ESERCIZIO 1

$$v^+(s) = \frac{\dfrac{R_2}{1+R_2Cs}}{\dfrac{R_2}{1+R_2Cs} + R_1 + \dfrac{1}{Cs}} v_u(s) \qquad\qquad v^-(s) = \frac{v_u(s)+v_s(s)}{2}$$

Eguagliando ($v^+(s) = v^-(s)$) si ottiene

$$\frac{R_2Cs}{R_2Cs + R_1Cs(1+R_2Cs) + 1 + R_2Cs} v_u(s) = \frac{1}{2}[v_u(s)+v_s(s)]$$

da cui infine

$$A_v(s) = \frac{v_u(s)}{v_s(s)} = -\frac{1 + (R_1+2R_2)Cs + R_1R_2C^2s^2}{1 + R_1Cs + R_1R_2C^2s^2}$$

$$\text{poli}: \quad s_{p1} = -2.76\,\text{Mrad/s} \qquad s_{p2} = -7.24\,\text{Mrad/s}$$

$$\text{zeri}: \quad s_{z1} = -1.62\,\text{Mrad/s} \qquad s_{z2} = -12.4\,\text{Mrad/s}$$

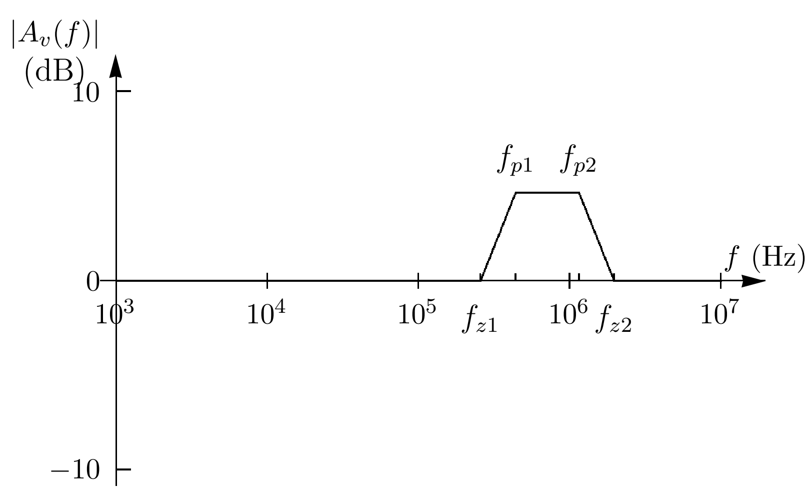
Seguono, per le frequenze delle singolarità, i valori:

$$f_{p1} = \frac{|s_{p1}|}{2\pi} = 440 \text{ kHz} \qquad f_{p2} = \frac{|s_{p2}|}{2\pi} = 1.15 \text{ MHz}$$

$$f_{z1} = \frac{|s_{z1}|}{2\pi} = 257 \text{ kHz} \qquad f_{z2} = \frac{|s_{z2}|}{2\pi} = 1.971 \text{ MHz}$$

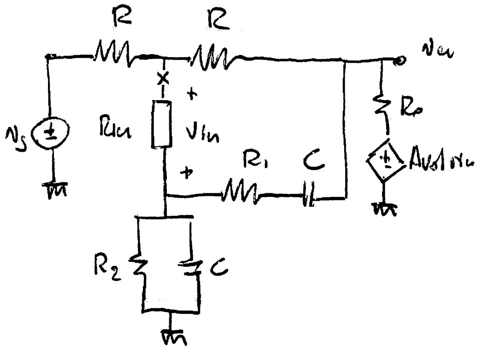
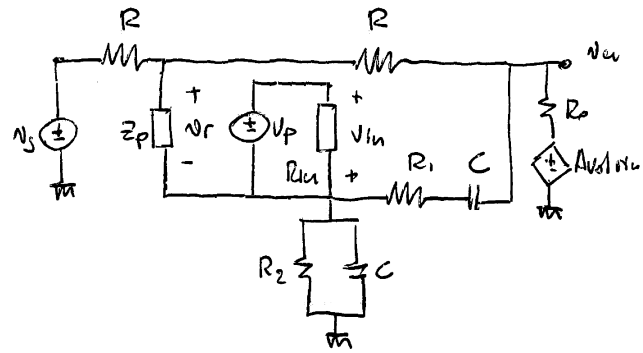
$$A_v(f) = -\frac{\left(1+j\dfrac{f}{f_{z1}}\right)\left(1+j\dfrac{f}{f_{z2}}\right)}{\left(1+j\dfrac{f}{f_{p1}}\right)\left(1+j\dfrac{f}{f_{p2}}\right)}$$

