ESERCIZIO 1

1.1 - Funzione di trasferimento

Previsioni asintotiche:

$A(0) = -R_2/R_1 = -2.2 \quad (= 6.85\,\text{dB}), \qquad A_\infty = \dfrac{R_4}{R_3+R_4}\left(1+\dfrac{R_2}{R_2}\right) - \dfrac{R_2}{R_1} = 0.437 \quad (= -7.2\,\text{dB})$

$$A(s) = \left[\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{R_4 Cs}{1+(R_3+R_4)Cs} - \frac{R_2}{R_1}\right] = \frac{(R_1+R_2)R_4Cs - R_2[1+(R_3+R_4)Cs]}{R_1[1+(R_3+R_4)Cs]} =$$

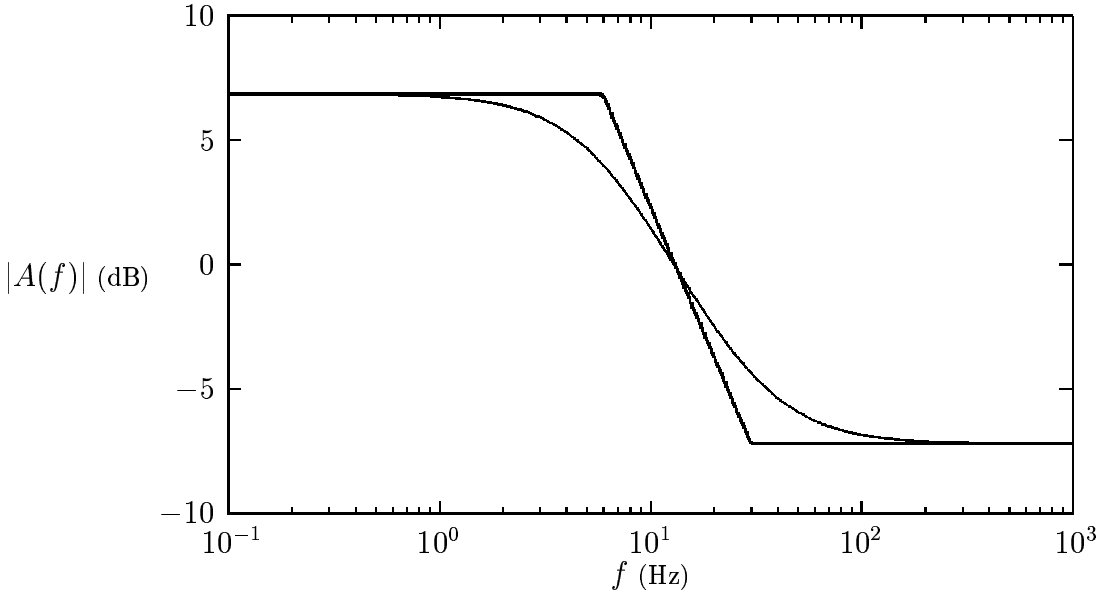
$$= \frac{R_1R_4Cs - R_2 - R_2R_3Cs}{R_1[1+(R_3+R_4)Cs]} = -\frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{1+\left(R_3-\dfrac{R_1R_4}{R_2}\right)Cs}{1+(R_3+R_4)Cs}$$

(zero positivo!)

1.2 - Risposta in frequenza

$$A(f) = A(0)\frac{1-j\dfrac{f}{f_z}}{1+j\dfrac{f}{f_p}}, \quad f_p = \frac{1}{2\pi(R_3+R_4)C} = 5.96\ \text{Hz}, \quad f_z = \frac{1}{2\pi\left(\dfrac{R_1R_4}{R_2}-R_3\right)C} = 30.0\ \text{Hz}$$

