

**FISICA 1 per TELECOMUNICAZIONI**  
**SECONDA PROVA SCRITTA PARZIALE – 21 maggio 2003**

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_ (A)

**NOTA: questo foglio deve essere restituito; e' obbligatorio giustificare le risposte**  
**11 domande: 3 punti a domanda + da 0 a 3 punti per la chiarezza delle spiegazioni**

**Esercizio 1** Una spira circolare, di raggio  $a=1\text{m}$  e centro  $O$ , è percorsa da una corrente alternata  $I(t) = I_0 \cos(2\pi ft)$ , con  $I_0=100\text{A}$  e  $f=1\text{kHz}$ . Si utilizzi un asse  $z$  coincidente con l'asse della spira e si consideri positiva la corrente se ruota in verso antiorario attorno all'asse  $z$  (regola della mano destra).

**1.1** Si calcolino le tre componenti (lungo  $z$ , radiale, tangenziale) del campo di induzione magnetica nel centro della spira in funzione di  $t$ .

**1.2** Si calcolino le tre componenti (lungo  $z$ , radiale, tangenziale) del campo di induzione magnetica nel punto  $P$ , posto sull'asse  $z$  ad una altezza  $H=3a$ , in funzione di  $t$ .

**1.3** Si calcolino le tre componenti (lungo  $z$ , radiale, tangenziale) del campo elettrico indotto in un punto  $Q$ , posto sul piano della spira ad una distanza  $d=1\text{mm}$  dal punto  $O$ , in funzione di  $t$ .

**Esercizio 2** Una spira circolare di raggio  $D=1\text{cm}$  e' costituita da un filo resistivo di sezione, molto piccola,  $S=1\text{mm}^2$ . Il filo e' formato da un materiale omogeneo di resistività  $\rho=10^{-7}\Omega\text{m}$  ed e' immerso in un campo magnetico che forma un angolo  $\theta=\pi/6$  con l'asse della spira. Il campo di induzione magnetica ha, per  $t=0$ , un valore massimo  $B=0.1\text{T}$  ed oscilla con una frequenza  $f=100\text{Hz}$ .

**2.1** Si calcoli la potenza dissipata nel filo in funzione del tempo  $t$ .

**2.2** Si calcoli il momento magnetico (modulo, direzione e verso) indotto nella spira in funzione del tempo  $t$ .

**2.3** Si calcoli il momento delle forze sulla spira in funzione del tempo  $t$ .

**Esercizio 3** In un sistema di coordinate cartesiane  $Oxyz$  la regione  $0 < x < d$  e' uniformemente riempita con una densità di carica uniforme  $\rho > 0$ , il resto dello spazio e' vuoto.

**3.1** Si dimostri che le componenti  $y$  e  $z$  del campo elettrico sono nulle in ogni punto dello spazio e si calcoli in ogni punto dello spazio la componente  $x$  del campo elettrico.

**3.2** Si calcoli e si riporti in un grafico il potenziale elettrico in funzione di  $x$ , imponendo  $V(0)=0$ .

**3.3** Un elettrone (massa  $m$  e carica  $q_e=-e < 0$ ) che si trovi inizialmente fermo in  $A=(5d,0,0)$ , con che velocità raggiunge il punto  $B=(d,0,0)$ ?

**Esercizio 4** Un'automobile, di massa  $M=1000\text{kg}$ , si muove in orizzontale con velocità costante  $V_0=72\text{ km/h}$ , ed il suo motore sta erogando una potenza  $P=10\text{kW}$ . Si ipotizzi un attrito dell'aria proporzionale alla velocità e si trascurino tutte le altre forze che possano dissipare energia.

**4.1** Si calcoli la velocità dell'automobile in funzione di  $t$ , se al tempo  $t=0$  il motore si spegne.

**4.2** Si calcoli la potenza che il motore dovrebbe erogare per mantenere la velocità di  $72\text{km/h}$  su una salita del 3%.

