

**ESAME TELEMATICO DI DISPOSITIVI ELETTRONICI**  
**16 Febbraio 2022**

Si consideri una giunzione  $pn$  a base lunga con drogaggi generici.

1) Dimostrare che la capacità differenziale dovuta alla diffusione dei portatori minoritari  $C_{diffusione} = C_d$  e la resistenza differenziale  $r_d$  stanno in relazione come  $C_d r_d = \tau$  se  $\tau = \tau_p = \tau_n$ . Ricavare inoltre la relazione generica  $C_d$  per  $\tau_n \neq \tau_p$ . [11]

Si consideri una giunzione  $pn$  con  $N_A = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $\mu_p = 350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ ,  $\tau_n = \tau_p = 10^{-5} \text{ s}$ ,  $S = 1 \text{ mm}^2$ .

2) Determinare il circuito equivalente per piccolo segnale, per  $V = -5 \text{ V}$  e per  $V = 0.55 \text{ V}$ . [8]

3) Si consideri una giunzione  $pn$  con le stesse caratteristiche, ma con le basi corte:  $W_n = W_p = 5 \text{ }\mu\text{m}$ . Si determini la corrente di saturazione inversa per  $V = -5 \text{ V}$ , nonché la massima tensione inversa applicabile. [11]

## SOLUZIONE

1) Partiamo dalla definizione di capacità differenziale:

$$C = \frac{\partial Q}{\partial V} \quad (1)$$

dove  $Q$  è la carica totale immagazzinata, dovuta ai portatori iniettati sia nella parte  $n$  (lacune) che nella parte  $p$  (elettroni). Indichiamo con  $Q_n$  la carica in eccesso dovuta agli elettroni iniettati, e con  $Q_p$  la carica in eccesso dovuta alle lacune iniettate. Entrambe le cariche devono essere considerate in valore assoluto:

$$\begin{aligned} Q &= Q_n + Q_p \\ Q_n &= qS \int_{-\infty}^0 \delta n(x) dx \\ Q_p &= qS \int_0^{+\infty} \delta p(x) dx \\ \delta n(x) &= \frac{n_i^2}{N_A} \left( e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) e^{\frac{x}{L_n}} \\ \delta p(x) &= \frac{n_i^2}{N_D} \left( e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) e^{-\frac{x}{L_p}} \\ Q_n &= qS \frac{n_i^2}{N_A} L_n \left( e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) \\ Q_p &= qS \frac{n_i^2}{N_D} L_p \left( e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) \\ Q_n + Q_p &= qS \left( \frac{n_i^2}{N_A} L_n + \frac{n_i^2}{N_D} L_p \right) \left( e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) \end{aligned}$$

Per  $\tau_n = \tau_p = \tau$  possiamo scrivere, dividendo e moltiplicando per  $\tau$ :

$$\begin{aligned} Q_n + Q_p &= \tau qS \left( \frac{n_i^2}{N_A} \frac{L_n}{\tau_n} + \frac{n_i^2}{N_D} \frac{L_p}{\tau_p} \right) \left( e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) \\ Q_n + Q_p &= \tau I_S \left( e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) \\ C_d &= \frac{\partial(Q_n + Q_p)}{\partial V} = \tau \frac{\partial I_S \left( e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right)}{\partial V} \\ C_d &= \tau \frac{I_S e^{\frac{V}{V_T}}}{V_T} \end{aligned}$$

Poiché  $I_S e^{\frac{V}{V_T}} / V_T$  è proprio il reciproco della resistenza differenziale  $r_d$  avremo:

$$\frac{1}{r_d} = \frac{I_S e^{\frac{V}{V_T}}}{V_T}$$

$$C_d r_d = \tau$$

L'espressione generica di  $C_d$  per  $\tau_n \neq \tau_p$  si ricava:

$$Q_n + Q_p = qS \left( \frac{n_i^2}{N_A} L_n + \frac{n_i^2}{N_D} L_p \right) \left( e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right)$$

$$C_d = \frac{\partial Q}{\partial V} = \frac{\partial (Q_n + Q_p)}{\partial V}$$

$$C_d = \frac{qS}{V_T} \left( \frac{n_i^2}{N_A} L_n + \frac{n_i^2}{N_D} L_p \right) e^{\frac{V}{V_T}}$$

