FISICA 1 per TELECOMUNICAZIONI – A.A. 2002/3
PRIMA PROVA SCRITTA PARZIALE – 31 marzo 2003 – compito A
COGNOME ____________________ NOME ____________________________
NOTA: questo foglio deve essere restituito; e' obbligatorio giustificare le risposte.
11 domande: 3 punti a domanda + da 0 a 3 punti per la chiarezza delle spiegazioni

Esercizio 1 Una sbarra (di lunghezza L e massa M note) e' incernierata senza attrito in un suo estremo C. La sbarra e' ferma in una posizione verticale, con il centro di massa piu' alto rispetto a C. Al tempo t=0 le viene data una piccola spinta in modo che inizi a ruotare. Si calcoli, quando ha effettuato una rotazione di $\pi/2$:
1.1 la velocità angolare della sbarra;
1.2 la componente orizzontale dell'accelerazione del centro di massa della sbarra;
1.3 la componente verticale dell'accelerazione del centro di massa della sbarra.

Esercizio 2 In un punto A=(-L/2,0,0) e' fissata una carica +Q, ed in un punto B=(L/2,0,0) e' fissata un'altra carica +Q. Una particella di massa M e carica q>0 e' vincolata a muoversi senza attrito sull'asse x.
2.1 Si calcoli l'energia potenziale U(x) della particella in funzione di x (posizione della particella) e si disegni il grafico di U in funzione di x (per |x|<L/2).
2.2 Che velocita' ha la particella in x=0 se e' partita da ferma dalla posizione x=L/4?
2.3 Si dica se il moto e': a) armonico, b) periodico, c) uniformemente accelerato, d) rettilineo uniforme, e) nessuno dei precedenti.

Esercizio 3 Si consideri un satellite geostazionario di massa M.
3.1 Dimostrare che il raggio dell'orbita e' di circa 42000 km.
3.2 Si calcolino $\int_{\vec{R}(0)}^{\vec{R}(T/2)} \vec{F} \bullet d\vec{l}$ e $\int_0^{T/2} \vec{F} dt$ dove $d\vec{l}$ e' lo spostamento infinitesimo del satellite nel suo moto, T il periodo di rivoluzione ed $\vec{F}$ e' la risultante delle forze sul satellite.
3.3 Si calcolino $\int_0^{T/2} \vec{V} dt$ e $\int_0^{T/2} |\vec{V}|\, dt$ dove $\vec{V}$ e' la velocita' del satellite.
Consiglio per le domande 3.2 e 3.3: si tenga presente il significato fisico degli integrali.

Esercizio 4 Si consideri una pallina di massa M in un fluido, sottoposta alla forza di gravita' e ad una forza di attrito viscoso $-k\vec{V}$.
4.1 Si calcoli $\vec{V}(t)$ se la pallina parte da ferma al tempo t=0.
4.2 Si calcoli la potenza sviluppata dalla sola forza di gravita' al tempo t.

FISICA 1 per TELECOMUNICAZIONI – A.A. 2002/3
PRIMA PROVA SCRITTA PARZIALE – 31 marzo 2003 – compito B
COGNOME ____________________ NOME ____________________________
NOTA: questo foglio deve essere restituito; e' obbligatorio giustificare le risposte.
11 domande: 3 punti a domanda + da 0 a 3 punti per la chiarezza delle spiegazioni

Esercizio 1 Un cilindro cavo all'interno (la massa e' disposta solo sulla superficie laterale) di massa M e raggio R rotola senza strisciare su un piano inclinato di un angolo θ rispetto ad un piano orizzontale, partendo da fermo.
1.1 Quanto vale la velocita' del centro di massa del cilindro, quando esso si e' abbassato di una quota H?
1.2 Quanto vale l'accelerazione del centro di massa del cilindro?
1.3 Quanto vale la forza di attrito statico sul punto di contatto fra cilindro e piano?

Esercizio 2 Una massa M e' vincolata a muoversi senza attrito su una retta (asse x) <u>orizzontale</u> nella regione $|x|<d/2$. La massa e' fissata con due molle identiche, ciascuna di costante elastica k e lunghezza a riposo trascurabile, al punto A (posto in x = -d/2) ed al punto B (posto in x = +d/2).
2.1 Si calcoli l'energia potenziale U(x) della massa in funzione di x (posizione della massa) e si disegni il grafico di U in funzione di x.
2.2 Che velocita' deve avere la massa in x=0, affinche' possa raggiungere il punto B?
2.3 Se la massa si trova in B al tempo t=0 con velocita' nulla, si calcoli x(t) per t>0.

