

FISICA 1 per TELECOMUNICAZIONI
SECONDA PROVA SCRITTA PARZIALE – 21 maggio 2003

COGNOME _____ NOME _____ (A)

NOTA: questo foglio deve essere restituito; e' obbligatorio giustificare le risposte
11 domande: 3 punti a domanda + da 0 a 3 punti per la chiarezza delle spiegazioni

Esercizio 1 Una spira circolare, di raggio $a=1\text{m}$ e centro O , è percorsa da una corrente alternata $I(t) = I_0 \cos(2\pi ft)$, con $I_0=100\text{A}$ e $f=1\text{kHz}$. Si utilizzi un asse z coincidente con l'asse della spira e si consideri positiva la corrente se ruota in verso antiorario attorno all'asse z (regola della mano destra).

1.1 Si calcolino le tre componenti (lungo z , radiale, tangenziale) del campo di induzione magnetica nel centro della spira in funzione di t .

1.2 Si calcolino le tre componenti (lungo z , radiale, tangenziale) del campo di induzione magnetica nel punto P , posto sull'asse z ad una altezza $H=3a$, in funzione di t .

1.3 Si calcolino le tre componenti (lungo z , radiale, tangenziale) del campo elettrico indotto in un punto Q , posto sul piano della spira ad una distanza $d=1\text{mm}$ dal punto O , in funzione di t .

Esercizio 2 Una spira circolare di raggio $D=1\text{cm}$ e' costituita da un filo resistivo di sezione, molto piccola, $S=1\text{mm}^2$. Il filo e' formato da un materiale omogeneo di resistività $\rho=10^{-7}\Omega\text{m}$ ed e' immerso in un campo magnetico che forma un angolo $\theta=\pi/6$ con l'asse della spira. Il campo di induzione magnetica ha, per $t=0$, un valore massimo $B=0.1\text{T}$ ed oscilla con una frequenza $f=100\text{Hz}$.

2.1 Si calcoli la potenza dissipata nel filo in funzione del tempo t .

2.2 Si calcoli il momento magnetico (modulo, direzione e verso) indotto nella spira in funzione del tempo t .

2.3 Si calcoli il momento delle forze sulla spira in funzione del tempo t .

Esercizio 3 In un sistema di coordinate cartesiane $Oxyz$ la regione $0 < x < d$ e' uniformemente riempita con una densità di carica uniforme $\rho > 0$, il resto dello spazio e' vuoto.

3.1 Si dimostri che le componenti y e z del campo elettrico sono nulle in ogni punto dello spazio e si calcoli in ogni punto dello spazio la componente x del campo elettrico.

3.2 Si calcoli e si riporti in un grafico il potenziale elettrico in funzione di x , imponendo $V(0)=0$.

3.3 Un elettrone (massa m e carica $q_e=-e < 0$) che si trovi inizialmente fermo in $A=(5d,0,0)$, con che velocità raggiunge il punto $B=(d,0,0)$?

Esercizio 4 Un'automobile, di massa $M=1000\text{kg}$, si muove in orizzontale con velocità costante $V_0=72\text{ km/h}$, ed il suo motore sta erogando una potenza $P=10\text{kW}$. Si ipotizzi un attrito dell'aria proporzionale alla velocità e si trascurino tutte le altre forze che possano dissipare energia.

4.1 Si calcoli la velocità dell'automobile in funzione di t , se al tempo $t=0$ il motore si spegne.

4.2 Si calcoli la potenza che il motore dovrebbe erogare per mantenere la velocità di 72km/h su una salita del 3%.

FISICA 1 per TELECOMUNICAZIONI
SECONDA PROVA SCRITTA PARZIALE – 21 maggio 2003

COGNOME _____ NOME _____ (B)

NOTA: questo foglio deve essere restituito; e' obbligatorio giustificare le risposte
11 domande: 3 punti a domanda + da 0 a 3 punti per la chiarezza delle spiegazioni

Esercizio 1 Una spira circolare, di raggio $a=1\text{m}$ e centro O , è percorsa da una corrente alternata $I(t) = I_0 \cos(2\pi ft)$, con $I_0=100\text{A}$ e $f=1\text{kHz}$. Si utilizzi un asse z coincidente con l'asse della spira e si consideri positiva la corrente se ruota in verso antiorario attorno all'asse z (regola della mano destra).

1.1 Si calcolino le tre componenti (lungo z , radiale, tangenziale) del campo di induzione magnetica nel centro della spira in funzione di t .

1.2 Si calcolino le tre componenti (lungo z , radiale, tangenziale) del campo di induzione magnetica nel punto P , posto sull'asse z ad una altezza $H=7a$, in funzione di t .

1.3 Si calcolino le tre componenti (lungo z , radiale, tangenziale) del campo elettrico indotto in un punto Q , posto sul piano della spira ad una distanza $d=1\text{mm}$ dal punto O , in funzione di t .

