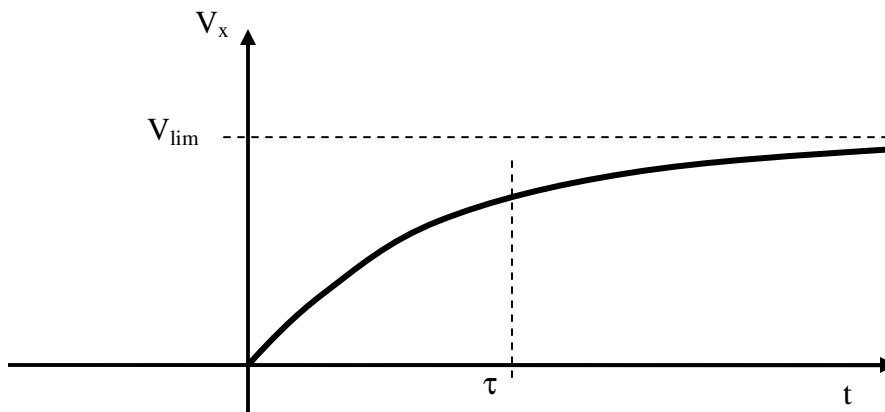
- 2.1 Calcolare il valore della resistenza elettrica e della capacita'.
- 2.2 Calcolare l'intensita' di corrente $I(t)$ che scorre nel circuito per $t > 0$.
- 2.3 Calcolare l'energia dissipata nella resistenza fra $t = 0$ e $t = 10\text{ns}$
- 2.4 Utilizzando un sistema di coordinate cilindriche in cui l'asse Z coincide con quello della resistenza, calcolare al tempo $t = 0^+$ il vettore densita' di corrente elettrica ed il campo di induzione magnetica internamente alla resistenza.

**FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA e
TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 15 gennaio 2010
RISPOSTE**

Esercizio 1

1.1 $\sum F_x = F_{x(\text{Vento})} + F_{x(\text{AV})} = +k(V_o - V_x) + (-\beta V_x)$. Si noti come la forza del vento sia schematizzata con una forza di attrito viscoso nel sistema di riferimento in cui il vento è in quiete. La velocità limite si raggiunge quando

l'accelerazione, e quindi quando la risultante delle forze, è nulla: $V_{\text{lim}} = \frac{k}{k + \beta} V_o$



1.2 Poiché $\sum F_x = M a_x = M \dot{V}_x$ si ha $M \dot{V}_x = +k(V_o - V_x) - \beta V_x$. Questa equazione differenziale con la condizione iniziale $V_x(0) = 0$ ha la soluzione

$$V_x(t) = V_{\text{lim}} (1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{con} \quad \tau = \frac{M}{k + \beta}.$$

1.3 $x = \int_0^t V_x dt = V_{\text{lim}} t - V_{\text{lim}} \tau (1 - e^{-t/\tau})$

1.4 La velocità della barca è il 90% della velocità limite nel momento in cui si ha $e^{-t/\tau} = 1/10$. La potenza totale è la somma delle potenze sviluppate dalla forza

$$\begin{aligned} \text{del vento e dall'attrito dell'acqua: } P &= P_{\text{vento}} + P_{\text{AV}} = k(V_o - V_x)V_x - \beta V_x^2 = \\ &= kV_o V_{\text{lim}} (1 - e^{-t/\tau}) - (k + \beta)V_{\text{lim}}^2 (1 - e^{-t/\tau})^2 = \\ &= \frac{9}{10} kV_o V_{\text{lim}} - \frac{81}{100} (k + \beta)V_{\text{lim}}^2 = \frac{9}{100} \frac{k^2 V_o^2}{(k + \beta)} = \frac{9}{100} (k + \beta)V_{\text{lim}}^2 \end{aligned}$$

Esercizio 2

$$2.1 \quad R = \frac{1}{ne\mu} \frac{L}{\pi a^2} = 796\Omega, \quad C = \epsilon_o \frac{\pi b^2}{d} = 27.8pF$$

$$2.2 \quad I(t) = \frac{U_o}{R} e^{-t/\tau} \quad \text{con } \tau = RC = 22.1ns$$

$$2.3 \quad E_{diss} = \int_0^{10ns} RI^2 dt = \frac{CU_o^2}{2} (1 - e^{-20ns/\tau}) = 1.01nJ$$

2.4 Nel sistema di coordinate cilindriche in cui l'asse Z coincide con quello della resistenza, l'unica componente non nulla del vettore densita' di corrente elettrica e' quella assiale: $J_z = \frac{I(0)}{\pi a^2} = 16000 A/m^2$. L'unica componente non nulla del vettore induzione magnetica e' quella tangenziale: applicando la legge di Ampere si ottiene

$$B_\phi(0) = \frac{\mu_o J_z r}{2}$$