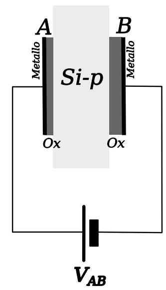
PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 27 gennaio 2025

ESERCIZIO 1 In figura è rappresentato un dispositivo composto da due condensatori MOS in serie. Il silicio è drogato $p = N_A = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}, $t_{oxA} = 30$ nm, $t_{oxB} = 50$ nm. Lo spessore del silicio è molto grande rispetto a quello degli ossidi, e la funzione di lavoro del metallo dei gates è uguale a quella del silicio (condensatori MOS ideali).



1) Calcolare la carica sulle armature dei condensatori quando il MOS A è alla soglia dell'inversione, e calcolare la tensione V_{AB}. Quanto vale V_{AB} se vogliamo B all'inversione? [4]

2) Determinare la capacità totale per V_{AB} sia positiva che negativa, e grande in valore assoluto rispetto al valore calcolato nel punto 1. Considerare la bassa frequenza [3]

3) Determinare la capacità totale per V_{AB} pari a quella calcolata nel punto 1. [3]

ESERCIZIO 2 In un pezzo di semiconduttore intrinseco, il tempo medio tra gli urti è pari a 10^{-12} s, sia per gli elettroni che per le lacune. Il gap è stato misurato con metodi ottici, ed è risultato pari a 0.8 eV. Le relazioni di dispersione per gli elettroni sono risultate: $E(k) = a\,(k - k_0)^2 + 2 \times 10^{-19}$ J, con $a = 5 \times 10^{-38}$, e $k_0 = 10^9$ m^{-1} in banda di conduzione; $E(k) = -ak^2 - 5 \times 10^{-19}$ J, con $a = 8 \times 10^{-38}$ in banda di valenza. Ricordare che N_C e N_V sono pari a $2\left(\frac{2\pi k T m_{eff}}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}}$. La massa efficace del trasporto è la stessa che per la densità degli stati.

1) Determinare la massa efficace degli elettroni in banda di conduzione e di valenza .[3]

2) Determinare n_i.[4]

3) Determinare la resistività.[3]

ESERCIZIO 3 Un transistore bipolare ($N_{AB} = 10^{16}$ cm^{-3}, $N_{DC} = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}, S=1 mm^2, $\mu_n = 0.09$ m^2/Vs, $\mu_p = 0.04$ m^2/Vs, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$ s, $W_{met} = 3.5$ μm) è polarizzato con $V_{BE} = 0.6$ V, $V_{CE} = 5$ V.

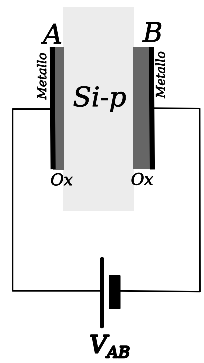
1) Nel caso il transistore sia n^+pn, determinare le correnti ai terminali, nonché il β_f e l'α_f. [3]

2) Determinare il drogaggio di emettitore (non n^+) per avere un β_f pari ad almeno 200, nelle stesse condizioni di polarizzazione. L'emettitore è molto più lungo della lunghezza di diffusione delle lacune. [4]

3) Determinare β_f se V_{CE} viene portata a 10 V (stessa V_{BE}).[3]

ESERCIZIO 1

In figura è rappresentato un dispositivo composto da due condensatori MOS in serie. Il silicio è drogato $p = N_A = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}, $t_{oxA} = 30$ nm, $t_{oxB} = 50$ nm. Lo spessore del silicio è molto grande rispetto a quello degli ossidi, e la funzione di lavoro del metallo dei gates è uguale a quella del silicio (condensatori MOS ideali).



1) Calcolare la carica sulle armature dei condensatori quando il MOS A è alla soglia dell'inversione, e calcolare la tensione V_{AB}. Quanto vale V_{AB} se vogliamo B all'inversione? [4]

2) Determinare la capacità totale per V_{AB} sia positiva che negativa, e grande in valore assoluto rispetto al valore calcolato nel punto 1. Considerare la bassa frequenza [3]

3) Determinare la capacità totale per V_{AB} pari a quella calcolata nel punto 1. [3]

SOLUZIONE 1

1) I condensatori sono in serie, e quindi hanno la stessa carica. Alla soglia dell'inversione di A, il condensatore B è in accumulazione. Infatti, per l'inversione di A la tensione V_{AB} deve essere maggiore di zero, quindi il silicio si trova a tensione maggiore del gate del condensatore B. Peraltro, le cariche mobili (lacune) vengono respinte dal gate A e si accumulano all'interfaccia ossido-silicio del condensatore B.

