FISICA 1 per TELECOMUNICAZIONI – A.A. 2004/5
PRIMA PROVA SCRITTA PARZIALE – 20 aprile 2005

COGNOME ____________________ NOME ____________________________

NOTA: questo foglio deve essere restituito; e' obbligatorio giustificare le risposte.
8 domande: 4 punti a domanda + da 0 a 3 punti per la chiarezza delle spiegazioni

Esercizio 1 Nello spazio interstellare una astronave, di massa M = 10 tonnellate, viaggia con velocita' costante di modulo V_o = 1km/s, misurata rispetto alle stelle fisse. Ad un certo istante i motori dell'astronave espellono gas di massa m= 100kg in direzione opposta alla velocita' dell'astronave; i gas fuoriescono con velocita' V_G = 300m/s; anche questa velocita' e' misurata rispetto alle stelle fisse. In seguito a questa operazione la velocita' dell'astronave aumenta di una quantita' di modulo ΔV.

1.1 Si calcoli ΔV.

1.2 Si calcolino la variazione di energia meccanica (ΔE) e la variazione della quantita' di moto ($\Delta\vec{P}$) del sistema astronave+ gas. Nota: si indichi zero per le grandezze che eventualmente si conservassero e si presti attenzione ai segni.

Esercizio 2 Una automobile vuota di massa M=1000kg ha il centro di massa posto in z = 0, dove l'asse z e' diretto verticalmente verso l'alto. Si osserva che se in auto si trova un passeggero di massa m = 100kg, il centro di massa della sola automobile e' in z = $-$H, con H = 1cm. Si ipotizzi che la forza che tende a riportare il centro di massa del veicolo nella posizione di equilibrio sia elastica, con una costante di richiamo K.

2.1 Si calcoli K.

2.2 Al tempo t = 0 il passeggero scende "istantaneamente" dall'automobile: si calcoli la posizione z del centro di massa in funzione del tempo t. Si calcoli anche il valore numerico del periodo delle oscillazioni.

Esercizio 3 Un punto materiale, di massa M = 2kg e vincolato a muoversi nel piano xy, e' soggetto ad una sola forza $\vec{f}$ effettuata da un operatore. Si nota che, per 0< t < 3T/4, la sua legge oraria e': $\vec{R} = (x, y) = (At/T, A\sin(2\pi t/T))$, con A= 10m e T= 40s.

3.1 Calcolare la traiettoria del punto, traiettoria che inizia nell'origine O e termina in un punto F, e disegnarla nel piano xy.

3.2 Calcolare $\int_0^{3T/4} \vec{f} dt$ e $\int_O^F \vec{f} \bullet d\vec{R}$. Nota: distinguere le grandezze vettoriali e scalari; prestare attenzione ai segni.

Esercizio 4 Al tempo t = 0 un elettrone si trova a distanza d = 10nm da un nucleo di Berillio (4 protoni e 5 neutroni), la sua velocita' ha modulo V_o = c / 1000 e forma un angolo α= 30 gradi con la retta che unisce l'elettrone al nucleo.

4.1 Si calcolino il modulo del momento angolare dell'elettrone (in unita' $\hbar$) e l'energia meccanica totale (in eV), ponendo uguale a zero l'energia potenziale elettrostatica a distanza infinita. Si dica se la traiettoria dell'elettrone e': i) rettilinea ii) ellittica iii) parabolica iv) iperbolica.

4.2 Si calcoli la minima distanza che sara' raggiunta fra elettrone e nucleo.

FISICA 1 per TELECOMUNICAZIONI – A.A. 2004/5
PRIMA PROVA SCRITTA PARZIALE – 20 aprile 2005
RISPOSTE

Esercizio 1

1.1 Si conserva la quantita' di moto: $M\vec{V}_0 = m\vec{V}_G + (M-m)\vec{V}$, da cui

$$\Delta\vec{V} \equiv \vec{V} - \vec{V}_0 = \frac{m}{M-m}\left(\vec{V}_0 - \vec{V}_G\right) \quad \text{e} \quad \Delta V = \frac{m}{M-m}\left(V_0 + V_G\right) = 13m/s$$

1.2 La quantita' di moto si conserva: $\Delta\vec{P} = \vec{0}$.

$$\Delta E = \frac{1}{2}(M-m)\vec{V}^2 + \frac{1}{2}m\vec{V}_G^{\,2} - \frac{1}{2}M\vec{V}_0^{\,2} = \frac{mM\left(\left|\vec{V}_0\right| + \left|\vec{V}_G\right|\right)^2}{2(M-m)} = +85MJ$$

