

FISICA 1 per TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2006/7
PROVA SCRITTA del 18 settembre 2007

COGNOME _____ NOME _____

NOTA: questo foglio deve essere restituito **NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.**

Esercizio 1 In un sistema di riferimento Oxyz un punto materiale di massa $M = 3 \text{ kg}$ si muove secondo la legge oraria: $\vec{R} = (x(t), y(t), 0)$ con $x(t) = A \cos(2\pi f t)$ e

$$y(t) = 2A \sin(2\pi f t), \text{ dove } A = 1\text{m} \text{ ed } f = 0.5\text{Hz}.$$

- 1.1 Dimostrare che la traiettoria e' un'ellisse e tracciarne il grafico nel piano xy.
- 1.2 Calcolare la velocita' e l'accelerazione della sbarretta in funzione del tempo t. Disegnate i vettori accelerazione e velocita' al tempo $t_1 = 0$ ed al tempo $t_2 = 0.25\text{s}$.
- 1.3 Calcolare i valori numerici delle componenti del momento angolare rispetto ad un polo in O, verificando che il momento angolare e' un vettore costante nel tempo.
- 1.4 Calcolare la forza totale sul punto materiale e dimostrate che potrebbe essere di tipo elastico:

$\vec{F} = -k\vec{R}$. In questa ipotesi calcolare il valore numerico della costante k e dell'energia meccanica totale, ponendo l'energia potenziale in O uguale a zero.

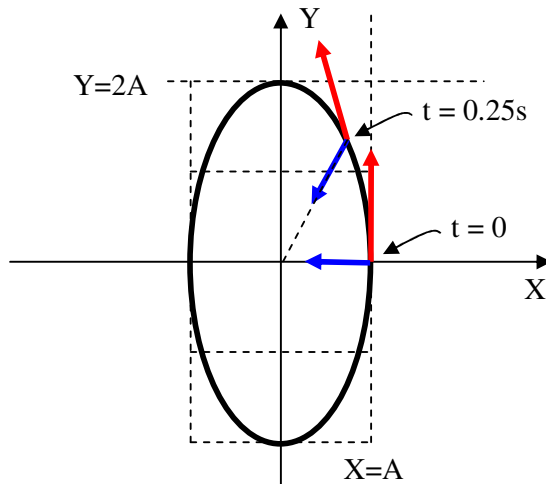
Esercizio 2 Una batteria che eroga una ddp $V_o = 10\text{V}$ e' connessa tramite due fili ed un interruttore ad un condensatore. La lunghezza totale di tutti i fili utilizzati e' $L = 10\text{m}$, ogni filo ha sezione $S = 1\text{mm}^2$ ed e' composto da un materiale di resistivita' $\rho = 10^{-5} \Omega\cdot\text{m}$. Il condensatore e' a facce piane parallele (area $A = 20\text{mm}^2$) poste a distanza $d = 0.1\text{mm}$; all'interno si trova un dielettrico isolante caratterizzato da una costante dielettrica relativa $\epsilon_r = 11.3$. Per $t < 0$ il condensatore e' scarico e l'interruttore e' aperto, per $t \geq 0$ l'interruttore e' chiuso.

- 2.1 Calcolate la carica libera su una armatura del condensatore in funzione del tempo t.
- 2.2 Calcolate l'energia totale dissipata per effetto Joule nei fili dal tempo $t = 0$ fino al raggiungimento della situazione di equilibrio.
- 2.3 Calcolate il campo elettrico all'interno dei fili ed il campo elettrico all'interno del condensatore ai due istanti di tempo $t = 0$ e $t \rightarrow \infty$.
- 2.4 Calcolate, per $t \rightarrow \infty$, la densita' superficiale di carica libera su una armatura del condensatore e [difficile] la densita' superficiale di carica di polarizzazione sulla superficie ("interfaccia") del dielettrico a contatto con le armature.

FISICA 1 per TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2006/7
PROVA SCRITTA del 18 SETTEMBRE 2007
RISPOSTE

Esercizio 1

1.1 La traiettoria e' una ellisse perche': $\left(\frac{X}{A}\right)^2 + \left(\frac{Y}{2A}\right)^2 = 1$



1.2 $\vec{V} = (-2\pi f A \sin(2\pi f t), 4\pi f A \cos(2\pi f t), 0)$

$\vec{a} = (-4\pi^2 f^2 A \cos(2\pi f t), -8\pi^2 f^2 A \sin(2\pi f t), 0)$

e quindi $\vec{V}(0) = (0, 6.28 m/s, 0)$, $\vec{V}(0.25s) = (-2.2 m/s, 4.4 m/s, 0)$,

$\vec{a}(0) = (-10 m/s^2, 0, 0)$, $\vec{a}(0.25s) = (-7 m/s^2, -14 m/s^2, 0)$.

I vettori sono riportati nella figura precedente (rosso = velocita', blu = accelerazione); notate che l'angolo per $t = 0.25s$ non e' 45 gradi come sarebbe nel caso di traiettoria circolare.

1.3 $\vec{L} = \vec{R} \wedge M\vec{V} = (0, 0, 4\pi f A^2 M) = (0, 0, 18.84 J.s)$

1.4 $\vec{F} = M\vec{a} = (-4\pi^2 f^2 AM \cos(2\pi f t), -8\pi^2 f^2 AM \sin(2\pi f t), 0)$ e quindi

potrebbe essere una forza elastica $\vec{F} = -k\vec{R}$ con $k = 4\pi^2 f^2 M \approx 30 N/m$.

L'energia potenziale e':

$$U(R) = \frac{1}{2} kR^2 = 2\pi^2 f^2 M \vec{R}^2 = 2\pi^2 f^2 M A^2 [\cos^2(2\pi f t) + 4 \sin^2(2\pi f t)],$$

quella cinetica: $K = \frac{1}{2} M V^2 = \frac{1}{2} M [4\pi^2 f^2 A^2 \sin^2(2\pi f t) + 16\pi^2 f^2 A^2 \cos^2(2\pi f t)]$.

L'energia totale vale quindi: $E = K + U = 10\pi^2 f^2 A^2 M \approx 75 J$

Esercizio 2

$$2.1 \quad Q(t) = CV_o \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

$$2.2 \quad I(t) = \dot{Q}(t) = \frac{V_o}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \text{ e la potenza dissipata nei fili e' } P(t) = RI^2 = \left(\frac{V_o}{R} \right)^2 e^{-\frac{2t}{RC}}. \text{ L'energia}$$

dissipata vale: $\int_0^{\infty} P(t) dt = \frac{CV_o^2}{2} = 1nJ.$

$$2.3 \quad \text{Al tempo } t = 0 \text{ si ha } E_{filo} = \frac{V_o}{L} = 0.1V/m, \quad E_{condensatore} = 0;$$

$$\text{per } t \rightarrow \infty \text{ si ha } E_{filo} = 0 \text{ e } E_{condensatore} = \frac{V_o}{d} = 10^5 V/m.$$

$$2.4 \quad \sigma_{lib} = \frac{CV_o}{A} = \epsilon_o \epsilon_r \frac{V_o}{d} = 10^{-5} C/m^2. \text{ Il campo interno al condensatore, calcolato nella}$$

risposta precedente, e' generato dalle cariche libere sommate alle cariche di polarizzazione:

$$\frac{\sigma_{lib} + \sigma_{pol}}{\epsilon_o} = \frac{V_o}{d}. \quad \text{Si ottiene quindi } \sigma_{pol} = \sigma_{lib} \left(\frac{1}{\epsilon_r} - \epsilon_o \right) = -0.91 \times 10^{-5} C/m^2$$