Esercizio 2 Una spira circolare di raggio $D=1\text{cm}$ e' costituita da un filo resistivo di sezione, molto piccola, $S=1\text{mm}^2$. Il filo e' formato da un materiale omogeneo di resistività $\rho=10^{-7}\Omega\text{m}$ ed e' immerso in un campo magnetico che forma un angolo $\theta=\pi/6$ con l'asse della spira. Il campo di induzione magnetica ha, per $t=0$, un valore massimo $B=0.1\text{T}$ ed oscilla con una frequenza $f=100\text{Hz}$.

2.1 Si calcoli la potenza dissipata nel filo in funzione del tempo t .

2.2 Si calcoli il momento magnetico (modulo, direzione e verso) indotto nella spira in funzione del tempo t .

2.3 Si calcoli il momento delle forze sulla spira in funzione del tempo t .

Esercizio 3 In un sistema di coordinate cartesiane $Oxyz$ la regione $0 < x < d$ e' uniformemente riempita con una densità di carica uniforme $\rho > 0$, il resto dello spazio e' vuoto.

3.1 Si dimostri che le componenti y e z del campo elettrico sono nulle in ogni punto dello spazio e si calcoli in ogni punto dello spazio la componente x del campo elettrico.

3.2 Si calcoli e si riporti in un grafico il potenziale elettrico in funzione di x , imponendo $V(0)=0$.

3.3 Un elettrone (massa m e carica $q_e=-e < 0$) che si trovi inizialmente fermo in $A=(8d,0,0)$, con che velocità raggiunge il punto $B=(d,0,0)$?

Esercizio 4 Un'automobile, di massa $M=1000\text{kg}$, si muove in orizzontale con velocità costante $V_0=72\text{ km/h}$, ed il suo motore sta erogando una potenza $P=10\text{kW}$. Si ipotizzi un attrito dell'aria proporzionale alla velocità e si trascurino tutte le altre forze che possano dissipare energia.

4.1 Si calcoli la velocità dell'automobile in funzione di t , se al tempo $t=0$ il motore si spegne.

4.2 Si calcoli la potenza che il motore dovrebbe erogare per mantenere la velocità di 72km/h su una salita del 5% .

FISICA 1 per TELECOMUNICAZIONI
SECONDA PROVA SCRITTA PARZIALE – 21 maggio 2003
RISULTATI

Esercizio 1

1.1 Si nota che la lunghezza d'onda della radiazione emessa sarebbe $c/f=300\text{km}$, pertanto per tutte le distanze molto piccole rispetto a questa è sufficiente applicare la legge di Biot-Savart in forma differenziale. $B_R = B_\theta = 0$,

$$B_z = \int dB_z = \int \frac{\mu_o Idl}{4\pi a^2} = \frac{\mu_o I(t)2\pi a}{4\pi a^2} = \frac{\mu_o I(t)}{2a} = (62.8\mu T)\cos(2\pi ft)$$

1.2 Anche in questo caso: $B_R = B_\theta = 0$, ma

$$B_z = \int dB_z = \int \frac{a}{\sqrt{H^2 + a^2}} \frac{\mu_o Idl}{4\pi(H^2 + a^2)} = \frac{\mu_o I(t)a^2}{2(H^2 + a^2)^{3/2}}$$

compito "A" $\Rightarrow B_z = \frac{\mu_o I(t)}{20a\sqrt{10}} = (2.0\mu T)\cos(2\pi ft)$

compito "B" $\Rightarrow B_z = \frac{\mu_o I(t)}{100a\sqrt{50}} = (0.18\mu T)\cos(2\pi ft)$

1.3 Poiche' $d = 1\text{mm} \ll a = 1\text{m}$ si puo' considerare che il campo di induzione magnetica abbia nel cerchio di raggio d e centro O lo stesso valore che esso ha in O .

Si ha $E_R = E_z = 0$, mentre:

$$2\pi d E_\theta = -\frac{d}{dt} \left(\pi d^2 \frac{\mu_o I_o \cos(2\pi ft)}{2a} \right) \Rightarrow E_\theta = \frac{\pi d f}{2a} \mu_o I_o \sin(2\pi ft) = (200\mu V/m)\sin(2\pi ft)$$

Esercizio 2

La resistenza elettrica dell'anello e' $R = \rho 2\pi D/S = 6.28\text{m}\Omega$. Con la legge di Faraday:

$$RI = -\frac{d}{dt} (\pi D^2 B_o \cos(2\pi ft) \cos(\pi/6)) \Rightarrow$$

$$I = \frac{\sqrt{3}\pi^2 f D^2 B_o}{R} \sin(2\pi ft) = \frac{\sqrt{3}\pi S f D B_o}{2\rho} \sin(2\pi ft) \equiv I_o \sin(2\pi ft) = (2.72\text{A})\sin(2\pi ft)$$

2.1 $P = RI_o^2 \sin^2(2\pi ft) = (46\text{mW})\sin^2(2\pi ft)$

2.2 Se mettiamo un asse z coincidente con l'asse dell'anello il momento magnetico ha solo componente z : $\mu_z = \pi D^2 I_o \sin(2\pi ft) = (8.5 \times 10^{-4} \text{Am}^2)\sin(2\pi ft)$. Importante: il momento magnetico e' diretto come l'asse dell'anello, non come il campo magnetico.

