Freno a Ceppo Asimmetrico

Massimo Guiggiani

6 marzo 2022

Freno a ceppo asimmetrico

Sono noti (Fig. 1):

- dimensioni a, b ed r;
- lo spessore c del ceppo (non indicato in figura);
- coefficiente di attrito f;
- velocità angolare ω;
- forza F;
- i due angoli α e β.

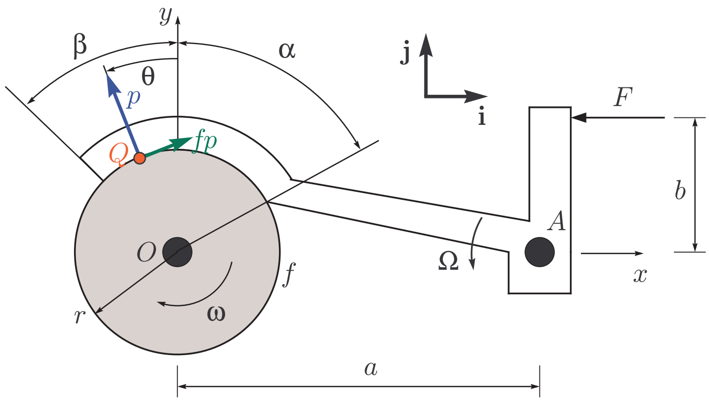

Figura 1: Schema di un freno a ceppo asimmetrico

Si vuole calcolare il momento frenante M_f agente sul cilindro.

Direzione di accostamento e tasso di usura

L'analisi dell'usura è identica al caso simmetrico. Quindi $p(\theta) = p_0 \cos(\theta)$, con $\theta = 0$ alla direzione di accostamento (linea per O, ortogonale a OA), come in Fig. 1.

Risultante e momento frenante

Si procede a calcolare la risultante $\mathbf{R} = R_x\mathbf{i} + R_y\mathbf{j}$ di tutte le azioni elementari di pressione e di attrito agenti sul ceppo (Fig. 1)

$$\begin{aligned} R_y &= \int_{-\alpha}^{\beta} cp_0[\cos(\theta)\cos(\theta) + f\cos(\theta)\sin(\theta)]rd\theta \\ &= \frac{crp_0}{4}\{2\alpha + \sin(2\alpha) + 2\beta + \sin(2\beta) + f[\cos(2\alpha) - \cos(2\beta)]\} \end{aligned} \tag{1}$$

e

$$\begin{aligned} R_x &= \int_{-\alpha}^{\beta} cp_0[-\cos(\theta)\sin(\theta) + f\cos(\theta)\cos(\theta)]rd\theta \\ &= \frac{crp_0}{4}\{-\cos(2\alpha) + \cos(2\beta) + f[(2\alpha + \sin(2\alpha) + 2\beta + \sin(2\beta)]\} \end{aligned} \tag{2}$$

Analogamente, il momento frenante M_f rispetto al punto O vale

$$M_f = \int_{-\alpha}^{\beta} cfp_0\cos(\theta)r^2d\theta = cr^2p_0f[\sin(\alpha) + \sin(\beta)] > 0 \tag{3}$$

con $M_O = -M_f$, dato che ω è in *senso orario*. Si noti la differenza fra M_O, momento con segno rispetto a O, e il momento frenante M_f, positivo per definizione qualunque sia il verso di ω.

Quindi, l'effetto globale di tutte le azioni elementari di pressione e di attrito è una forza $\mathbf{R}$ applicata in O, più un momento di trasporto $\mathbf{M}_O = M_O\mathbf{k} = -M_f\mathbf{k}$.

Adesso si può imporre l'equilibrio alla rotazione rispetto al punto A del ceppo

$$Fb - R_ya - M_f = 0 \tag{4}$$

che risolta fornisce il valore di p_0.

Risultante e momento frenante: metodo alternativo

Si procede considerando separatamente l'effetto della pressione e l'effetto dell'attrito.

Dalle (1) e (2) è immediato ottenere le componenti della risultante $\mathbf{N}$ delle pressioni e della risultante $\mathbf{T}$ delle azioni di attrito

$$\begin{aligned} N_y &= \int_{-\alpha}^{\beta} cp_0[\cos(\theta)\cos(\theta)]rd\theta \\ &= \frac{crp_0}{4}[2\alpha + \sin(2\alpha) + 2\beta + \sin(2\beta)] \end{aligned} \tag{5}$$

e

$$\begin{aligned} N_x &= \int_{-\alpha}^{\beta} cp_0[-\cos(\theta)\sin(\theta)]rd\theta \\ &= \frac{crp_0}{4}[-\cos(2\alpha) + \cos(2\beta)] \end{aligned} \tag{6}$$