1.3 - Diagramma di Bode



ESERCIZIO 2

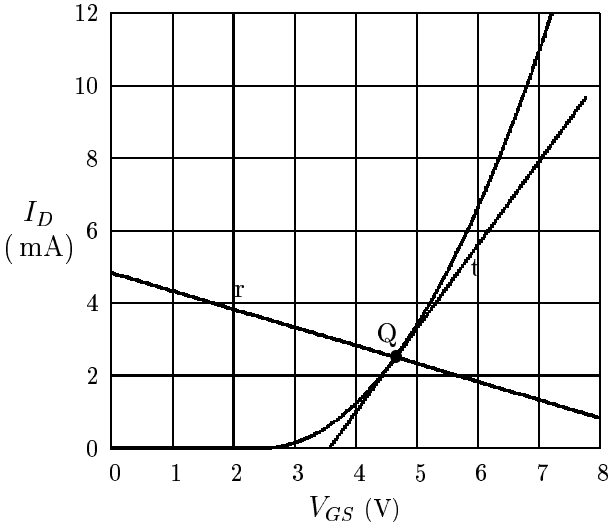
2.1 - Punto di riposo

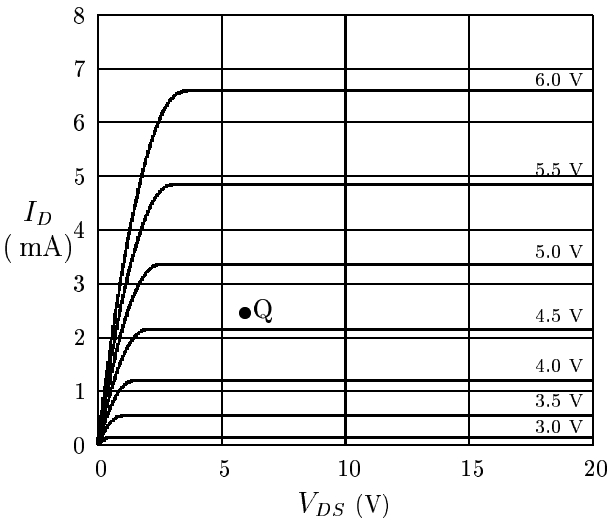
Nell'ipotesi di partitore pesante si ottiene:

$$I_C = \frac{V^+ \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} - V_\gamma}{R_E} = 2.14 \text{ mA} \qquad V_{CE} = V^+ - (R_C + R_E) I_C = 4.97 \text{ V}$$

dalle caratteristiche d'uscita segue $I_B \simeq 7\ \mu$A (l'ipotesi di p. pesante è verificata). Inoltre

$$V_G = V^+ - R_C I_C = 9.67 \text{ V} \qquad \text{e} \qquad V_{GS} = V_G - (R_{S1} + R_{S2}) I_D;$$



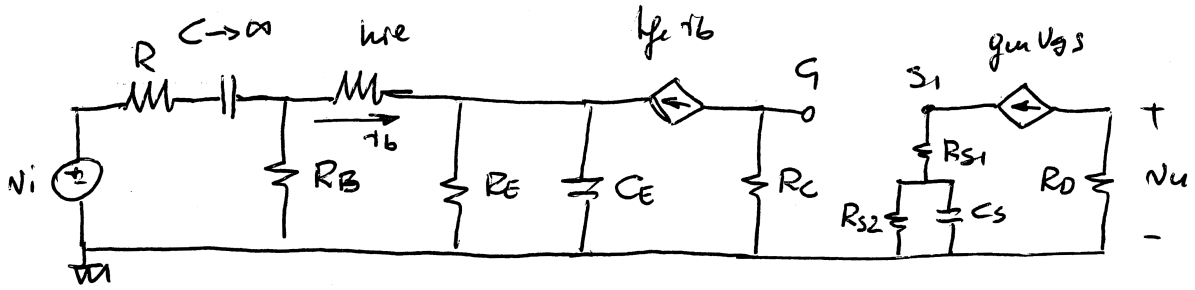


riportando la retta (r) descritta dalla seconda equazione sul piano della caratteristica mutua si ottiene, all'intersezione con la caratteristica stessa, il punto di riposo: $V_{GS} = 4.66$ V, $I_D = 2.50$ mA; inoltre $V_{DS} = V^+ - (R_D + R_{S1} + R_{S2}) I_D = 6.23$ V; infine, essendo il punto di riposo (Q), sulle caratteristiche d'uscita, a destra del "ginocchio", è verificata l'ipotesi di funzionamento in zona di saturazione.

