FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA E TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 6 luglio 2009

COGNOME ____________________ NOME ____________________________
NOTA: questo foglio deve essere restituito NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.

Esercizio 1 Un satellite viene osservato a distanza R=12000Km dal centro della Terra, con una velocita' di modulo V e perpendicolare alla posizione del satellite rispetto al centro della Terra.
1.1 Quanto dovrebbe valere V affinche' il satellite compia un moto circolare uniforme?
1.2 Nel caso di moto circolare uniforme, si calcoli il periodo, espresso in ore, minuti e secondi.
1.3 Quanto dovrebbe valere V affinche' il satellite sfugga al campo gravitazionale terrestre?
1.4 Se V avesse un valore compreso fra i valori calcolati al punto 1.1 ed 1.3, il satellite nel moto successivo effettuerebbe una traiettoria ellittica: utilizzate le due leggi di conservazione appropriate per calcolare la massima distanza dal centro della Terra che sara' raggiunta (in funzione di V).

Esercizio 2 Si consideri un condensatore cilindrico di altezza H, raggio interno a (<<H) e raggio esterno b (b << H, b > a). Sull'armatura interna e' depositata in modo uniforme una carica Q>0, sull'armatura esterna una carica -Q. Per le risposte si utilizzi un sistema di coordinate polari cilindriche, in cui l'asse z coincide con l'asse del condensatore.
2.1 Calcolare il campo elettrico in un punto P a distanza r dall'asse z.
2.2 Calcolare la pressione sulla superficie esterna
2.3 Calcolare la differenza di potenziale fra le armature e la capacita' del condensatore
2.4 Mostrare che integrando la densita' di energia elettrica $\left(\frac{dU}{dV} = \frac{\varepsilon_0 \vec{E}^2}{2}\right)$ sul volume del condensatore si ottiene proprio l'espressione $U = \frac{CV^2}{2}$.

FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA ELETTRONICA E TELECOMUNICAZIONI
PROVA SCRITTA del 6 luglio 2009
RISPOSTE

Esercizio 1.

1.1) Il valore della velocita' del satellite si ottiene imponendo che la forza gravitazionale terrestre imprima al satellite l'accelerazione centripeta necessaria a mantenersi sull'orbita. Pertanto:

$MV^2/R = GMM_T/R^2$ da cui si ricava: $V=\sqrt{\dfrac{GM_T}{R}}=R_T\sqrt{\dfrac{g}{R}}\approx 5.7\ Km/s \equiv V_1$ (si ricordi che $GM_T = gR_T^2$).

1.2) Il periodo vale per definizione: $T = 2\pi R/V \approx 13200\ s = 3h40'47''$.

1.3) L'energia minima da fornire e' quella che consente al satellite di giungere con velocita' nulla a distanza infinita dalla terra. L'energia totale del satellite deve quindi diventare eguale o maggiore di zero: $\frac{1}{2}MV^2-\frac{GMM_T}{R}\geq 0$, da cui $V\geq\sqrt{\dfrac{2GM_T}{R}}=R_T\sqrt{\dfrac{2g}{R}}\approx 8.1\,Km/s\equiv V_3$

1.4) Con una velocita' $V_1 \le V \le V_3$ la massima distanza raggiunta sara' R_2, quando la velocita' avra' modulo V_2. Possiamo utilizzare la conservazione dell'energia e del momento angolare:

$$\frac{1}{2}MV^2-\frac{GMM_T}{R}=\frac{1}{2}MV_2^2-\frac{GMM_T}{R_2}\quad \text{e} \quad MVR = MV_2R_2\ ,$$

da cui: $V_2=\dfrac{VR_2}{R}$ e

$$R_2=\frac{GM_T\pm\left(GM_T-V^2R\right)}{\dfrac{2GM_T}{R}-V^2}=\begin{cases} R \\ \dfrac{RV^2}{\dfrac{2GM_T}{R}-V^2}=\dfrac{R}{\left(\dfrac{V_3}{V}\right)^2-1}\end{cases}.$$

Notate come per $V = V_1$ si trovi $R_2 = R$, mentre per $V = V_3$ si trovi $R_2 \to \infty$.

Esercizio 2.

2.1) Il campo elettrico si ricava tramite il teorema di Gauss utilizzando una superficie cilindrica coassiale a quella su cui e' depositata la carica. Il campo elettrico risulta nullo per r<a e per r >b, mentre per r>a e' diretto lungo l'asse $\hat{r}$ ed ha componente $E_r=\dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0 rH}$.

2.2) $dF_r=\dfrac{E_r(b_+)+E_r(b_-)}{2}\sigma dS$ => $P=\left|\dfrac{dF_r}{dS}\right|=\dfrac{1}{2}\dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0 bH}\dfrac{Q}{2\pi bH}=\dfrac{Q^2}{8\pi^2\varepsilon_0 b^2H^2}$

2.3) La differenza di potenziale vale $V_A-V_B=\int_a^b E_r dr=\dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0 H}\ln(b/a)$, e la capacita':

$$C\equiv\frac{Q}{V_A-V_B}=\frac{2\pi\varepsilon_0 H}{\ln(b/a)}$$

2.4) $\displaystyle\int_{volume}\frac{\varepsilon_0 E_r^{\,2}}{2}dV=\int_a^b\frac{\varepsilon_0 E_r^{\,2}}{2}2\pi Hrdr=\int_a^b\frac{\varepsilon_0}{2}\left(\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 rH}\right)^2 2\pi Hrdr=\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 H}\ln(\mathrm{b/a})=\frac{Q^2}{2C}$