Trasmissione del Moto per Attrito fra Assi Sghembi

Alessio Artoni   Massimo Guiggiani

18 aprile 2023

Sommario

Lo strano caso della trasmissione del moto per attrito fra due cilindri con assi sghembi.

1 Introduzione

Questo esercizio ha valore puramente speculativo e quindi non va inteso come il suggerimento per qualche applicazione. La motivazione nasce dal disagio che si prova quando le ruote di frizione vengono utilizzate come introduzione alle trasmissioni con ruote dentate, come se le polari avessero bisogno di essere legittimate.

In questo esercizio si vedrà che la trasmissione del moto per attrito è un fenomeno che ha ben poco in comune con gli ingranaggi (dove la trasmissione è di forma).

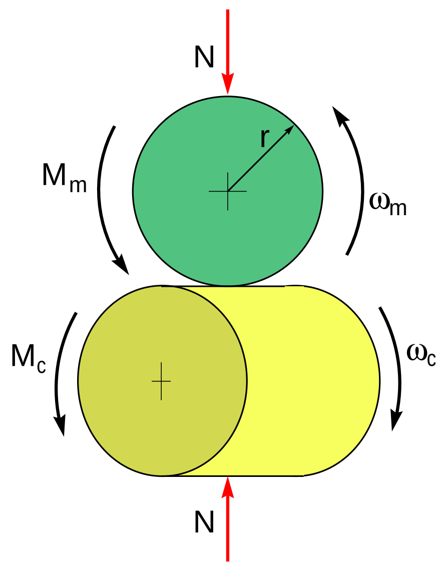

Figura 1: Cilindro motore (verde) e cilindro condotto (giallo)

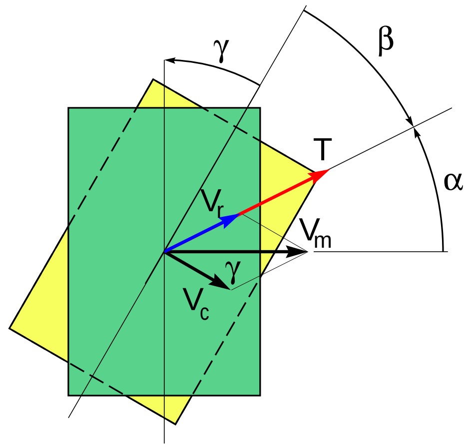

Figura 2: Velocità e forza tangenziale in un caso generico

Si consideri il sistema di Fig. 1: due cilindri di raggio r, con assi sghembi, premuti con una forza $\mathbf{N}$ e aventi coefficiente di attrito f nel punto di contatto. Il cilindro superiore sia quello motore, con velocità angolare ω_m imposta. Si vuole determinare la velocità angolare ω_c del cilindro condotto in funzione del momento M_c ad esso applicato.

In tutti i casi si avrà sempre strisciamento e quindi la forza d'attrito $\mathbf{T}$ sarà sempre con modulo $|\mathbf{T}| = T = fN$. Resta da determinare la sua direzione, che sarà la stessa della velocità relativa $\mathbf{V}_r$ nel punto di contatto (Fig. 2).

La velocità $\mathbf{V}_r$ è, appunto, la velocità di strisciamento, legata alle velocità periferiche dei due cilindri (Fig. 2)

$$\mathbf{V}_r = \mathbf{V}_m - \mathbf{V}_c \tag{1}$$

dove $|\mathbf{V}_m| = \omega_m r$ e $|\mathbf{V}_c| = \omega_c r$. L'angolo fra $\mathbf{V}_c$ e $\mathbf{V}_m$ è sempre γ. L'angolo α può variare fra 0 e $\pi/2 - \gamma$.

Prima si esaminano due casi limite per poi passare al caso generale.

2 Cilindro condotto fisso

Come primo caso particolare si assume che il cilindro condotto sia fisso, ossia $\omega_c = 0$. La velocità relativa $\mathbf{V}_r$ sarà quindi ortogonale all'asse del cilindro motore ($\alpha = 0$), così come la forza di attrito $\mathbf{T}$ (Fig. 3).

