

## PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 12 febbraio 2025

### ESERCIZIO 1

In un circuito C-MOS (Complementary-MOS) vengono fabbricati sia transistori  $n$ -MOS che  $p$ -MOS polysilicon gate (gate drogato come i pozzetti). L' $n$ -MOS è fabbricato in un'area  $p$  drogata  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ; il source è cortocircuitato con il substrato che è a massa (0 V);  $\mu_n = 0.08 \text{ m}^2/\text{V/s}$ ,  $W = L = 2 \text{ }\mu\text{m}$ . Il  $p$ -MOS è realizzato in un'area  $n$ , drogata  $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ; il source è cortocircuitato con il substrato che è mantenuto alla tensione di alimentazione  $V_{CC} = 5 \text{ V}$ ;  $\mu_p = 0.04 \text{ m}^2/\text{V/s}$ ,  $W = L = 2 \text{ }\mu\text{m}$ . L'ossido di gate è cresciuto contemporaneamente per entrambi i transistori, e  $t_{ox} = 30 \text{ nm}$ . Entrambi i transistori sono polarizzati con  $V_G = 2.5 \text{ V}$  e  $V_D = 2.5 \text{ V}$ , rispetto a massa.

- 1) Per il transistore  $n$ -MOS determinare la corrente  $I_{DS}$  considerando la lunghezza effettiva del canale, la resistenza  $r_d$  e gli altri parametri del circuito equivalente per le variazioni (disegnare il circuito). [4]
- 2) Per il transistore  $p$ -MOS determinare la tensione di soglia e la corrente  $I_{SD}$ . [3]
- 3) Disegnare il circuito per le variazioni del transistore  $p$ -MOS, determinando il valore dei parametri che lo compongono. [3]

### ESERCIZIO 2

La mobilità dei portatori in un pezzo di silicio intrinseco è risultata  $\mu_n = 0.12 \text{ m}^2/\text{Vs}$  e  $\mu_p = 0.04 \text{ m}^2/\text{Vs}$ . La mobilità diminuisce con la temperatura, seguendo una legge  $T^{\frac{3}{2}}$ .

- 1) Determinare la posizione del livello di Fermi rispetto alla metà del gap, per  $T = 300 \text{ K}$  e per  $T = 900 \text{ K}$ . Determinare inoltre la resistività del silicio alle 2 temperature. [4]
- 2) Il silicio viene drogato con fosforo, per una concentrazione di  $10^{15} \text{ cm}^{-3}$ . Calcolare la posizione del livello di Fermi per  $T = 300 \text{ K}$  e per  $T = 900 \text{ K}$ , rispetto alla posizione del livello di Fermi intrinseco. [3]
- 3) Calcolare la resistività alle 2 temperature, tenendo conto che la mobilità con il drogaggio varia del 50% (aumenta o diminuisce?). [3]

### ESERCIZIO 3

Un transistore bipolare ( $N_{AB} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_{DC} = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $S = 1 \text{ mm}^2$ ,  $\mu_n = 0.09 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $\mu_p = 0.04 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $\tau_n = \tau_p = 10^{-6} \text{ s}$ ,  $W_{met} = 4 \text{ }\mu\text{m}$ ) è polarizzato con  $V_{BE} = 0.6 \text{ V}$ . Sono state misurate le correnti ai terminali:  $I_C = 30 \text{ mA}$ ,  $I_B = 1 \text{ mA}$ .

- 1) Determinare la lunghezza effettiva della base. ATTENZIONE: l'emettitore non è fortemente drogato. [4]
- 2) Determinare la tensione  $V_{CE}$ . [2]
- 3) Determinare il drogaggio dell'emettitore. [4]

**ESERCIZIO 1** In un circuito C-MOS (Complementary-MOS) vengono fabbricati sia transistori  $n$ -MOS che  $p$ -MOS polysilicon gate (gate drogato come i pozzetti). L' $n$ -MOS è fabbricato in un'area  $p$  drogata  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ; il source è cortocircuitato con il substrato che è a massa (0 V);  $\mu_n = 0.08 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $W = L = 2 \text{ }\mu\text{m}$ . Il  $p$ -MOS è realizzato in un'area  $n$ , drogata  $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ; il source è cortocircuitato con il substrato che è mantenuto alla tensione di alimentazione  $V_{CC} = 5 \text{ V}$ ;  $\mu_p = 0.04 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $W = L = 2 \text{ }\mu\text{m}$ . L'ossido di gate è cresciuto contemporaneamente per entrambi i transistori, e  $t_{ox} = 30 \text{ nm}$ . Entrambi i transistori sono polarizzati con  $V_G = 2.5 \text{ V}$  e  $V_D = 2.5 \text{ V}$ , rispetto a massa.