**FISICA 1 per TELECOMUNICAZIONI**  
**SECONDA PROVA SCRITTA PARZIALE – 21 maggio 2003**

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_ (B)

**NOTA: questo foglio deve essere restituito; e' obbligatorio giustificare le risposte**  
**11 domande: 3 punti a domanda + da 0 a 3 punti per la chiarezza delle spiegazioni**

**Esercizio 1** Una spira circolare, di raggio  $a=1\text{m}$  e centro  $O$ , è percorsa da una corrente alternata  $I(t) = I_0 \cos(2\pi ft)$ , con  $I_0=100\text{A}$  e  $f=1\text{kHz}$ . Si utilizzi un asse  $z$  coincidente con l'asse della spira e si consideri positiva la corrente se ruota in verso antiorario attorno all'asse  $z$  (regola della mano destra).

**1.1** Si calcolino le tre componenti (lungo  $z$ , radiale, tangenziale) del campo di induzione magnetica nel centro della spira in funzione di  $t$ .

**1.2** Si calcolino le tre componenti (lungo  $z$ , radiale, tangenziale) del campo di induzione magnetica nel punto  $P$ , posto sull'asse  $z$  ad una altezza  $H=7a$ , in funzione di  $t$ .

**1.3** Si calcolino le tre componenti (lungo  $z$ , radiale, tangenziale) del campo elettrico indotto in un punto  $Q$ , posto sul piano della spira ad una distanza  $d=1\text{mm}$  dal punto  $O$ , in funzione di  $t$ .

**Esercizio 2** Una spira circolare di raggio  $D=1\text{cm}$  e' costituita da un filo resistivo di sezione, molto piccola,  $S=1\text{mm}^2$ . Il filo e' formato da un materiale omogeneo di resistività  $\rho=10^{-7}\Omega\text{m}$  ed e' immerso in un campo magnetico che forma un angolo  $\theta=\pi/6$  con l'asse della spira. Il campo di induzione magnetica ha, per  $t=0$ , un valore massimo  $B=0.1\text{T}$  ed oscilla con una frequenza  $f=100\text{Hz}$ .

**2.1** Si calcoli la potenza dissipata nel filo in funzione del tempo  $t$ .

**2.2** Si calcoli il momento magnetico (modulo, direzione e verso) indotto nella spira in funzione del tempo  $t$ .

**2.3** Si calcoli il momento delle forze sulla spira in funzione del tempo  $t$ .

**Esercizio 3** In un sistema di coordinate cartesiane  $Oxyz$  la regione  $0 < x < d$  e' uniformemente riempita con una densità di carica uniforme  $\rho > 0$ , il resto dello spazio e' vuoto.

**3.1** Si dimostri che le componenti  $y$  e  $z$  del campo elettrico sono nulle in ogni punto dello spazio e si calcoli in ogni punto dello spazio la componente  $x$  del campo elettrico.

**3.2** Si calcoli e si riporti in un grafico il potenziale elettrico in funzione di  $x$ , imponendo  $V(0)=0$ .

**3.3** Un elettrone (massa  $m$  e carica  $q_e=-e < 0$ ) che si trovi inizialmente fermo in  $A=(8d,0,0)$ , con che velocità raggiunge il punto  $B=(d,0,0)$ ?

**Esercizio 4** Un'automobile, di massa  $M=1000\text{kg}$ , si muove in orizzontale con velocità costante  $V_0=72\text{ km/h}$ , ed il suo motore sta erogando una potenza  $P=10\text{kW}$ . Si ipotizzi un attrito dell'aria proporzionale alla velocità e si trascurino tutte le altre forze che possano dissipare energia.

**4.1** Si calcoli la velocità dell'automobile in funzione di  $t$ , se al tempo  $t=0$  il motore si spegne.

**4.2** Si calcoli la potenza che il motore dovrebbe erogare per mantenere la velocità di  $72\text{km/h}$  su una salita del 5% .

