

FISICA 1 per TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2006/7
PROVA SCRITTA del 26 GIUGNO 2007

COGNOME _____ NOME _____

NOTA: questo foglio deve essere restituito **NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.**

Esercizio 1 Una tavola di legno (densita' $\rho_L = 900\text{kg/m}^3$) omogenea, di area $S = 1\text{m}^2$ e spessore $H = 10\text{cm}$, e' parzialmente immersa nell'acqua di un lago calmo, con la superficie S parallela alla superficie dell'acqua. Nel seguito si indichi con Z lo spessore della tavola che emerge dall'acqua e si trascuri l'attrito viscoso dell'acqua.

- 1.1 Si calcoli la forza totale sulla tavola in funzione di Z .
- 1.2 Si calcoli la frazione della tavola che emerge dall'acqua in condizioni di equilibrio.
- 1.3 Si determini la funzione $Z(t)$ se al tempo $t = 0$ la tavola viene lasciata libera da ferma da $Z = 0$.
- 1.4 Calcolare il valore minimo di Z che viene raggiunto se la tavola viene lasciata da ferma in $Z = H$.

Esercizio 2 Una porzione di lunghezza $L = 5\text{cm}$ di cavo coassiale cilindrico e' composto da un filo interno di raggio $a = 1\text{mm}$ e da un conduttore esterno di raggio $b = 3\text{mm}$, l'intercapedine e' riempita con un materiale isolante di costante dielettrica $\epsilon_r = 1$. Si applica al filo interno un potenziale $V_0 = 10\text{V}$ rispetto al conduttore esterno.

- 2.1 Calcolare il campo elettrico (E_z, E_r, E_ϕ) nella regione $a < r < b$ e calcolare la carica totale sul filo interno.
- 2.2 Calcolare E_r nella regione $0 < r < 2b$ e costruire il grafico di E_r in funzione di r , riportando i valori numerici dei punti piu' significativi.
- 2.3 Calcolare la densita' di carica superficiale sul filo interno e sul conduttore esterno, prestando attenzione ai segni.
- 2.4 Calcolare la forza (F_z, F_r, F_ϕ) che viene esercitata su una superficie molto piccola ($A = 0.1\text{mm}^2$) del conduttore esterno.

FISICA 1 per TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2006/7
PROVA SCRITTA del 26 GIUGNO 2006
RISPOSTE

Esercizio 1

1.1 Sia $\rho_o = 1000 \text{kg/m}^3$ la densità dell'acqua. La forza totale sulla tavola si ottiene sommando alla forza di gravità la spinta di Archimede: Per $0 < Z < H$ $F_z = -\rho_L SHg + \rho_o S(H - Z)g$, per $Z < 0$ $F_z = (\rho_o - \rho_L)SHg$, e per $Z > H$ $F_z = -\rho_L SHg$.

1.2 L'equilibrio si ottiene per $Z_{eq} = H \left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_o}\right)$, per cui la frazione della tavola che emerge

dall'acqua è $\frac{Z_{eq}}{H} = 1 - \frac{\rho_L}{\rho_o} = 10\%$.

1.3 Si devono imporre le condizioni iniziali $Z(0) = 0$ e $\dot{Z}(0) = 0$ all'equazione

$$M\ddot{Z} = -Mg + \rho_o S(H - Z)g, \text{ che si puo' riscrivere come } \ddot{Z} + \frac{g}{H} \frac{\rho_o}{\rho_L} Z = g \left(\frac{\rho_o}{\rho_L} - 1 \right).$$
 La

soluzione è $Z = H \left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_o}\right) (1 - \cos \omega t)$, con $\omega = \sqrt{\frac{g}{H} \frac{\rho_o}{\rho_L}}$.

1.4 La tavola scende fino a raggiungere la posizione $Z = 0$, in cui la sua energia cinetica è:

$$K = U(H) - U(0) = -\int_0^H F_z dz = SH^2 g \left(\rho_L - \frac{\rho_o}{2} \right).$$
 Poiche' questa posizione viene raggiunta con energia cinetica positiva, la tavola si immerge completamente fino a raggiungere la posizione finale Z_f tale che $K = SHg(\rho_L - \rho_o)Z_f$, quindi $Z_f = H \frac{\rho_L - \rho_o/2}{\rho_L - \rho_o} = -40 \text{cm}$.

Esercizio 2

2.1 Solo la componente radiale è diversa da zero. Indichiamo con Q la carica totale sul filo (-Q è la carica sul conduttore esterno); $E_r = \frac{Q}{2L\pi\epsilon_o r}$ e calcoliamo la d.d.p. fra filo e conduttore

esterno: $V_o = \frac{Q}{2L\pi\epsilon_o} \ln(b/a)$, da cui $Q = \frac{2L\pi\epsilon_o V_o}{\ln(b/a)} = 25.3 \text{pC}$

$$2.2 \ E_r = \begin{cases} 0 & r < a \\ \frac{V_o}{r \ln(b/a)} & a < r < b \\ 0 & r > b \end{cases}$$

$$2.3 \ \sigma_a = \frac{Q}{2\pi a L} = \frac{\epsilon_o V_o}{a \ln(b/a)} = 80 \text{nC/m}^2, \quad \sigma_b = -\frac{Q}{2\pi b L} = \frac{\epsilon_o V_o}{b \ln(b/a)} = -27 \text{nC/m}^2$$

2.1 La forza è pari al campo elettrico moltiplicato per la carica sulla piccola superficie di area A ed ha solo componente radiale. Si deve utilizzare il campo elettrico ottenuto effettuando la media fra il valore immediatamente all'interno e quello immediatamente all'esterno del

conduttore in $r = b$. Quindi $F_r = \frac{E_r(b)}{2} \sigma_b A = -\frac{\epsilon_o V_o^2 A}{2b^2 \ln^2(b/a)} = -4 \times 10^{-12} \text{N}$.