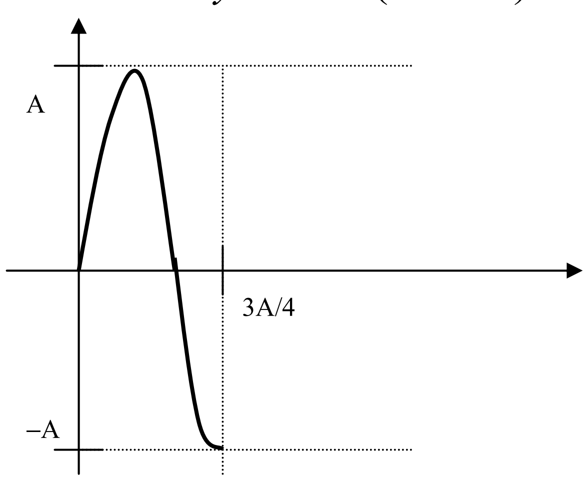
Esercizio 2

2.1 $K = \dfrac{mg}{H} \approx 10^5 N/m$

2.2 $z(t) = -H\cos(\omega t)$ con $\omega = \sqrt{K/M} \approx 10 rad/s$, quindi il periodo vale $2\pi/\omega \approx 0.63s$

Esercizio 3

3.1 Poiche' $t = xT/A$ si ha: $y = A\sin(2\pi x/A)$



3.2 Gli integrali richiesti sono, rispettivamente, l'impulso ed il lavoro sviluppato dalla forza dell'operatore. Si possono facilmente calcolare utilizzando il teorema dell'impulso e delle forze vive; occorre pero' prima calcolare le velocita' finali ed iniziali.

$$\vec{V} = \frac{d\vec{R}}{dt} = \left(\frac{A}{T}, \frac{2\pi A}{T}\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)\right) \Rightarrow \vec{V}_i = \left(\frac{A}{T}, \frac{2\pi A}{T}\right), \quad \vec{V}_f = \left(\frac{A}{T}, 0\right).$$

$$\int_0^{3T/4} \vec{f}dt = \vec{P}_f - \vec{P}_i = \left(0, \quad -\frac{2\pi AM}{T}\right) = (0, \quad -3.14 kg.m/s)$$

$$\int_O^F \vec{f} \bullet d\vec{R} = K_f - K_i = -\frac{2M\pi^2 A^2}{T^2} = -2.5J$$

Esercizio 4

4.1 $\frac{|\vec{L}|}{\hbar} = \frac{mV_0 d\sin\alpha}{\hbar} = 13.0$

$U = -k\frac{4e^2}{d} = -0.576eV$, $K = \frac{mV_0^2}{2} = 0.256eV$ per cui l'energia meccanica totale vale: $E = U + K = -0.32eV$. Essa e' negativa, per cui la traiettoria dell'elettrone e' ellittica.

4.2 Sia R la minima distanza fra elettrone e nucleo. Chiamiamo K_f, U_f e V_f, rispettivamente, l'energia cinetica, l'energia potenziale ed il modulo della velocita' nella posizione in cui la distanza e' minima. Utilizziamo le leggi di conservazione del momento angolare e dell'energia ricordando che, nella posizione di minima distanza, posizione e velocita' sono perpendicolari:

$mV_0 d\sin\alpha = mV_f R$ da cui $V_f = V_0 d\sin\alpha / R$, che sostituiremo nella seguente legge di conservazione dell'energia.

$$E = K + U = -k\frac{4e^2}{R} + \frac{mV_f^2}{2} = -k\frac{4e^2}{d}\frac{d}{R} + \frac{mV_0^2}{2}\left(\frac{d\sin\alpha}{R}\right)^2 = U\frac{d}{R} + K\left(\frac{d\sin\alpha}{R}\right)^2$$

che si puo' riscrivere come: $ER^2 - URd - Kd^2\sin^2\alpha = 0$.

Poiche' E<0 ed U<0, vi sono due soluzioni positive

$$R = d\frac{U \pm \sqrt{U^2 + 4EK\sin^2\alpha}}{2E} = \begin{cases} 16.8nm \\ 1.19nm \end{cases}$$