**FISICA 1 per TELECOMUNICAZIONI**  
**SECONDA PROVA SCRITTA PARZIALE – 21 maggio 2003**  
**RISULTATI**

**Esercizio 1**

**1.1** Si nota che la lunghezza d'onda della radiazione emessa sarebbe  $c/f=300\text{km}$ , pertanto per tutte le distanze molto piccole rispetto a questa è sufficiente applicare la legge di Biot-Savart in forma differenziale.  $B_R = B_\theta = 0$ ,

$$B_z = \int dB_z = \int \frac{\mu_o Idl}{4\pi a^2} = \frac{\mu_o I(t)2\pi a}{4\pi a^2} = \frac{\mu_o I(t)}{2a} = (62.8\mu T)\cos(2\pi ft)$$

**1.2** Anche in questo caso:  $B_R = B_\theta = 0$ , ma

$$B_z = \int dB_z = \int \frac{a}{\sqrt{H^2 + a^2}} \frac{\mu_o Idl}{4\pi(H^2 + a^2)} = \frac{\mu_o I(t)a^2}{2(H^2 + a^2)^{3/2}}$$

compito "A"  $\Rightarrow B_z = \frac{\mu_o I(t)}{20a\sqrt{10}} = (2.0\mu T)\cos(2\pi ft)$

compito "B"  $\Rightarrow B_z = \frac{\mu_o I(t)}{100a\sqrt{50}} = (0.18\mu T)\cos(2\pi ft)$

**1.3** Poiche'  $d = 1\text{mm} \ll a = 1\text{m}$  si puo' considerare che il campo di induzione magnetica abbia nel cerchio di raggio  $d$  e centro  $O$  lo stesso valore che esso ha in  $O$ .

Si ha  $E_R = E_z = 0$ , mentre:

$$2\pi d E_\theta = -\frac{d}{dt} \left( \pi d^2 \frac{\mu_o I_o \cos(2\pi ft)}{2a} \right) \Rightarrow E_\theta = \frac{\pi d f}{2a} \mu_o I_o \sin(2\pi ft) = (200\mu V/m)\sin(2\pi ft)$$

**Esercizio 2**

La resistenza elettrica dell'anello e'  $R = \rho 2\pi D/S = 6.28\text{m}\Omega$ . Con la legge di Faraday:

$$RI = -\frac{d}{dt} (\pi D^2 B_o \cos(2\pi ft) \cos(\pi/6)) \Rightarrow$$

$$I = \frac{\sqrt{3}\pi^2 f D^2 B_o}{R} \sin(2\pi ft) = \frac{\sqrt{3}\pi S f D B_o}{2\rho} \sin(2\pi ft) \equiv I_o \sin(2\pi ft) = (2.72\text{A})\sin(2\pi ft)$$

**2.1**  $P = RI_o^2 \sin^2(2\pi ft) = (46\text{mW})\sin^2(2\pi ft)$

**2.2** Se mettiamo un asse  $z$  coincidente con l'asse dell'anello il momento magnetico ha solo componente  $z$ :  $\mu_z = \pi D^2 I_o \sin(2\pi ft) = (8.5 \times 10^{-4} \text{Am}^2)\sin(2\pi ft)$ . Importante: il momento magnetico e' diretto come l'asse dell'anello, non come il campo magnetico.