Diagramma di Bode:



Limiti di applicabilità del m.c.v.:

Circuito equivalente, scomposizione tra gli ingressi dell'A.O.:

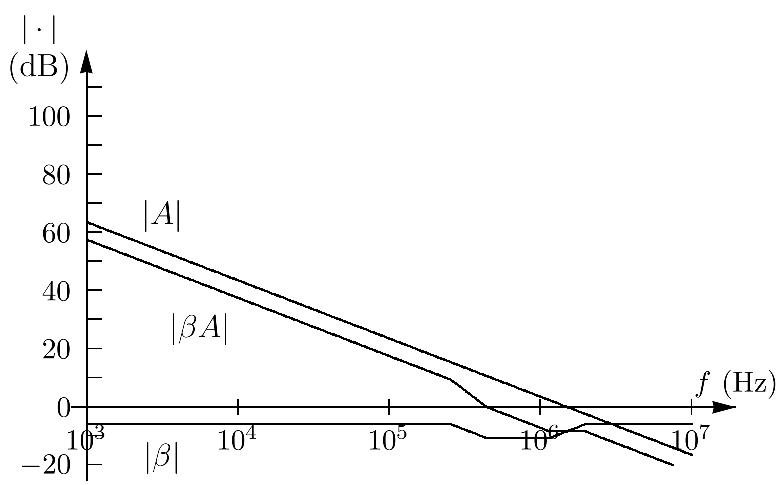
$$A(f) = -A_{vol}(f) = -\frac{A_{vol0}}{1 + j\dfrac{f}{f_p}}$$

$$\beta(s) = \frac{1}{2} - \frac{R_2Cs}{1 + (R_1 + 2R_2)Cs + R_1R_2C^2s^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 + R_1Cs + R_1R_2C^2s^2}{1 + (R_1 + 2R_2)Cs + R_1R_2C^2s^2}$$

$$\beta(f) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(1 + j\dfrac{f}{f_{p1}}\right)\left(1 + j\dfrac{f}{f_{p2}}\right)}{\left(1 + j\dfrac{f}{f_{z1}}\right)\left(1 + j\dfrac{f}{f_{z2}}\right)}$$

con $f_{p1}, f_{p2}, f_{z1}, f_{z2}$ già calcolati al punto precedente (i poli di β sono gli zeri di A_v e i poli di A_v sono gli zeri di β.).

Diagrammi di Bode:



Detta f^* la frequenza per la quale si ha $|\beta A| = 1$, dal diagramma si vede che è $f^* \ll f_{p2}, f_{z2}$; dunque per $f \simeq f^*$ si ha

$$\beta A(f) \simeq -\frac{A_{vol0}}{2} \cdot \frac{\left(1 + j\dfrac{f}{f_{p1}}\right)}{\left(1 + j\dfrac{f}{f_p}\right)\left(1 + j\dfrac{f}{f_{z1}}\right)}$$