Esercizio 3 Si consideri il modello classico dell'atomo di idrogeno in cui l'elettrone ruota di moto circolare uniforme a distanza R da un protone (che si considera fermo) con un momento angolare $\left|\vec{L}\right| = \hbar \;\; = 1.05 \times 10^{-34}\, Js$.
3.1 Si calcoli R.
3.2 Si calcolino le quantita' $m\left(\vec{L} \wedge \vec{V}\right) \bullet \vec{R} / \hbar^2$ e $\vec{\omega} \wedge \left(\vec{\omega} \wedge \vec{R}\right)$, dove $\vec{R}$ e' la posizione dell'elettrone rispetto al protone, $\vec{V}$ e $\vec{\omega}$ sono la velocita' e la velocita' angolare ed m e' la sua massa.
3.3 Si calcoli K/U, rapporto fra energia cinetica ed energia potenziale (si ponga l'energia potenziale elettrostatica nulla a distanza infinita).
Consiglio per le domande 3.2 e 3.3: fare attenzione ai segni.

Esercizio 4 Si consideri un blocco di massa M che si muove su un piano xy orizzontale. Un uomo esercita una forza $\vec{F}_u = \left(F_0, 0\right)$ costante sul blocco, che e' anche soggetto alla forza di attrito dinamico (coefficiente μ_D).
4.1 Si calcoli al tempo t=0 l'accelerazione del blocco se al tempo t=0 la sua velocita' vale $\vec{V}(0) \;\; = \left(V_0, 0\right)$. Per t>0 l'accelerazione e' costante?
4.2 Si calcoli al tempo t=0 l'accelerazione del blocco se al tempo t=0 la sua velocita' invece vale $\vec{V}(0) \;\; = \left(0, V_0\right)$. Per t>0 l'accelerazione e' costante?

FISICA 1 per TELECOMUNICAZIONI – A.A. 2002/3
PRIMA PROVA SCRITTA PARZIALE – 31 marzo 2003 – compito A
Traccia della soluzione

Esercizio 1

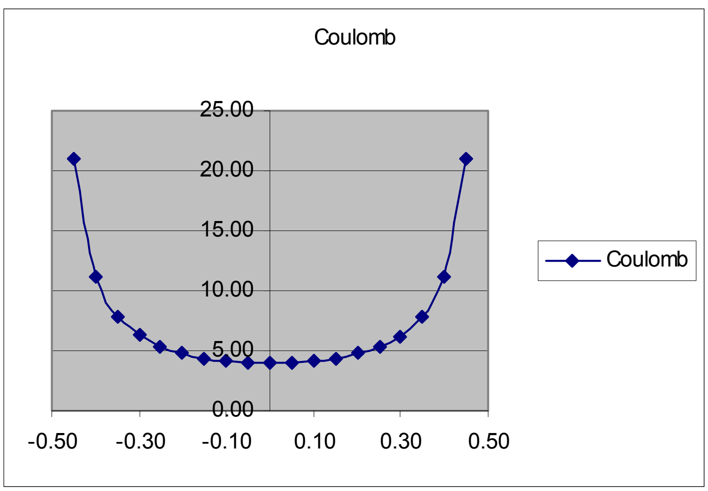
1.1 Ponendo lo zero dell'energia potenziale nella posizione orizzontale l'energia iniziale e' solo potenziale (di valore *MgL/2*) e quella finale solo cinetica $\left(I\omega^2/2\right)$; imponendo la conservazione dell'energia meccanica si ottiene $\omega = \sqrt{3g/L}$.

1.2 La componente orizzontale dell'accelerazione del centro di massa della sbarra e' l'accelerazione centripeta, il cui modulo vale $a_{oriz} = \omega^2 L/2 = 3g/2$.

1.3 La componente verticale dell'accelerazione si ottiene dalla seconda equazione cardinale con $|\vec{\tau}| = I\alpha = MgL/2$, da cui $a_{vert} = \alpha L/2 = (MgL/2)(L/2)/(ML^2/3) = 3g/4$.