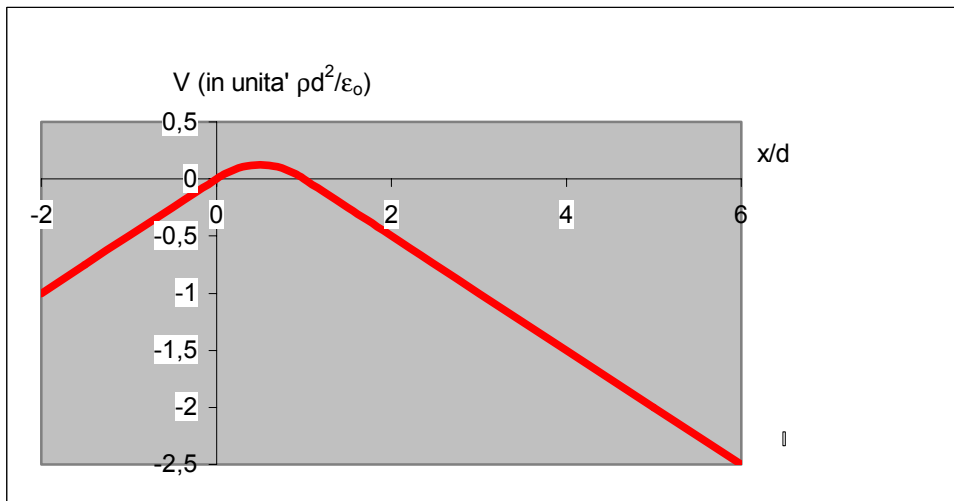
2.3 Se definiamo un asse x in modo che il campo di induzione magnetica si trovi nel piano xz , il momento delle forze ha solo componente y , perche' $\vec{\tau} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}$:

$$\tau_y = \mu_z B_x = \pi D^2 B I_o \sin(2\pi ft) \cos(2\pi ft) / 2 = (4.3 \times 10^{-5} \text{Nm})\sin(2\pi ft) \cos(2\pi ft)$$

Esercizio 3

3.1 Le componenti y e z del campo elettrico sono nulle per simmetria. Inoltre:

$$E_x = \begin{cases} d\rho/2\varepsilon_0 & (x \geq d) \\ \rho/\varepsilon_0(x-d/2) & (0 \leq x \leq d) \\ -d\rho/2\varepsilon_0 & (x \leq 0) \end{cases}$$



$$d\rho x/2\varepsilon_0 \quad (x \leq 0)$$

$$3.2 \quad V = \begin{cases} -\rho(x^2 - dx)/(2\varepsilon_0) & (0 \leq x \leq d) \\ -d\rho(x-d)/2\varepsilon_0 & (x \geq d) \end{cases} \quad \text{Massimo in } x=d/2, \text{ vale } \rho d^2/8\varepsilon_0.$$

3.3 Conservazione dell'energia meccanica:
compito A

$$\frac{1}{2} m_e v_B^2 + q_e V(d) = \frac{1}{2} m_e v_A^2 + q_e V(5d)$$

$$\frac{1}{2} m_e v_B^2 + 0 = 0 - e V(5d) = \frac{ed\rho}{2\varepsilon_0} 4d$$

$$v_B = 2d \sqrt{\frac{e\rho}{m_e \varepsilon_0}}$$

compito B

$$\frac{1}{2} m_e v_B^2 + q_e V(d) = \frac{1}{2} m_e v_A^2 + q_e V(8d)$$

$$\frac{1}{2} m_e v_B^2 + 0 = 0 - e V(8d) = \frac{ed\rho}{2\varepsilon_0} 7d$$

$$v_B = d \sqrt{\frac{7e\rho}{m_e \varepsilon_0}}$$

Esercizio 4 Quando l'automobile si muove in orizzontale con velocità costante si ha $P = kV_0^2$, da cui $k = P/V_0^2 = 25 \text{ kg/s}$.

$$4.1 \quad V(t) = V_0 e^{-kt/M}$$

$$4.2 \quad \text{potenza} = kV_0^2 + MgV_0 \sin\theta \cong kV_0^2 + (3/100)MgV_0 = 15.9 \text{ kW} \quad (\text{compito A})$$

$$\text{potenza} = kV_0^2 + MgV_0 \sin\theta \cong kV_0^2 + (5/100)MgV_0 = 19.8 \text{ kW} \quad (\text{compito B})$$