1) Per il transistorore  $n$ -MOS determinare la corrente  $I_{DS}$  considerando la lunghezza effettiva del canale, la resistenza  $r_d$  e gli altri parametri del circuito equivalente per le variazioni (disegnare il circuito). [4]

2) Per il transistorore  $p$ -MOS determinare la tensione di soglia e la corrente  $I_{SD}$ . [3]

3) Disegnare il circuito per le variazioni del transistorore  $p$ -MOS, determinando il valore dei parametri che lo compongono. [3]

### SOLUZIONE 1

1) Il condensatore  $n$ -MOS è standard, basta fare i conti:

$$\begin{aligned}\psi_B &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.347 \text{ V} \\ C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{oxB}} = 1.151 \times 10^{-3} \text{ F/m}^2 \\ \Phi_{MS} &= -\frac{E_G}{2q} - \psi_B = -0.889 \\ V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} = 0.225 \text{ V} \\ V_{DS \text{ Sat}} &= V_{GS} - V_{TH} = 2.275 \\ V_{0 \text{ DB}} &= V_T \ln \frac{N_A N_D^+}{n_i^2} = 0.81 \\ W_{DP} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q N_A} (V_{DS} - V_{DS \text{ Sat}})} = 0.37 \text{ }\mu\text{m} \\ L_{eff} &= L - W_{DP} = 1.67 \text{ }\mu\text{m} \\ I_{DS} &= \frac{\mu_n C_{ox} W}{2 L_{eff}} (V_{GS} - V_{TH})^2 = 0.28 \text{ mA}\end{aligned}$$

Calcolando la  $I_{DS}$  con  $V_{DS \text{ Sat}}$ , cioè con  $L_{eff} = L$  avremo  $I_{DS} = 0.23 \text{ mA}$ . Quindi per i parametri a piccolo segnale avremo:

$$\begin{aligned}g_m &= \mu_n C_{ox} \frac{W}{L_{eff}} (V_{GS} - V_{TH}) = 0.25 \times 10^{-3} \\ r_d &= \frac{V_{DS} - V_{DS \text{ Sat}}}{I_{DS} - I_{DS \text{ Sat}}} = 2045 \text{ }\Omega \\ C_{GS} &= \frac{2}{3} C_{ox} W L_{eff} = 2.56 \times 10^{-15} \text{ F} \\ C_{GD} &= 0\end{aligned}$$

Il circuito equivalente per le variazioni è riportato sulla dispensa.

2) Da notare che il substrato (e il Source) sono a 5 V, quindi  $V_{SG} = V_{BG} = -V_{GS} = 2.5$  V. Quindi il transistor è polarizzato correttamente. Per il calcolo della tensione di soglia si procede come usuale, con i segni scambiati. Attenzione al gate, che è polisilicio drogato  $p^+$ , quindi  $\Phi_{MS}$  è positiva e si sottrae, in valore assoluto, alla  $V_{TH}$  ideale che è negativa.  $\psi_B$  è negativa, il livello di Fermi si trova sopra  $E_i$ . In sintesi sono gli stessi numeri del punto 1, a parte i segni scambiati e la mobilità delle lacune nel canale. Da notare che il Drain è a 2.5 V rispetto a massa, quindi  $V_{SD} = -2.5$  V (come nel punto 1 ma cambiata di segno):

$$\begin{aligned}\psi_B &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_D}{n_i} = 0.347 \text{ V} \\ \Phi_{MS} &= +\frac{E_g}{2q} + \psi_B = +0.889 \text{ V} \\ V_{TH} &= -\frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_D 2\psi_B}}{C_{ox}} - 2\psi_B + \Phi_{MS} = 0.225 \text{ V} \\ V_{0\ BD} &= -0.81 \text{ V} \\ V_{SD\ Sat} &= 2.275 \text{ V} \\ L_{eff} &= 1.67 \text{ }\mu\text{m} \text{ vedi punto 1} \\ I_{SD} &= -I_{DS} = -\frac{\mu_p C_{ox}}{2} \frac{W}{L_{eff}} (V_{SG} - V_{TH})^2 = 0.142 \text{ mA}\end{aligned}$$

La corrente  $I_{SD}$  è la metà rispetto al punto 1, poiché la mobilità delle lacune è circa la metà di quella degli elettroni.