Esercizio 2

2.1 L'energia potenziale e' la somma dei contributi dovuti alle due cariche e vale $kQqL/\left(L^2/4 - x^2\right)$. Il suo grafico (in ascisse e' riportato *x/L*, in ordinate *U/(kQq/L)*) e':



2.2 Applicando la conservazione dell'energia meccanica si ottiene $1/2MV^2 = U(L/4) - U(0) = (kQq/L)(16/3 - 4) = 4/3\,(kQq/L)$, da cui $V = \sqrt{(8kQq)/(3L)}$.

2.3 Il moto e': b) periodico.

Esercizio 3

3.1 Imponendo che la forza gravitazionale produca l'accelerazione centripeta necessaria per mantenere il satellite in orbita e che il periodo *T* sia pari a 1 giorno = 86400 *s* si ottiene $R = \sqrt[3]{gR_T^2T^2/4\pi^2} \approx 42000$ *Km*, dove R_T e' il raggio della terra (6300 *Km*).

3.2 Il primo integrale e' nullo perche' e' la variazione di energia cinetica fra *t = 0* e *t = T/2*, che e' zero perche' la velocita' e' costante (in alternativa basta osservare che la forza e lo spostamento sono sempre perpendicolari); il secondo integrale e' pari alla differenza di quantita' di moto fra questi due istanti; poiche' la velocita' cambia segno passando da *t = 0* a *t = T/2* l'integrale vale $-2\vec{P}(0) = -2M\vec{V}(0)$.

3.3 Il primo integrale e' lo spostamento compiuto in mezzo periodo, per cui vale $2R\hat{k}$, dove $\hat{k}$ e' un versore, nel piano dell'orbita, perpendicolare alla velocita' iniziale; il secondo integrale e' pari alla lunghezza della traiettoria percorsa in un semiperiodo, che e' mezza circonferenza, per cui vale πR.

Esercizio 4

4.1 Il moto e' unidimensionale, per cui l'equazione del moto si puo' scrivere in forma scalare. La velocita' soddisfa l'equazione $M\ dV/dt = Mg - kV$ la cui soluzione, con la condizione iniziale $V(0) = 0$ e' $V(t) = (Mg/k)[1 - \exp(-kt/M)]$.

4.2 La potenza si ottiene dalla relazione $P = \vec{F} \bullet \vec{V} = (M^2 g^2 / k)[1 - \exp(-kt/M)]$.

FISICA 1 per TELECOMUNICAZIONI – A.A. 2002/3
PRIMA PROVA SCRITTA PARZIALE – 31 marzo 2003 – compito B
Traccia della soluzione

Esercizio 1

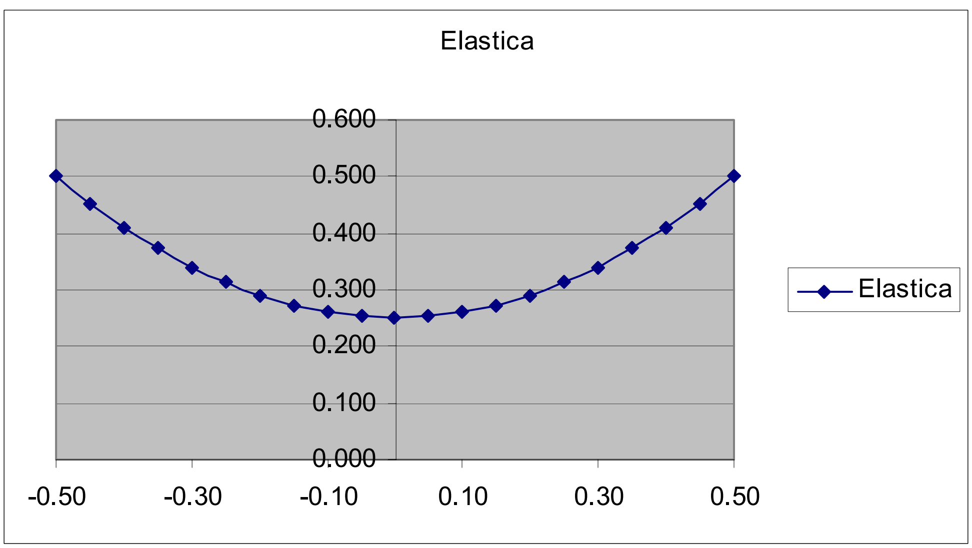
1.1 La velocita' V del centro di massa si ottiene dalla conservazione dell'energia meccanica notando che all'istante iniziale l'energia e' solo potenziale e vale MgH ed all'istante finale e' solo cinetica e vale $1/2MV^2 + 1/2I\omega^2 = MV^2$, dove si e' sostituito $V = \omega R$ e $I = MR^2$. Si ricava quindi $V = \sqrt{gH}$.