Nel punto di riposo si ha, per il BJT, $h_{fe} = 265, h_{ie} = r_{bb'} + \dfrac{V_T}{I_C} h_{fe} = 3.82\,\text{k}\Omega$ e per il MOSFET $g_m = 2.32\,\text{mS}$ (quest'ultimo parametro si ricava come pendenza della retta (t) tangente alla caratteristica mutua del MOSFET nel punto di riposo).

2.2 - Risposta in frequenza

Circuito equivalente: (il condensatore C viene considerato chiuso per qualsiasi frequenza finita)



Le capacità C_E e C_S non interagiscono; pertanto le relative frequenze di polo possono essere valutate (in modo esatto) utilizzando il metodo della resistenza vista. Dette $R_S = R_{S1} + R_{S2} = 2\,\mathrm{k}\Omega$ ed $R_B = R_1 /\!\!/ R_2 = 16.8\,\mathrm{k}\Omega$, per C_E si ha

$$R_{vCE} = R_E /\!\!/ \frac{h_{ie} + (R_B /\!\!/ R)}{h_{fe} + 1} = 14.7\,\Omega$$

Segue $f_{pCE} = \dfrac{1}{2\pi C_E R_{vCE}} = 329$ Hz. Per C_S vale

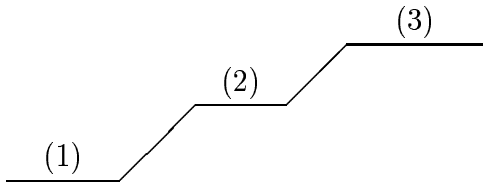
$$R_{vCS} = R_{S2} /\!\!/ (R_{S1} + 1/g_m) = 608\,\Omega$$

Segue $f_{pCS} = \dfrac{1}{2\pi C_S R_{vCS}} = 970$ Hz.

Le frequenze di zero dei due condensatori sono

$$f_{zCE} = \frac{1}{2\pi C_E R_E} = 2.19 \text{ Hz} \qquad \text{ed} \qquad f_{pCS} = \frac{1}{2\pi C_S R_{S2}} = 491 \text{ Hz}$$

Essendo $f_{zCE} < f_{pCE} < f_{zCS} < f_{pCS}$, l'andamento qualitativo della risposta (asintotica, in ampiezza) è del tipo mostrato in figura; dunque esiste una regione di frequenze (1) in cui i condensatori C_S e C_E si comportano come rami aperti, una (2) in cui C_E può essere considerato chiuso, mentre C_S è ancora aperto e un'altra (3), in cui tutti i condensatori hanno comportamento da cortocircuito.



Dette $R_S = R_{S1} + R_{S2} = 2\,\mathrm{k}\Omega$ ed $R_B = R_1 /\!\!/ R_2 = 16.8\,\mathrm{k}\Omega$, per i condensatori C_E e C_S aperti (e C considerato un cortocircuito come già detto), si ha

$$2_1 = \frac{v_u}{v_i} = \frac{R_B}{R_B + R} \cdot \frac{g_m R_D}{1 + g_m R_S} \cdot \frac{h_{fe} R_C}{(R /\!\!/ R_B) + h_{ie} + R_E(h_{fe} + 1)} = 1.94 \ (= 5.74\,\mathrm{dB})$$