3) Il circuito equivalente è esattamente lo stesso di quello del punto precedente, ed il particolare il generatore comandato ha lo stesso segno poiché sia le tensioni che le correnti sono invertite. La resistenza  $r_d$  è doppia, poiché le correnti sono la metà di quelle del punto precedente.

**ESERCIZIO 2** La mobilità dei portatori in un pezzo di silicio intrinseco è risultata  $\mu_n = 0.12 \text{ m}^2/\text{Vs}$  e  $\mu_p = 0.04 \text{ m}^2/\text{Vs}$ . La mobilità diminuisce con la temperatura, seguendo una legge  $T^{\frac{3}{2}}$ .

1) Determinare la posizione del livello di Fermi rispetto alla metà del gap, per  $T = 300$  K e per  $T = 900$  K. Determinare inoltre la resistività del silicio alle 2 temperature. [4]

2) Il silicio viene drogato con fosforo, per una concentrazione di  $10^{15} \text{ cm}^{-3}$ . Calcolare la posizione del livello di Fermi per  $T = 300$  K e per  $T = 900$  K, rispetto alla posizione del livello di Fermi intrinseco. [3]

3) Calcolare la resistività alle 2 temperature, tenendo conto che la mobilità con il drogaggio varia del 50% (aumenta o diminuisce?). [3]

## SOLUZIONE

1) A temperatura ambiente avremo che il livello di Fermi, riferito alla metà del gap, si

trova a:

$$E_f = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_V}{N_C}$$

$$E_f = \frac{kT}{2} \ln \frac{N_V}{N_C} = -0.013 \text{ eV}$$

Per  $T = 900 \text{ K}$  bisogna calcolare le densità equivalenti degli stati:

$$N_C(900) = N_C(300) \left(\frac{900}{300}\right)^{\frac{3}{2}} = 1.45 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$$

$$N_V(900) = N_V(300) \left(\frac{900}{300}\right)^{\frac{3}{2}} = 5.20 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

$$E_f = \frac{k}{2} 900 \ln \frac{N_V}{N_C} = -0.079 \text{ eV}$$

Per quanto riguarda la resistività a temperatura ambiente avremo:

$$\sigma = q\mu_n n_i + q\mu_p n_i = 3.84 \times 10^{-4} \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$$

$$\rho = 2600 \Omega \text{m}$$

A  $T = 900 \text{ K}$ :

$$n_i = \sqrt{N_C N_V} e^{-\frac{E_G}{2kT}} = 8.19 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

$$\mu_n(900) = \mu_n 300 \left(\frac{300}{900}\right)^{3/2} = 0.023 \text{ m}^2/\text{Vs}$$

$$\mu_p(900) = \mu_p 300 \left(\frac{300}{900}\right)^{3/2} = 0.008 \text{ m}^2/\text{Vs}$$

$$\sigma = q\mu_n n_i + q\mu_p n_i = 407 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$$

$$\rho = 2.45 \mu\Omega \text{m}$$

2) Il silicio è drogato  $n = N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ :

$$E_C - E_f = kT \ln \left(\frac{N_C}{n = N_D}\right) = 0.265 \text{ meV}$$

$$E_f - E_{fi} = \frac{E_G}{2} - (E_C - E_f) + 0.013 = 0.288 \text{ eV}$$

Nel caso di  $T = 900 \text{ K}$ ,  $n_i \gg N_D$  e quindi il silicio è praticamente intrinseco (vedi punto 1).