Imponendo $|\beta A| = 1$ si ottiene

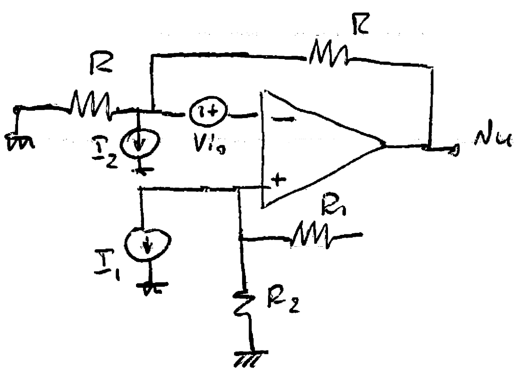
$$\frac{1}{4}A_{vol0}^2\left(1 + \frac{f^2}{f_{p1}^2}\right) = \left(1 + \frac{f^2}{f_p^2}\right)\left(1 + \frac{f^2}{f_{z1}^2}\right)$$

cioè

$$f^4\left(\frac{1}{f_p^2 f_{z1}^2}\right) + f^2\left(\frac{1}{f_p^2} + \frac{1}{f_{z1}^2} - \frac{1}{4}A_{vol0}^2\frac{1}{f_{p1}^2}\right) + 1 - \frac{1}{4}A_{vol0}^2 = 0.$$

Risolvendo si ottiene, come unico risultato fisicamente significativo, il valore $f = 515.5$ kHz $(= f^*)$. Data la vicinanza di f^* con le singolarità f_{p1} ed f_{z1} il valore dello sfasamento di βA alla frequenza f^* non è (esattamente) $\pm\pi/2$, per cui il valore determinato per f^* è solo un'approssimazione del limite di applicabilità[1].

Massimo sbilanciamento:



Con i dati forniti si ha:

$$V_{io} = \pm 3 \text{ mV}$$

$$\text{e} \quad I_1 = 70\,\text{nA} \quad \text{e} \quad I_2 = 90\,\text{nA}$$

$$\text{oppure} \quad I_1 = 90\,\text{nA} \quad \text{e} \quad I_2 = 70\,\text{nA}.$$

$|V_U| = |RI_2 - 2R_2I_1 - 2V_{io}|$, che risulta massimo per $I_1 = 70\,\text{nA}, I_2 = 90\,\text{nA}, V_{io} = -3$ mV; dunque $\quad \max|V_U| = 6.62$ mV.

Calcolo di α:

Siccome $A_v = -\dfrac{\alpha}{\beta}$ $\quad$ e $\quad \beta = -\dfrac{1}{2}A_v,\quad$ allora $\quad \alpha = \dfrac{1}{2}.$

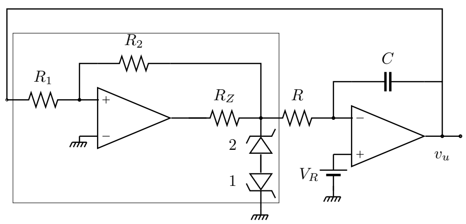
(questo risultato può ovviamente essere ricavato anche mediante la scomposizione).

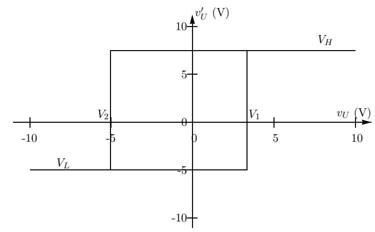
---

[1] alla frequenza f^* appena determinata, lo sfasamento **della restrizione** di $\beta A(f)$ utilizzata per il calcolo risulta pari a circa 0.422π. La frequenza per la quale si ha $|\beta A| = 1$ - determinata senza far uso di approssimazioni - è $f' = xxx$ kHz; a questa frequenza, lo sfasamento di βA risulta pari a circa xx rad.

ESERCIZIO 2

Il blocco nel riquadro è un comparatore non invertente con la caratteristica ingresso-uscita riportata in figura:



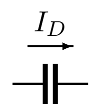


$$V_H = V_{Z2}+V_\gamma = 7.5\,\mathrm{V}, V_L = -(V_{Z1}+V_\gamma) = -5\,\mathrm{V}, V_1 = -V_L\frac{R_1}{R_2} = 3.33\,\mathrm{V}, V_2 = -V_H\frac{R_1}{R_2} = -5\,\mathrm{V}$$

La tensione $v_u(t)$ ha andamento triangolare con le seguenti caratteristiche:

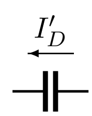
* val minimo: $V_2 = -5$ V
* val. massimo: $V_1 = 3.33$ V.
* pendenza della rampa in discesa: $p_d = -\frac{V_H - V_R}{RC} = -2.78$ kV/ s

  (con $v'_u = V_H$, $I_D = \frac{V_H - V_R}{R}$ è la corrente nel condensatore);

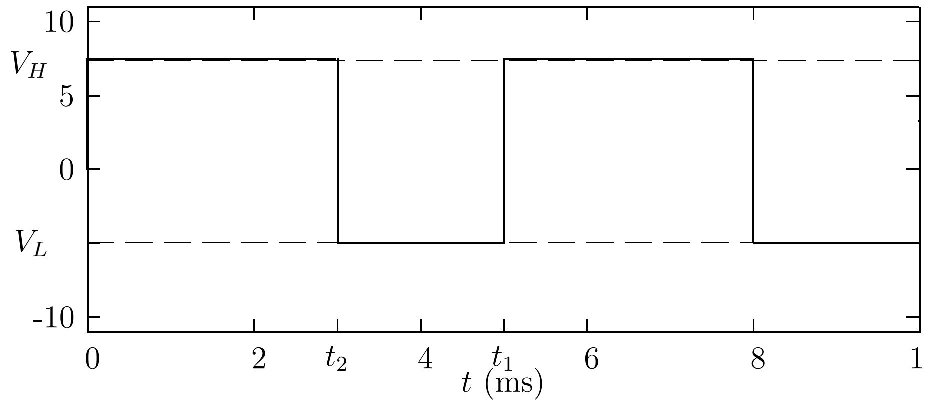
  

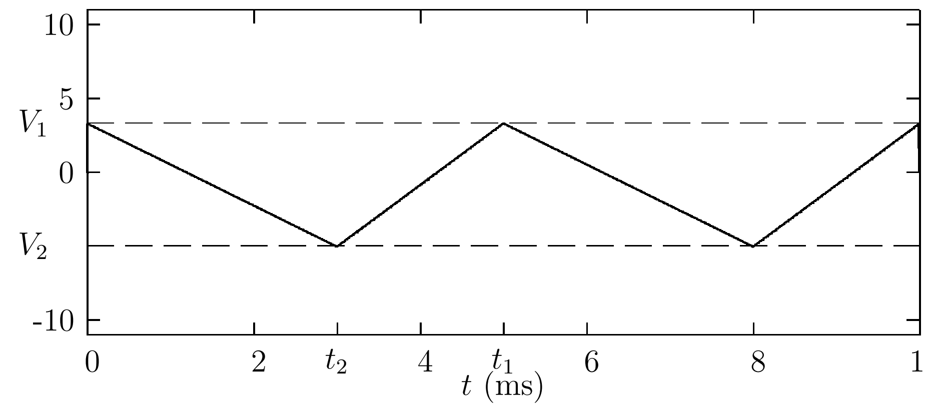
* pendenza della rampa in salita: $p_s = -\frac{V_L - V_R}{RC} = 4.17$ kV/ s

  (con $v'_u = V_L$, $I'_D = \frac{V_R - V_L}{R}$ è la corrente nel condensatore);

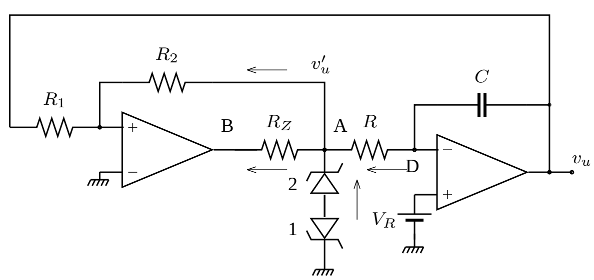
  

* durata della rampa in discesa: $T_d = \frac{V_2 - V_1}{p_d} = 3\,\mathrm{ms}$;
* durata della rampa in salita: $T_s = \frac{V_1 - V_2}{p_s} = 2\,\mathrm{ms}$;
* periodo: $T = T_s + T_d = 5\,\mathrm{ms}$;
* frequenza: $f = 1/T = 200$ Hz.