Con C_E chiuso e C_S aperto si ha

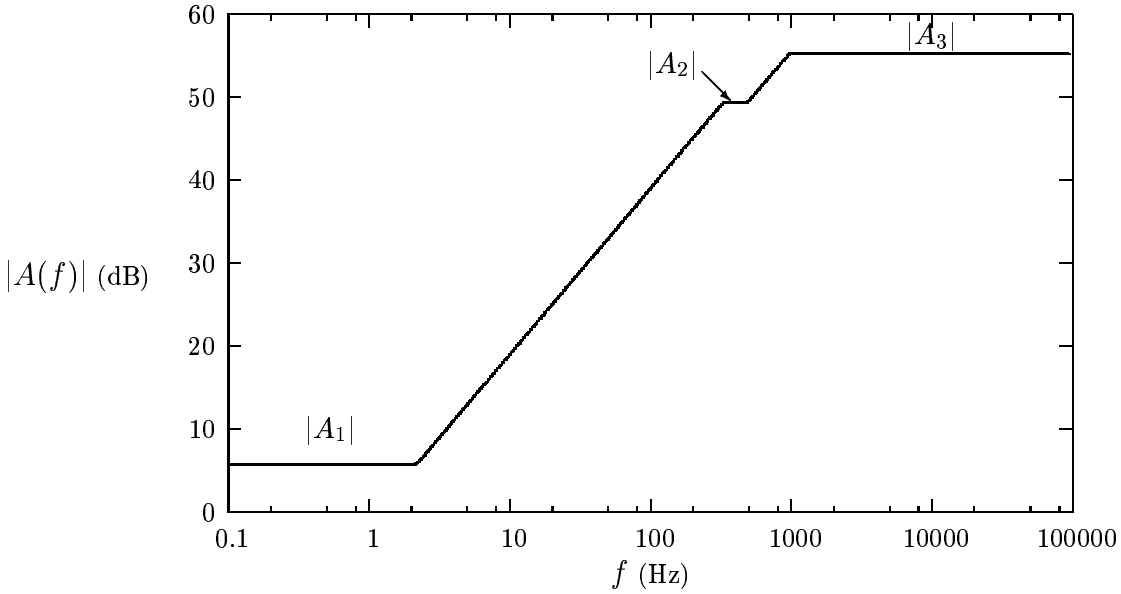
$$A_2 = \frac{v_u}{v_i} = \frac{R_B}{R_B + R} \cdot \frac{g_m R_D}{1 + g_m R_S} \cdot \frac{h_{fe} R_C}{(R /\!\!/ R_B) + h_{ie}} = 291 \ (= 49.27\,\mathrm{dB})$$

Infine, con i tre condensatori chiusi, si ha

$$A_3 = \frac{v_u}{v_i} = \frac{R_B}{R_B + R} \cdot \frac{g_m R_D}{1 + g_m R_{S1}} \cdot \frac{h_{fe} R_C}{(R /\!\!/ R_B) + h_{ie}} = 574 \ (= 55.2\,\mathrm{dB})$$

$$A(f) = A_1 \frac{\left(1 + j\dfrac{f}{f_{zCS}}\right)\left(1 + j\dfrac{f}{f_{zCE}}\right)}{\left(1 + j\dfrac{f}{f_{pCS}}\right)\left(1 + j\dfrac{f}{f_{pCE}}\right)}$$

Diagramma di Bode



2.3 - Riduzione del guadagno di un fattore H

È necessario risolvere l'equazione $|A(f)| = \dfrac{A_3}{H}$; osservando che sia ha

$$A_2 = A_1 \frac{f_{pCE}}{f_{zCE}} \qquad \text{e} \qquad A_3 = A_2 \frac{f_{pCS}}{f_{zCS}} = A_1 \frac{f_{pCE}}{f_{zCE}} \cdot \frac{f_{pCS}}{f_{zCS}} \quad \text{segue}$$

$$\left| A(f) = A_1 \frac{\left(1 + j\dfrac{f}{f_{zCS}}\right)\left(1 + j\dfrac{f}{f_{zCE}}\right)}{\left(1 + j\dfrac{f}{f_{pCS}}\right)\left(1 + j\dfrac{f}{f_{pCE}}\right)} \right| = \frac{A_1}{H} \frac{f_{pCE}}{f_{zCE}} \cdot \frac{f_{pCS}}{f_{zCS}}$$