Quindi

$$\begin{aligned} T_y &= \int_{-\alpha}^{\beta} cp_0[f\cos(\theta)\sin(\theta)]rd\theta \\ &= \frac{crp_0}{4} f[\cos(2\alpha) - \cos(2\beta)] \\ &= -fN_x \end{aligned} \tag{7}$$

e

$$\begin{aligned} T_x &= \int_{-\alpha}^{\beta} cp_0 f[\cos(\theta)\cos(\theta)]rd\theta \\ &= \frac{crp_0}{4} f[(2\alpha + \sin(2\alpha) + 2\beta + \sin(2\beta)] \\ &= fN_y \end{aligned} \tag{8}$$

Dato che ad ogni pressione p corrisponde un'azione di attrito fp ruotata di $\pi/2$ sempre dalla stessa parte, si ha che in questo caso $T = fN$, con $\mathbf{T}$ ortogonale a $\mathbf{N}$.

Il momento frenante è ancora dato da (3).

Ovviamente, $R_y = N_y + T_y$ e $R_x = N_x + T_x$. A ben vedere, il metodo alternativo è esattamente uguale all'altro.

Per $\alpha = 60$ deg e $\beta = 30$ deg, si ha

$$\begin{aligned} 2\alpha + \sin(2\alpha) + 2\beta + \sin(2\beta) &= 1.2184 \\ -\cos(2\alpha) + \cos(2\beta) &= 0.25 \end{aligned} \tag{9}$$

Esempi di freni a ceppo

Si lascia al lettore l'interpretazione dei vettori riportati in ciascuna Figura

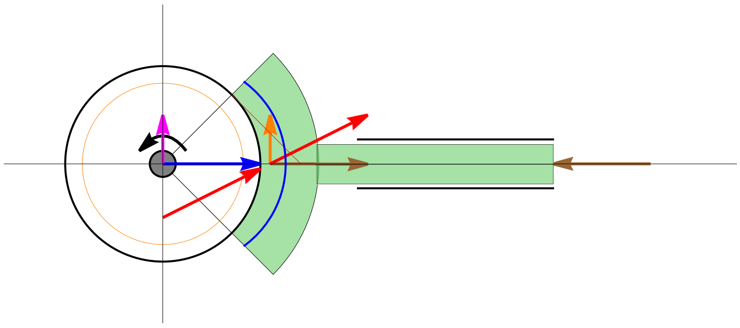

Figura 2: Esempio di freno simmetrico

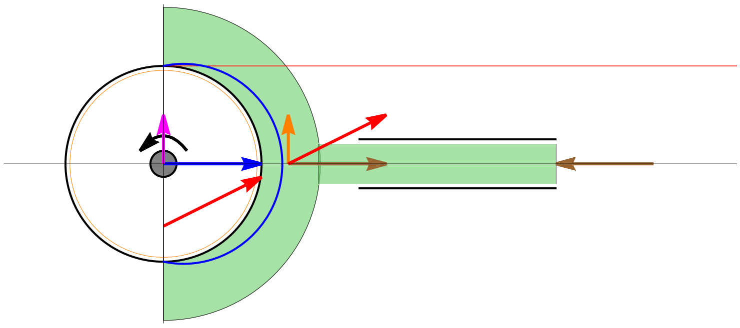

Figura 3: Esempio di freno simmetrico troppo ampio

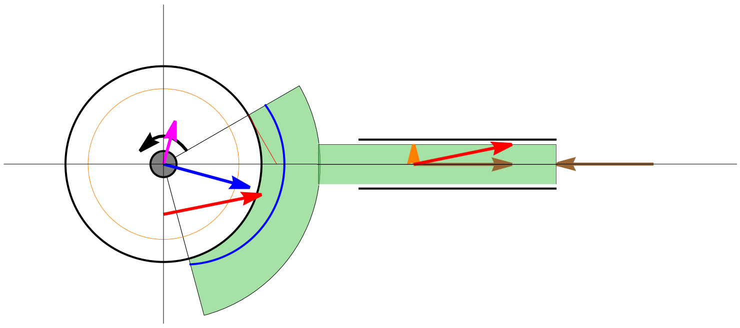

Figura 4: Esempio di freno asimmetrico

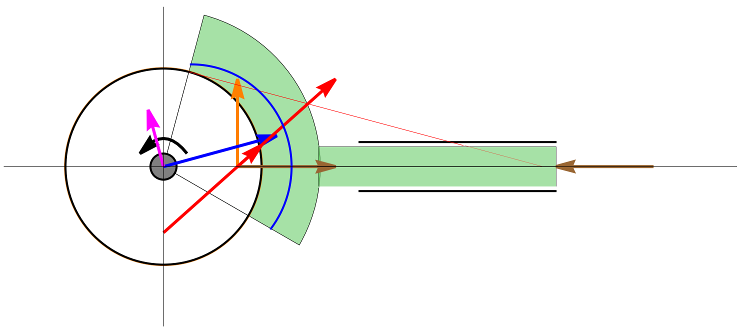

Figura 5: Esempio di freno asimmetrico da confrontare con il precedente