La carica dei condensatori è determinata dalla carica della regione di svuotamento all'inversione. Secondo l'approssimazione usuale, alla soglia dell'inversione consideriamo solo la carica fissa (negativa, in valore assoluto):

$$\psi_B = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.329 \ \ \text{V}$$

$$Q = qN_A W(2\psi_B) = \sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B} = 3.33 \times 10^{-4} \ \ \text{C/m}^2$$

$$C_{oxB} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{oxB}} = 0.691 \times 10^{-4} \ \ \text{F/m}^2$$

$$V_B = V_{Box} = \frac{Q}{C_{oxB}} = 0.48 \ \ \text{V}$$

$$C_{oxA} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{oxA}} = 1.15 \times 10^{-3} \ \ \text{F/m}^2$$

$$V_{TH\ A} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{oxA}} + 2\psi_B = 0.948 \ \ \text{V}$$

$$V_{AB\ inv} = \frac{Q}{C_{oxA}} + 2\psi_B + \frac{Q}{C_{oxB}} = V_{TH\ A} + \frac{Q}{C_{oxB}} = 1.428 \ \ \mathrm{V}$$

Se vogliamo che B sia in inversione i conti sono esattamente gli stessi, salvo rovesciare la V_{AB}, cioè cambiando di segno.

2) Se V_{AB} è molto grande (in valore assoluto, sia positiva che positiva) avremo un condensatore MOS in forte inversione, e l'altro in accumulazione. Quindi la capacità totale, in bassa frequenza, è la serie delle capacità degli ossidi. Il silicio si comporta come una armatura metallica. Se per esempio V_{AB} è molto grande, A è in profonda inversione e la carica Q_n nel silicio è grande, e il condensatore A si comporta come un condensatore ad armature metalliche. E lo stesso B, che è in accumulazione di lacune. Viceversa se V_{AB} è grande in valore assoluto ma negativa.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{C_{tot}} &= \frac{1}{C_{oxA}} + \frac{1}{C_{oxB}} \\
C_{tot} &= \frac{C_{oxA}C_{oxB}}{C_{oxA} + C_{oxB}} = 3.98 \times 10^{-4} \ \ \mathrm{F/m^2}
\end{aligned}$$

3) In queso caso, una delle due strutture MOS si trova alla soglia dell'inversione. Quindi alla capacità del punto 2 si somma la capacità del silicio del MOS A:

$$\begin{aligned}
C_{Si} &= \frac{\epsilon_s}{W(2\psi_B)} = 0.205 \times 10^{-3} \ \ \mathrm{F/m^2} \\
\frac{1}{C_{tot}} &= \frac{1}{C_{oxA}} + \frac{1}{C_{oxB}} + \frac{1}{C_{Si}} = 1.35 \times 10^{-4} \ \ \mathrm{F/m^2}
\end{aligned}$$

ESERCIZIO 2

In un pezzo di semiconduttore intrinseco, il tempo medio tra gli urti è pari a 10^{-12} s, sia per gli elettroni che per le lacune. Il gap è stato misurato con metodi ottici, ed è risultato pari a 0.8 eV. Le relazioni di dispersione per gli elettroni sono risultate: $E(k) = a\,(k - k_0)^2 + 2 \times 10^{-19}$ J, con $a = 5 \times 10^{-38}$, e $k_0 = 10^9$ m^{-1} in banda di conduzione; $E(k) = -ak^2 - 5 \times 10^{-19}$ J, con $a = 8 \times 10^{-38}$ in banda di valenza. Ricordare che N_C e N_V sono pari a $2\left(\frac{2\pi kTm_{eff}}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}}$. La massa efficace del trasporto è la stessa che per la densità degli stati.

1) Determinare la massa efficace degli elettroni in banda di conduzione e di valenza .[3]

2) Determinare n_i.[4]

3) Determinare la resistività.[3]

SOLUZIONE 3

1)

$$
\begin{aligned}
m^*_{BC} &= \frac{\hbar^2}{\frac{\partial^2 E}{\partial k^2}\mid_{k=k_0}} \\
\frac{\partial^2 E}{\partial k^2} &= 2a \\
m^*_{BC} &= 1.1 \times 10^{-31} \ \ \text{Kg}
\end{aligned}
$$

Quindi avremo che $m^*_{BC} = 0.12 m_0$, con $m_0 = 9,1 \times 10^{-31}$ Kg è la massa dell'elettrone libero. In banda di valenza:

$$
\begin{aligned}
m^*_{BV} &= \frac{\hbar^2}{\frac{\partial^2 E}{\partial k^2}\mid_{k=k_0}} \\
\frac{\partial^2 E}{\partial k^2} &= -2a \\
m^*_{BV} &= -6.94 \times 10^{-32} \ \ \text{Kg}
\end{aligned}
$$

E quindi in banda di valenza la massa effettiva è negativa e pari in valore assoluto a $m^*_{BV} = 0.08\ m_0$.

