

**FISICA 1 per TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2006/7**  
**PROVA SCRITTA del 26 GIUGNO 2007**

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_

**NOTA: questo foglio deve essere restituito** **NOTA: e' obbligatorio giustificare brevemente ma in modo esauriente e comprensibile le risposte.**

**Esercizio 1** Una tavola di legno (densita'  $\rho_L = 900\text{kg/m}^3$ ) omogenea, di area  $S = 1\text{m}^2$  e spessore  $H = 10\text{cm}$ , e' parzialmente immersa nell'acqua di un lago calmo, con la superficie  $S$  parallela alla superficie dell'acqua. Nel seguito si indichi con  $Z$  lo spessore della tavola che emerge dall'acqua e si trascuri l'attrito viscoso dell'acqua.

- 1.1 Si calcoli la forza totale sulla tavola in funzione di  $Z$ .
- 1.2 Si calcoli la frazione della tavola che emerge dall'acqua in condizioni di equilibrio.
- 1.3 Si determini la funzione  $Z(t)$  se al tempo  $t = 0$  la tavola viene lasciata libera da ferma da  $Z = 0$ .
- 1.4 Calcolare il valore minimo di  $Z$  che viene raggiunto se la tavola viene lasciata da ferma in  $Z = H$ .

**Esercizio 2** Una porzione di lunghezza  $L = 5\text{cm}$  di cavo coassiale cilindrico e' composto da un filo interno di raggio  $a = 1\text{mm}$  e da un conduttore esterno di raggio  $b = 3\text{mm}$ , l'intercapedine e' riempita con un materiale isolante di costante dielettrica  $\epsilon_r = 1$ . Si applica al filo interno un potenziale  $V_0 = 10\text{V}$  rispetto al conduttore esterno.

- 2.1 Calcolare il campo elettrico ( $E_z, E_r, E_\phi$ ) nella regione  $a < r < b$  e calcolare la carica totale sul filo interno.
- 2.2 Calcolare  $E_r$  nella regione  $0 < r < 2b$  e costruire il grafico di  $E_r$  in funzione di  $r$ , riportando i valori numerici dei punti piu' significativi.
- 2.3 Calcolare la densita' di carica superficiale sul filo interno e sul conduttore esterno, prestando attenzione ai segni.
- 2.4 Calcolare la forza ( $F_z, F_r, F_\phi$ ) che viene esercitata su una superficie molto piccola ( $A = 0.1\text{mm}^2$ ) del conduttore esterno.

**FISICA 1 per TELECOMUNICAZIONI - A.A. 2006/7**  
**PROVA SCRITTA del 26 GIUGNO 2006**  
**RISPOSTE**

**Esercizio 1**

1.1 Sia  $\rho_o = 1000 \text{kg/m}^3$  la densità dell'acqua. La forza totale sulla tavola si ottiene sommando alla forza di gravità la spinta di Archimede: Per  $0 < Z < H$   $F_z = -\rho_L SHg + \rho_o S(H - Z)g$ , per  $Z < 0$   $F_z = (\rho_o - \rho_L)SHg$ , e per  $Z > H$   $F_z = -\rho_L SHg$ .

1.2 L'equilibrio si ottiene per  $Z_{eq} = H \left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_o}\right)$ , per cui la frazione della tavola che emerge

dall'acqua è  $\frac{Z_{eq}}{H} = 1 - \frac{\rho_L}{\rho_o} = 10\%$ .

1.3 Si devono imporre le condizioni iniziali  $Z(0) = 0$  e  $\dot{Z}(0) = 0$  all'equazione

$$M\ddot{Z} = -Mg + \rho_o S(H - Z)g, \text{ che si puo' riscrivere come } \ddot{Z} + \frac{g}{H} \frac{\rho_o}{\rho_L} Z = g \left( \frac{\rho_o}{\rho_L} - 1 \right).$$
 La

soluzione è  $Z = H \left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_o}\right) (1 - \cos \omega t)$ , con  $\omega = \sqrt{\frac{g}{H} \frac{\rho_o}{\rho_L}}$ .

1.4 La tavola scende fino a raggiungere la posizione  $Z = 0$ , in cui la sua energia cinetica è:

$$K = U(H) - U(0) = -\int_0^H F_z dz = SH^2 g \left( \rho_L - \frac{\rho_o}{2} \right).$$
 Poiche' questa posizione viene raggiunta con energia cinetica positiva, la tavola si immerge completamente fino a raggiungere la posizione finale  $Z_f$  tale che  $K = SHg(\rho_L - \rho_o)Z_f$ , quindi  $Z_f = H \frac{\rho_L - \rho_o/2}{\rho_L - \rho_o} = -40 \text{cm}$ .

**Esercizio 2**

2.1 Solo la componente radiale è diversa da zero. Indichiamo con Q la carica totale sul filo (-Q è la carica sul conduttore esterno);  $E_r = \frac{Q}{2L\pi\epsilon_o r}$  e calcoliamo la d.d.p. fra filo e conduttore

esterno:  $V_o = \frac{Q}{2L\pi\epsilon_o} \ln(b/a)$ , da cui  $Q = \frac{2L\pi\epsilon_o V_o}{\ln(b/a)} = 25.3 \text{pC}$

$$2.2 \ E_r = \begin{cases} 0 & r < a \\ \frac{V_o}{r \ln(b/a)} & a < r < b \\ 0 & r > b \end{cases}$$

$$2.3 \ \sigma_a = \frac{Q}{2\pi aL} = \frac{\epsilon_o V_o}{a \ln(b/a)} = 80 \text{nC/m}^2, \quad \sigma_b = -\frac{Q}{2\pi bL} = \frac{\epsilon_o V_o}{b \ln(b/a)} = -27 \text{nC/m}^2$$

2.1 La forza è pari al campo elettrico moltiplicato per la carica sulla piccola superficie di area A ed ha solo componente radiale. Si deve utilizzare il campo elettrico ottenuto effettuando la media fra il valore immediatamente all'interno e quello immediatamente all'esterno del

conduttore in  $r = b$ . Quindi  $F_r = \frac{E_r(b)}{2} \sigma_b A = -\frac{\epsilon_o V_o^2 A}{2b^2 \ln^2(b/a)} = -4 \times 10^{-12} \text{N}$ .