cioè

$$|A(f)| = A_1 \frac{\sqrt{1 + \dfrac{f^2}{f_{zCS}^2}}\sqrt{1 + \dfrac{f^2}{f_{zCE}^2}}}{\sqrt{1 + \dfrac{f^2}{f_{pCS}^2}}\sqrt{1 + \dfrac{f^2}{f_{pCE}^2}}} = \frac{A_1}{H} \frac{f_{pCE}}{f_{zCE}} \cdot \frac{f_{pCS}}{f_{zCS}}$$

da cui

$$\frac{\sqrt{1 + \dfrac{f^2}{f_{zCS}^2}}\sqrt{1 + \dfrac{f^2}{f_{zCE}^2}}}{\sqrt{1 + \dfrac{f^2}{f_{pCS}^2}}\sqrt{1 + \dfrac{f^2}{f_{pCE}^2}}} = \frac{1}{H} \frac{f_{pCE}}{f_{zCE}} \cdot \frac{f_{pCS}}{f_{zCS}}.$$

Segue:

$$H f_{zCE} f_{zCS} \sqrt{1 + \frac{f^2}{f_{zCS}^2}}\sqrt{1 + \frac{f^2}{f_{zCE}^2}} = f_{pCE} f_{pCS} \sqrt{1 + \frac{f^2}{f_{pCS}^2}}\sqrt{1 + \frac{f^2}{f_{pCE}^2}}$$

Elevando al quadrato:

$$H^2 f_{zCE}^2 f_{zCS}^2 \left(1+\frac{f^2}{f_{zCS}^2}\right)\left(1+\frac{f^2}{f_{zCE}^2}\right) = f_{pCE}^2 f_{pCS}^2 \left(1+\frac{f^2}{f_{pCS}^2}\right)\left(1+\frac{f^2}{f_{pCE}^2}\right)$$

si ottiene dunque un'equazione biquadratica in f (ossia di secondo grado in f^2), risolvendo la quale si ricava $f^2 = -233557$ Hz^2 (valore privo di significato fisico) e $f^2 = 9093$ Hz^2; da quest'ultima segue (scartando la radice negativa, anch'essa priva di significato fisico) $f = 93.36$ Hz; dunque