Detti t_1 e t_2 gli istanti indicati sui diagrammi temporali e con riferimento alle figure che seguono, si ha:



casi a) e b)

a) $t = t_1^-$: $V_A = V_L = -5$ V; $V_B = V_O^- = -12$ V,

$$I_{RZ} = \frac{V_L - V_O^-}{R_Z} = 70\,\text{mA (da A verso B)},\ I_R = \frac{V_R - V_A}{R} = 0.625\,\text{mA (da D verso A)}$$

$$I_{R1} = I_{R2} = \frac{V_A - v_u(t_1^-)}{R_1 + R_2} = -0.333\,\text{mA, essendo } v_u(t_1^-) = V_1 = 3.33\text{ V};$$

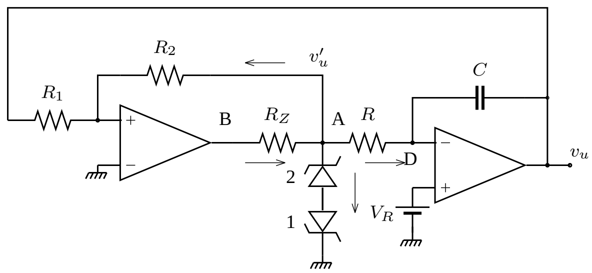
segue $I_Z = I_{RZ} + I_{R1} - I_R = 69.042\,\text{mA}$;

b) $t = t_2^+$: $V_A = V_L = -5$ V; $V_B = V_O^- = -12$ V,

$$I_{RZ} = \frac{V_L - V_O^-}{R_Z} = 70\,\text{mA (da A verso B)};\ I_R = \frac{V_R - V_A}{R} = 0.625\,\text{mA (da D verso A)}$$

$$I_{R1} = I_{R2} = \frac{V_A - v_u(t_2^+)}{R_1 + R_2} = 0,\ \text{essendo}\ v_u(t_2^+) = V_2 = -5\ \text{V} = V_A;$$

segue $I_Z = I_{RZ} + I_{R1} - I_R = 69.375\,\text{mA}$;



casi c) e d)

c) $t = t_1^+$: $V_A = V_H = 7.5$ V; $V_B = V_O^+ = 12$ V

$$I_{RZ} = \frac{V_O^+ - V_H}{R_Z} = 45\,\text{mA (da B verso A)};\ I_R = \frac{V_H - V_R}{R} = 0.417\,\text{mA (da A verso D)},$$

$$I_{R1} = I_{R2} = \frac{V_H - v_u(t_1^+)}{R_1 + R_2} = 0.167\,\text{mA},\ \text{essendo}\ v_u(t_1^+) = V_1 = 3.333\ \text{V};$$

segue $I_Z = I_{RZ} - I_{R1} - I_R = 44.417\,\text{mA}$;

d) $t = t_2^-$: $V_A = V_H = 7.5$ V; $V_B = V_O^+ = 12$ V,

$$I_{RZ} = \frac{V_O^+ - V_H}{R_Z} = 45\,\text{mA (da B verso A)};\ I_R = \frac{V_H - V_R}{R} = 0.417\,\text{mA (da A verso D)},$$

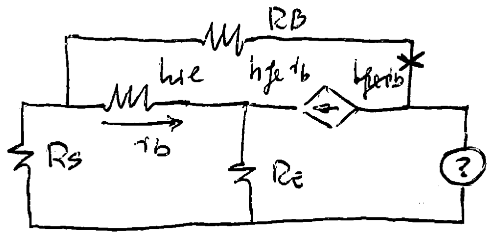
$$I_{R1} = I_{R2} = \frac{V_H - v_u(t_1^-)}{R_1 + R_2} = 0.500\,\text{mA},\ \text{essendo}\ v_u(t_2^-) = V_2 = -5\ \text{V};$$