2) Per  $V = -5$  V il diodo ha una resistenza differenziale infinita, e si comporta come un condensatore la cui capacità differenziale  $C = C_W$  è dovuta alla regione di svuotamento  $W(-5$  V):

$$V_0 = V_T \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = 0.675 \text{ V}$$

$$W(-5 \text{ V}) = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left( \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) (V_0 + |V|)} = 1.49 \text{ } \mu\text{m}$$

$$C_W = S \frac{\epsilon_s}{W} = 70 \text{ pF}$$

Per  $V = 0.55$  V il diodo è polarizzato in diretta, e il circuito per piccolo segnale è costituito dalla resistenza differenziale  $r_d$ , dalla capacità differenziale dovuta alla regione di svuotamento  $C_W$  e dalla capacità differenziale dovuta all'iniezione. Avremo:

$$D_n = V_T \mu_n = 2.585 \times 10^{-3}$$

$$D_p = V_T \mu_p = 0.904 \times 10^{-3}$$

$$L_n = \sqrt{D_n \tau} = 160.8 \text{ } \mu\text{m}$$

$$L_p = \sqrt{D_p \tau} = 95 \text{ } \mu\text{m}$$

$$I_S = qS \left( \frac{n_i^2}{N_A} \frac{L_n}{\tau} + \frac{n_i^2}{N_D} \frac{L_p}{\tau} \right) = 1.5 \times 10^{-13} \text{ A}$$

$$\begin{aligned}
I &= 0.26 \text{ mA} \\
r_d &= \frac{V_T}{I} = 98.9 \text{ } \Omega \\
C_d &= \frac{\tau}{r_d} = 101 \text{ nF} \\
W(0.55 \text{ V}) &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left( \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) (V_0 - 0.55)} = 0.22 \text{ } \mu\text{m} \\
C_W &= S \frac{\epsilon_s}{W} = 0.47 \text{ nF}
\end{aligned}$$

3) La corrente di saturazione inversa dipende dall'ampiezza della regione di svuotamento  $W$  per  $V = -5 \text{ V}$  (calcolata nel punto precedente):

$$\begin{aligned}
x_n &= W \frac{N_A}{N_A + N_D} = 0.50 \text{ } \mu\text{m} \\
x_p &= W \frac{N_D}{N_A + N_D} = 1.0 \text{ } \mu\text{m} \\
I_S &= qS \left( \frac{n_i^2}{N_A} \frac{D_n}{W_p - x_p} + \frac{n_i^2}{N_D} \frac{D_p}{W_n - x_n} \right) = 4.6 \times 10^{-12} \text{ A}
\end{aligned}$$

La corrente di saturazione inversa risulta correttamente piú grande del caso a base lunga. La massima tensione inversa applicabile è quella per cui una delle due basi diventa completamente svuotata. A quel punto il diodo non funziona piú e la corrente aumenta bruscamente. Poiché la regione di svuotamento si ripartisce maggiormente nella zona meno drogata, possiamo considerare la parte  $p$ , con  $N_A = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ . La massima tensione inversa applicabile è dunque quella per cui  $x_p = W_p = 5 \text{ } \mu\text{m}$ :

$$\begin{aligned}
x_p &= W_p = 5 \text{ } \mu\text{m} \\
W &= x_p \frac{N_A + N_D}{N_D} = 7.5 \text{ } \mu\text{m} \\
W &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left( \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) (V_0 + |V|)} \\
V_0 + |V| &= W^2 \frac{q}{2\epsilon_s} \frac{N_A N_D}{N_A + N_D} = 142 \text{ V} \\
|V| &= 141.4 \text{ V}
\end{aligned}$$