



UNIVERSITÀ DI PISA  
**DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELLA INFORMAZIONE**  
ELETTRONICA, INFORMATICA, TELECOMUNICAZIONI

**TEORIA DEI SEGNALE – 22/11/11**

**Esercizio 1.** Si calcoli la risposta in frequenza del sistema LTI caratterizzato dalla seguente relazione ingresso-uscita:  $y(t) = -\frac{dy(t)}{dt} + 5x(t-T)$ . Se  $x(t) = 2\sin(\pi t/T + \pi/6)$ , qual è l'espressione di  $y(t)$ ?

**Esercizio 2.** Sia dato il sistema definito dalla seguente caratteristica ingresso-uscita  $y(t) = x^2(t)\cos(2\pi f_1 t)$ . Dire, giustificando ogni affermazione fatta, se il sistema è 1) lineare, 2) causale, 3) stabile (BIBO), 4) tempo-invariante. E' possibile calcolare la risposta impulsiva del sistema?

**Esercizio 3.** Si dimostri che, data la risposta impulsiva  $h(t)$  di un LTI, la risposta ad un qualunque segnale di ingresso  $x(t)$  è dato dalla convoluzione tra  $h(t)$  e  $x(t)$ .

**Esercizio 4.** Un lotto di 100 cuscinetti a sfera ne contiene 20 difettosi. Due cuscinetti vengono selezionati casualmente, senza reimmissione, dal lotto.

- 1) Qual è la probabilità che il primo cuscinetto selezionato sia difettoso?
- 2) Qual è la probabilità che il secondo cuscinetto selezionato sia difettoso sapendo che anche il primo lo era?
- 3) Qual è la probabilità che entrambi i cuscinetti siano difettosi?

**Esercizio 5.** Le due v.a. discrete  $X$  e  $Y$  hanno una funzione massa di probabilità congiunta come riportato in tabella 1. Determinare  $P(Y=1|X=1)$ ,  $P(X=1|Y=1)$  e la correlazione tra le due variabili  $R_{XY} = E\{XY\}$ .

	X=-1	X=0	X=1
Y=-1	1/4	1/8	0
Y=0	0	1/4	0
Y=1	0	1/8	1/4

Tabella 1

**Esercizio 6.**

Un processo casuale  $Y(t)$  è definito da  $Y(t) = A X(t) \cos(2\pi f_0 t + \theta)$  dove  $A$  e  $f_0$  sono costanti reali e  $\theta$  è una v.a. uniformemente distribuita in  $[-\pi, \pi]$ .  $X(t)$  è un processo stazionario in senso lato a media nulla con funzione di autocorrelazione  $R_X(\tau)$  e densità spettrale di potenza  $S_X(f)$ . Si dimostri che anche  $Y(t)$  è stazionario in senso lato e se ne calcoli la densità spettrale di potenza.