3) Per quanto riguarda la temperatura ambiente possiamo procedere come usuale (le mobilità diminuiscono con il drogaggio, quindi sono la metà di quelle intrinseche):

$$\mu_n = 0.12/2 = 0.06 \text{ m}^2/\text{Vs}$$

$$\sigma = q\mu_n n = 9.6 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$$

$$\rho = 0.1 \Omega \text{m}$$

Per quanto riguarda  $T = 900$  K avremo che il semiconduttore è praticamente intrinseco, a parte per le mobilità che risentono delle impurezze droganti e quindi dimezzano:

$$\begin{aligned}\mu_n(900) &= 0.023/2 = 0.0115 \text{ m}^2/\text{Vs} \\ \mu_p(900) &= 0.023/2 = 0.0115 \text{ m}^2/\text{Vs} \\ \sigma &= q\mu_n n_i + q\mu_p n_i = 203 \text{ } \Omega^{-1}\text{m}^{-1} \\ \rho &= 4.90 \text{ } \mu\Omega\text{m}\end{aligned}$$

### ESERCIZIO 3

Un transistor bipolare ( $N_{AB} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_{DC} = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $S=1 \text{ mm}^2$ ,  $\mu_n = 0.09 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $\mu_p = 0.04 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $\tau_n = \tau_p = 10^{-6} \text{ s}$ ,  $W_{met} = 4 \text{ } \mu\text{m}$ ) è polarizzato con  $V_{BE} = 0.6 \text{ V}$ . Sono state misurate le correnti ai terminali:  $I_C = 30 \text{ mA}$ ,  $I_B = 1 \text{ mA}$ .

- 1) Determinare la lunghezza effettiva della base. ATTENZIONE: l'emettitore non è fortemente drogato. [4]
- 2) Determinare la tensione  $V_{CE}$ . [2]
- 3) Determinare il drogaggio di emettitore. [4]

### SOLUZIONE

1) Consideriamo l'espressione della  $I_C$  con il modello a controllo di carica, e ricaviamo la lunghezza effettiva della base:

$$\begin{aligned}I_C &= \frac{Q}{\tau_t} \\ I_C &= qS\delta n(0) \frac{W}{2} \frac{2D_n}{W^2} \\ I_C &= qS\delta n(0) \frac{D_n}{W} \\ W &= qS\delta n(0) \frac{D_n}{I_C} \\ \delta n(0) &= \frac{n_i^2}{N_A} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} = 2.7 \times 10^{20} \text{ m}^{-3} \\ D_n &= \frac{kT}{q} \mu_n = 2.33 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s} \\ W &= 3.35 \text{ } \mu\text{m}\end{aligned}$$

2) Calcoliamo l'ampiezza della regione di svuotamento base-collettore e la tensione  $V_{CB}$ —:

$$\begin{aligned}x_{nCB} &= 4.3.35 = 0.65 \text{ } \mu\text{m} \\ W_{CB} &= x_{nCB} \frac{N_{DC} + N_{AB}}{N_{DC}} = 1.95 \text{ } \mu\text{m}\end{aligned}$$

$$V_{0\ CB} = V_T \ln \frac{N_{AB} N_{DC}}{n_i^2} = 0.675 \text{ V}$$

$$W_{BC} = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left( \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) (V_0 + V_{CB})}$$

$$V_{CB} = \frac{N_A N_D}{N_A + N_D} \frac{q}{2\epsilon_s} W_{CB}^2 - V_{0\ CB} = 8.96 \text{ V}$$

3) La  $I_B$  è costituita dalla componente dovuta alla carica in base  $Q$  e dalla componente dovuta all'iniezione verso l'emettitore. Calcoliamo questa seconda componente sottraendo dalla  $I_B$  la quantità  $\frac{Q}{\tau_n}$ :

$$I_{B \rightarrow \text{emettitore}} = I_B - \frac{Q}{\tau_n}$$

$$\frac{Q}{\tau_n} = \frac{qS\delta_n(0)W}{2\tau_n} = 7.24 \times 10^{-5} \text{ A}$$

$$I_{B \rightarrow \text{emettitore}} = qS \frac{D_p}{L_p} \frac{n_i^2}{N_{DE}} e^{\frac{V_{EB}}{V_T}} = 1 - 0.00724 \simeq 1 \text{ mA}$$

$$N_{DE} = qS \frac{D_p}{L_p} \frac{n_i^2}{I_{B \rightarrow \text{emettitore}}} e^{\frac{V_{EB}}{V_T}}$$

$$D_p = \frac{kT}{q} \mu_p = 1.034 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p} = 32.15 \text{ } \mu\text{m}$$

$$N_{DE} = 4.6 \times 10^{21} \text{ m}^{-3}$$