Il momento che deve agire sul cilindro motore è $M_m = fNr$. Il momento agente sul cilindro condotto è $M_c = fNr\cos(\gamma) = M_m \cos(\gamma)$. Questa è la condizione in cui si ha la minima velocità angolare $\omega_c = 0$, e massimo M_c. E anche massimo M_m.

3 Cilindro condotto libero di ruotare

In questo secondo caso particolare la $\mathbf{V}_r$, e quindi anche la forza d'attrito $\mathbf{T}$, devono avere la stessa direzione dell'asse della ruota motrice ($\alpha = \pi/2 - \gamma$).

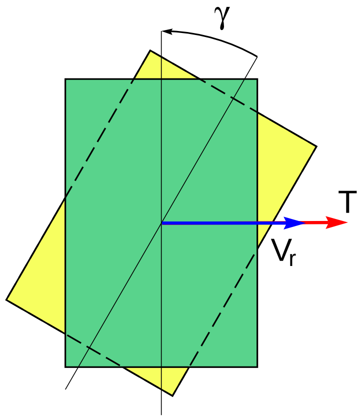

Figura 3: Cilindro condotto fisso

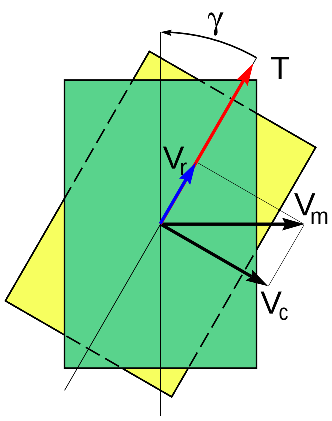

Figura 4: Cilindro condotto libero di ruotare

Infatti solo così si ha $M_c = 0$. Per realizzare questa condizione, si deve avere $\omega_c = \omega_m \cos(\gamma)$ e quindi $M_m = fNr \sin(\gamma)$, come mostrato in Fig. 4. Questa è la condizione in cui si ha la massima velocità angolare ω_c, e minimo $M_c = 0$. E anche minimo M_m.

4 Caso generale

Nel caso generale, illustrato in Fig. 5, si ha $0 < \alpha < \pi/2 - \gamma$. In base ai risultati ottenuti nei precedenti paragrafi, nel caso generale (Fig. 5) si potrà avere una velocità angolare del cilindro condotto $0 < \omega_c < \omega_m \cos(\gamma)$ a seconda del momento resistente $fNr\cos(\gamma) > M_c > 0$.

In generale $M_c = fNr\sin(\beta) = fNr(\cos(\alpha)\cos(\gamma) - \sin(\alpha)\sin(\gamma))$, cui corrisponde $M_m = fNr\cos(\alpha)$.

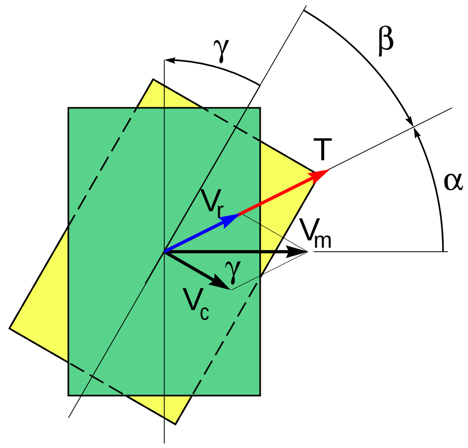

Figura 5: Velocità e forza tangenziale in un caso generico

Una volta fissati γ, f, N ed r, variando M_c di fatto si determina β, e quindi anche α, dato che $\alpha + \beta + \gamma = \pi/2$.

Con qualche ulteriore calcolo si ottiene che

$$V_c = V_m \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\alpha + \gamma)} \qquad V_r = V_m \frac{\sin(\gamma)}{\sin(\alpha + \gamma)} \tag{2}$$

5 Conclusioni

A parità di tutto il resto, la velocità angolare del cilindro condotto dipende dal momento resistente ad esso applicato.