1.2 Il punto di contatto (C) e' l'asse istantaneo di rotazione, per cui $\vec{\tau} = I_C\vec{\alpha}$. Il modulo del momento vale $MgR\sin\vartheta$; con il teorema di Steiner si ottiene $I_C = 3/2MR^2$, da cui $\alpha = g\sin\vartheta/(2R)$ e $a = g\sin\vartheta/2$ (diretta in discesa).

1.3 Dalla seconda equazione della cardinale della dinamica si ottiene $M\vec{a} = M\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_s$, dove $\vec{N}$ e' la reazione normale al piano inclinato e $\vec{F}_S$ e' la forza di attrito; proiettando questa equazione nelle direzioni parallela e perpendicolare al piano inclinato si ricava $F_S = Mg\sin\vartheta/2$ (diretta in salita).

Esercizio 2

2.1 L'energia potenziale della massa e' la somma dei contributi delle due molle e vale: $U(x) = k(x^2 + d^2/4)$. Il suo grafico (l'ascissa e' in unita' d, l'ordinata in unita' kd^2) e':



2.2 Dalla conservazione dell'energia meccanica si ottiene: $MV^2/2 = U(L/2) - U(0)$, da cui $V = d\sqrt{k/2M}$.

2.3 L'equazione del moto e' $M\ddot{x} = -2kx$, perche' le molle agiscono sulla massa in verso concorde. La soluzione di questa equazione, con le condizioni iniziali $x(0) = d/2$ e $V(0) = 0$ e' $x(t) = (d/2)\cos\left(\sqrt{2kt/M}\right)$.

Esercizio 3

3.1 Imponendo che la forza di Coulomb produca l'accelerazione centripeta necessaria per mantenere l'elettrone in orbita e fissando il valore del momento angolare si ottiene $R = \hbar^2 / mke^2 = 5.2 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}$.

3.2 Poiche' $\vec{V}$, $\vec{R}$ e $\vec{L}$ sono mutuamente perpendicolari, si ottiene $\left|\vec{L}\right| = RmV = \hbar$; tenendo poi conto dei segni del prodotto vettoriale si ricava che il rapporto vale –1. Il prodotto vettoriale $\vec{\omega} \wedge \left(\vec{\omega} \wedge \vec{R}\right)$ e' l'accelerazione centripeta e vale $-\hat{R}V^2 / R = -\hat{R}\hbar^2 / m^2R^3$.
Il modulo di questa grandezza e' $9.36 \cdot 10^{22}$ m/s^2.

3.3 In un moto circolare sotto l'azione di una forza dipendente dall'inverso del quadrato della distanza, l'energia cinetica e' la meta' del modulo dell'energia potenziale; poiche' quest'ultima e' negativa, K/U = -1/2.

Esercizio 4

4.1 La forza a $t = 0$ e' diretta lungo l'asse x, per cui $\vec{a}(0) = \left(F_0 / M - \mu_d g\right)\hat{x}$. Essendo la forza d'attrito dinamico diretta sempre in verso opposto alla velocita' ed essendo la velocita' iniziale diretta anch'essa lungo x, non si ha mai accelerazione lungo l'asse y, per cui $\vec{a}(t)$ e' costante per $t > 0$.

4.2 In questo caso la forza a $t = 0$ ha due componenti: F_0 / M lungo l'asse x e $-\mu_d g$ lungo l'asse y, per cui: $\vec{a}(0) = \left(F_0 / M\hat{x} - \mu_d g\hat{y}\right)$. Poiche' l'accelerazione a $t = 0$ non e' parallela alla velocita' iniziale, la velocita' negli istanti successivi cambiera' sia in modulo che in direzione; cambiera' di conseguenza anche la direzione della forza di attrito dinamico, per cui l'accelerazione per $t > 0$ non sara' costante.