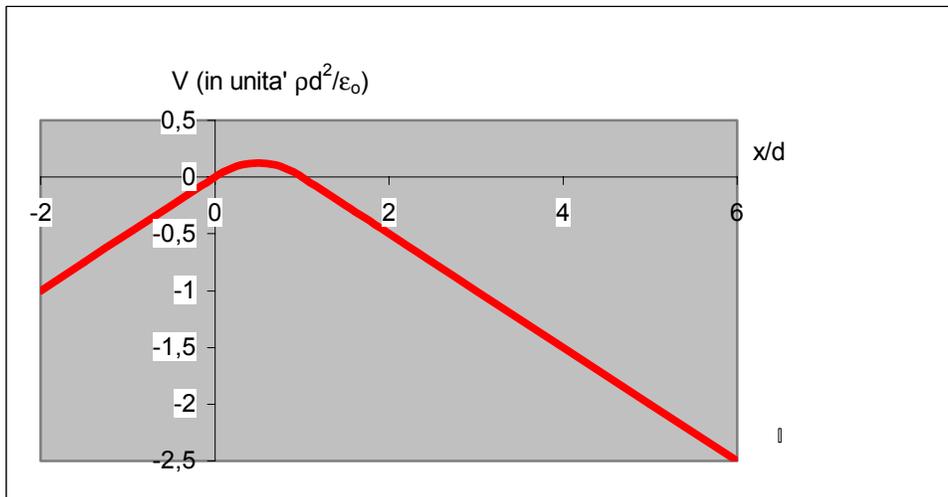
**2.3** Se definiamo un asse  $x$  in modo che il campo di induzione magnetica si trovi nel piano  $xz$ , il momento delle forze ha solo componente  $y$ , perche'  $\vec{\tau} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}$ :

$$\tau_y = \mu_z B_x = \pi D^2 B I_o \sin(2\pi ft) \cos(2\pi ft) / 2 = (4.3 \times 10^{-5} \text{Nm})\sin(2\pi ft) \cos(2\pi ft)$$

**Esercizio 3**

**3.1** Le componenti  $y$  e  $z$  del campo elettrico sono nulle per simmetria. Inoltre:

$$E_x = \begin{cases} d\rho/2\varepsilon_0 & (x \geq d) \\ \rho/\varepsilon_0(x-d/2) & (0 \leq x \leq d) \\ -d\rho/2\varepsilon_0 & (x \leq 0) \end{cases}$$



$$d\rho x/2\varepsilon_0 \quad (x \leq 0)$$

$$3.2 \quad V = \begin{cases} -\rho(x^2 - dx)/(2\varepsilon_0) & (0 \leq x \leq d) \\ -d\rho(x-d)/2\varepsilon_0 & (x \geq d) \end{cases} \quad \text{Massimo in } x=d/2, \text{ vale } \rho d^2/8\varepsilon_0.$$

3.3 Conservazione dell'energia meccanica:  
compito A

$$\frac{1}{2} m_e v_B^2 + q_e V(d) = \frac{1}{2} m_e v_A^2 + q_e V(5d)$$

$$\frac{1}{2} m_e v_B^2 + 0 = 0 - e V(5d) = \frac{ed\rho}{2\varepsilon_0} 4d$$

$$v_B = 2d \sqrt{\frac{e\rho}{m_e \varepsilon_0}}$$

compito B

$$\frac{1}{2} m_e v_B^2 + q_e V(d) = \frac{1}{2} m_e v_A^2 + q_e V(8d)$$

$$\frac{1}{2} m_e v_B^2 + 0 = 0 - e V(8d) = \frac{ed\rho}{2\varepsilon_0} 7d$$

$$v_B = d \sqrt{\frac{7e\rho}{m_e \varepsilon_0}}$$

**Esercizio 4** Quando l'automobile si muove in orizzontale con velocità costante si ha  $P = kV_0^2$ , da cui  $k = P/V_0^2 = 25 \text{ kg/s}$ .

$$4.1 \quad V(t) = V_0 e^{-kt/M}$$

$$4.2 \quad \text{potenza} = kV_0^2 + MgV_0 \sin\theta \cong kV_0^2 + (3/100)MgV_0 = 15.9 \text{ kW} \quad (\text{compito A})$$

$$\text{potenza} = kV_0^2 + MgV_0 \sin\theta \cong kV_0^2 + (5/100)MgV_0 = 19.8 \text{ kW} \quad (\text{compito B})$$