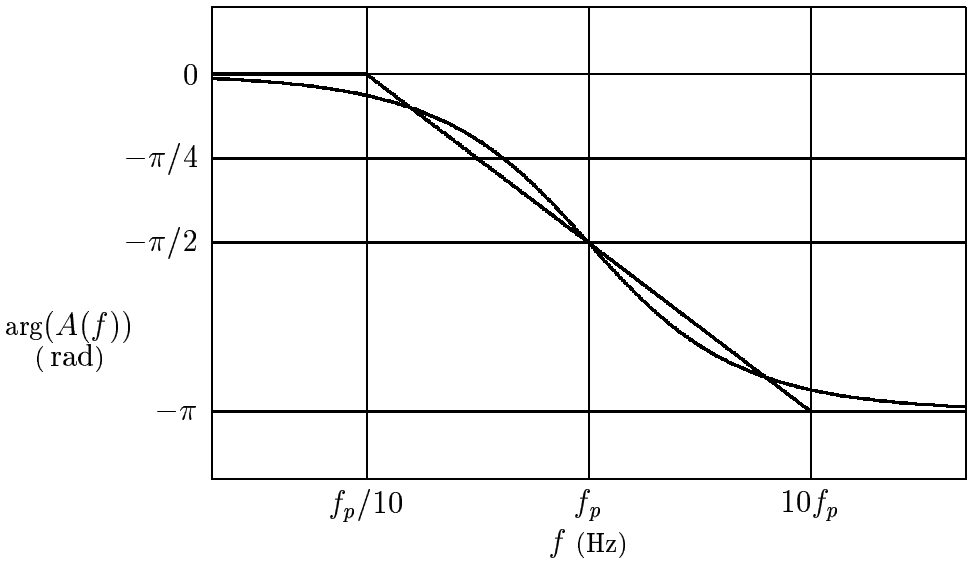
$$f_0 = 95.36 \text{ Hz}.$$

ESERCIZIO 3

3.1 - Risposta in frequenza

$$A(f) = \frac{1 - j\dfrac{f}{f_z}}{1 + j\dfrac{f}{f_p}} \quad \text{con} \quad f_p = f_z = \frac{1}{2\pi RC}$$

3.2 - Diagramma di Bode



3.3 - Calcolo approssimato del valore di C

Sul diagramma asintotico, l'andamento dello sfasamento è lineare con il logaritmo di f; pertanto la frequenza f_1 alla quale lo sfasamento è pari a $-\pi/4$ (valore medio tra 0 e $-\pi/2$) è la media geometrica tra $f_p/10$ frequenza alla quale lo sfasamento è nullo) ed f_p (frequenza alla quale lo sfasamento è pari a $-\pi/2$. Imponendo questa condizione:

$$f_1 = \sqrt{\frac{f_p}{10}\cdot f_p} = \frac{f_p}{\sqrt{10}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{10}RC} \qquad \text{segue} \qquad C = \frac{1}{2\pi\sqrt{10}Rf_1} = 5.03 \text{ nF}.$$

3.4 - Calcolo esatto del valore di C

L'andamento dello sfasamento è in realtà del tipo

$$\varphi(f) = -2\arctan(f/f_p)$$

Pertanto la condizione richiesta impone:

$$-\pi/4 = -2\arctan(f/f_p) = -2\arctan 2\pi RCf_1, \qquad \text{da cui segue}$$

$$\frac{\pi}{8} = \arctan 2\pi RCf_1, \qquad \text{ossia} \qquad \tan(\pi/8) = 2\pi RCf_1, \quad \text{da cui} \quad C = \frac{\tan(\pi/8)}{2\pi f_1 R} = 6.59 \text{ nF}.$$

ESERCIZIO 4

$$A = \frac{-R_B}{R_B+R_S}\,\frac{h_{fe}R_C}{(R_S \parallel R_B)+h_{ie}+R_E(h_{fe}+1)} = \begin{cases} -1.20 & (R_E = 2k\Omega) \\ -21.16 & (R_E = 100\Omega) \end{cases}$$

$$\frac{dA}{dh_{fe}} = -\frac{R_B}{R_B+R_S}\,\frac{R_C\left[(R_S \parallel R_B)+h_{ie}+R_E(h_{fe}+1)\right]-h_{fe}R_E R_C}{\left[(R_S \parallel R_B)+h_{ie}+R_E(h_{fe}+1)\right]^2}$$

$$S^A_{h_{fe}} = \frac{dA}{dh_{fe}}\,\frac{h_{fe}}{A} = \frac{(R_S \parallel R_B)+h_{ie}+R_E}{(R_S \parallel R_B)+h_{ie}+R_E(h_{fe}+1)} = \begin{cases} 10.5\times10^{-3} \ (1.05\%) & (R_E = 2k\Omega) \\ 0.130 \ (13\%) & (R_E = 100\Omega) \end{cases}$$

Commenti: un valore maggiore di R_E riduce il guadagno, ma riduce anche la sensitività, rendendo il valore del guadagno stesso meno sensibile alle variazioni di h_{fe}: con $R_E = 2k\Omega$ una variazione del 10% del valore di h_{fe} determina una variazione del $\frac{10}{100}\times 10.5\times10^{-3} = 1.05\times10^{-3}$ ($=0.105\%$) del valore dell'amplificazione, mentre con $R_E = 100\Omega$ la stessa variazione di h_{fe} produce una variazione del $\frac{10}{100}\times 0.130 = 13\times10^{-3}$ ($=1.3\%$) del valore del guadagno.