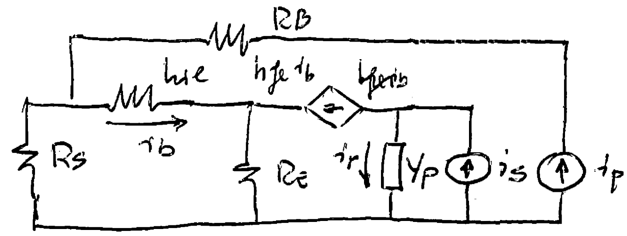
segue $I_Z = I_{RZ} - I_{R1} - I_R = 44.083\,\text{mA}$;

In tutti i casi, il segno (positivo) della corrente I_Z nei diodi, prova il loro corretto funzionamento.

ESERCIZIO 3

Circuito per le varizioni e scomposizione:





$$\rho = 0, \qquad Y_p = Y_i = \left[R_S + \{R_S /\!\!/ [h_{ie} + R_E(h_{fe}+1)]\}\right]^{-1}, \qquad Y_b = 0$$

$$i_r = -h_{fe} i_b, \qquad i_b = \frac{R_S}{R_S + h_{ie} + R_E(h_{fe}+1)} i_p, \quad \beta A = \left.\frac{i_r}{i_p}\right|_{i_s=0} = -h_{fe}\frac{R_S}{R_S + h_{ie} + R_E(h_{fe}+1)}$$

a) con $R_E = 1.5\,\mathrm{k\Omega}$:

$$Y_P = \left[R_B + \{R_S /\!\!/ [h_{ie} + R_E(h_{fe}+1)]\}\right]^{-1} = 9.90\,\mu\mathrm{S},$$

$$\beta A = -h_{fe}\frac{R_S}{R_S + h_{ie} + R_E(h_{fe}+1)} = -0.654 \quad \text{(reazione negativa di tensione)}$$

$$Y_o = (Y_p + Y_b)(1 - \beta A) = 16.4\,\mu\mathrm{S}, \qquad R_o = 1/Y_o = 61.04\,\mathrm{k\Omega}.$$

b) con $R_E = 0$:

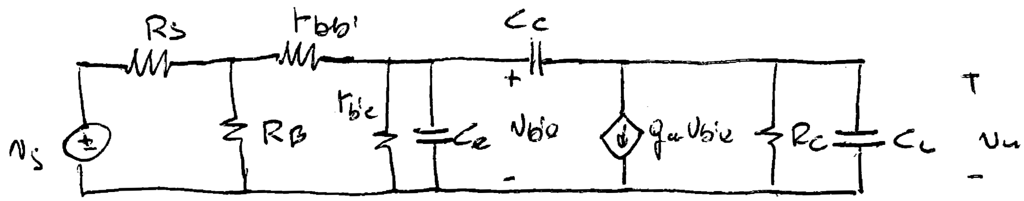
$$Y_P = \left[R_B + (R_S /\!\!/ h_{ie})\right]^{-1} = 9.93\,\mu\mathrm{S},$$

$$\beta A = -h_{fe}\frac{R_S}{R_S + h_{ie}} = -51.43 \quad \text{(reazione negativa di tensione)}$$

$$Y_o = (Y_p + Y_b)(1 - \beta A) = 520.6\,\mu\mathrm{S}, \qquad R_o = 1/Y_o = 1.92\,\mathrm{k\Omega}.$$

ESERCIZIO 4

Circuito per le variazioni alle alte frequenze:



$$f_T = \frac{g_m}{2\pi(C_e + C_c)} \simeq 250 \text{ MHz}$$

Guadagno a centro banda:

Il guadagno a centro banda si calcola con le capacità C_e, C_c, C_L (che agiscono ad alte frequenze) aperte e con C_E chiusa:

$$A_{CB} = -g_m R_C \cdot \frac{R_B}{R_B + R_S} \cdot \frac{r_{b'e}}{r_{b'e} + r_{bb'} + (R_B /\!/ R_S)} = -144.4 \quad (= 43.2\,\text{dB}).$$

Metodo di Grabel:

Alle alte frequenze agiscono le capacità parassite (C_e e C_c) e il condensatore C_L. I tre elementi reattivi - tra loro interagenti - costituiscono una maglia impropria per cui c'è da aspettarsi un numero massimo di poli pari a 2.

$$\begin{aligned}
R_e^0 &= r_{b'e} /\!/ [r_{bb'} + (R_S /\!/ R_B)] = 878.2\,\Omega \\
R_c^0 &= R_e^0 + R_C(1 + g_m R_e^0) = 222.4\,\text{k}\Omega \\
R_L^0 &= R_C = 2\,\text{k}\Omega \\
R_e^c &= R_e^0 /\!/ \frac{1}{g_m} /\!/ R_C = 7.896\,\Omega \\
R_c^e &= R_C \\
R_e^L &= R_e^0 \\
R_L^e &= R_C \\
R_c^L &= R_e^0 \\
R_L^c &= R_e^0 /\!/ \frac{1}{g_m} /\!/ R_C = R_e^c \\
R_e^{cL} &= 0, \qquad R_c^{eL} = 0, \qquad R_L^{ec} = 0 \qquad\qquad \text{(sistema del secondo ordine)}
\end{aligned}$$

Dunque

$$\begin{aligned}
a_1 &= C_e R_e^0 + C_c R_c^0 + C_L R_L^0 = 1.278 \times 10^{-6}\,\mathrm{s} \\
a_2 &= C_e C_c R_e^0 R_c^e + C_c C_L R_c^0 R_L^c + C_L C_e R_L^0 R_e^L = 7.684 \times 10^{-15}\,\mathrm{s}^2 \\
a_3 &= 0
\end{aligned}$$

Le radici del polinomio caratteristico $P(s) = 1 + a_1 s + a_2 s^2$ sono

$$s_1 = -786.23\,\mathrm{krad/s} \qquad \text{ed} \qquad s_2 = -165.5\,\mathrm{Mrad/s}$$

e le relative (teoriche) frequenze di polo sono

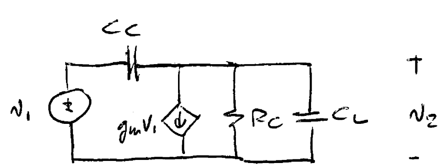
$$f_{p1} = \frac{|s_1|}{2\pi} = 125.13\ \mathrm{kHz} \qquad \text{ed} \qquad f_{p21} = \frac{|s_2|}{2\pi} = 26.34\ \mathrm{MHz}.$$

Lo zero finito di C_c è (teoricamente) alla frequenza

$$f_z = \frac{g_m}{2\pi C_c} = 4\ \mathrm{GHz} \gg f_T/3$$

Le due frequenze di polo risultano di valore inferiore a $f_T/3$ e sono pertanto accettabili come frequenze di polo della risposta. La frequenza di zero f_z è invece oltre il limite massimo di validità del circuito equivalente.

Teorema di Miller:

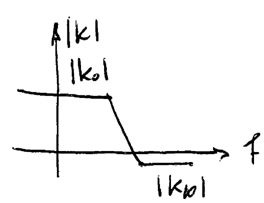


$$\begin{aligned}
k_0 &= -g_m R_C = -250 \\
f_{pk} &= \frac{1}{2\pi R_C (C_c + C_L)} = 1.45\ \mathrm{MHz} \\
k_\infty &= \frac{C_c}{C_c + C_L} = \frac{1}{11} \\
f_{zk} &= f_{pk} \frac{|k_0|}{k_\infty} = 3.97\ \mathrm{GHz}
\end{aligned}$$

$$k(f) = k_0 \frac{1 + j\dfrac{f}{f_{zk}}}{1 + j\dfrac{f}{f_{pk}}}$$

$C'_M = C_c(1 - k_0) = 1.255\,\mathrm{nF}.$

$f_{p,in} = \dfrac{1}{2\pi (C_e + C'_M) R_e^0} = 136.27\ \mathrm{kHz}$



L'errore risulta essere $\varepsilon = \dfrac{f_{p,in} - f_1}{f_1} = 0.089 \qquad (8.90\%)$.