2) Bisogna determinare le densità equivalenti degli stati, considerando che la massa efficace delle lacune in banda di valenza è opposta a quella degli elettroni, e quindi positiva (si considera il valore assoluto):

$$
\begin{aligned}
N_C &= 2\left(\frac{2\pi k T m_{BC}}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} = 1.1 \times 10^{24} \ \ \text{m}^{-3} \\
N_V &= 2\left(\frac{2\pi k T m_{BC}}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} = 5.3 \times 10^{23} \ \ \text{m}^{-3} \\
n_i &= \sqrt{N_C N_V} e^{-\frac{E_g}{2kT}} = 1.4 \times 10^{17} \ \ \text{m}^{-3}
\end{aligned}
$$

3) Calcoliamo le mobilità:

$$
\begin{aligned}
\mu_n &= \frac{q}{m_{BC}} \tau = 1.44 \ \ \text{m}^2/\text{Vs} \\
\mu_n &= \frac{q}{m_{BV}} \tau = 2.31 \ \ \text{m}^2/\text{Vs}
\end{aligned}
$$

Quindi la conducibilità σ è pari a:

$$
\sigma = q n_i (\mu_n + \mu_p) = 0.084 \ \ \Omega^{-1}\text{m}^{-1} \tag{1}
$$

ESERCIZIO 3

Un transistore bipolare ($N_{AB} = 10^{16}$ cm^{-3}, $N_{DC} = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}, S=1 mm^2, $\mu_n = 0.09$ m^2/Vs, $\mu_p = 0.04$ m^2/Vs, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$ s, $W_{met} = 3.5$ μm) è polarizzato con $V_{BE} = 0.6$ V, $V_{CE} = 5$ V.

1) Nel caso il transistore sia n^+pn, determinare le correnti ai terminali, nonché il β_f e l'α_f. [3]

2) Determinare il drogaggio di emettitore (non n^+) per avere un β_f pari ad almeno 200, nelle stesse condizioni di polarizzazione. L'emettitore è molto più lungo della lunghezza di diffusione delle lacune. [4]

3) Determinare β_f se V_{CE} viene portata a 10 V (stessa V_{BE}).[3]

SOLUZIONE 3

1) Basta svolgere i conti, sapendo che $V_{CB} = V_{CE} - V_{BE} = 4.4$ V:

$$\begin{aligned}
V_{0\ BC} &= V_T \ln \frac{N_{AB} N_{DC}}{n_i^2} = 0.675 \quad \text{V} \\
W_{BC} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q}\left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D}\right)(V_0 + V_C B)} = 1.41 \quad \mu\text{m} \\
x_{BC} &= W_{BD} \frac{N_{DC}}{N_{AB} + N_{DC}} = 0.47 \quad \mu\text{m} \\
W_{eff} &= 3.5 - 0.47 = 3.03 \quad \mu\text{m} \\
D_n &= \frac{kT}{q}\mu_n = 2.33 \times 10^{-3} \quad \text{m}^2/\text{s} \\
\beta_f &= \frac{\tau_n}{\frac{W^2}{2D_n}} = 507 \\
\delta_n(0) &= \frac{n_i^2}{N_A} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} = 2.7 \times 10^{20} \quad \text{m}^{-3} \\
I_B &= \frac{qS\delta_n(0)W}{2\tau_n} = 65.7 \quad \mu\text{A} \\
I_C &= \beta_f I_B = 33 \quad \text{mA}
\end{aligned}$$

2) Si può risolvere il problema in diversi modi. Da notare che con le stesse V_{BE} e V_{BC} si ha la stessa iniezione in base, e quindi la stessa I_C. Diversa è invece la corrente di base, che aumenta per l'iniezione della base verso l'emettitore. Si può procedere calcolando il fattore di trasporto in base (la W_{eff} è la stessa) e l'efficienza di emettitore, dato il β_f. Oppure si può calcolare la frazione di corrente di base dovuta all'iniezione verso l'emettitore, e poi determinare il drogaggio dell'emettitore. Si parte dalla I_C, che è la stessa del punto precedente:

$$I_B = \frac{I_C}{\beta_f} = 165 \quad \mu\text{A}$$

$$
\begin{aligned}
I_{B\to\text{emettitore}} &= 165 - 65.7 = 99.3 \quad \mu\text{A} \\
I_B &= \frac{qS\delta_n(0)W}{2\tau_n} + qS\frac{D_p}{L_p}\frac{n_i^2}{N_{DE}}\left(e^{\frac{V_{EB}}{V_T}} - 1\right) \\
I_{B\to\text{emettitore}} &= qS\frac{D_p}{L_p}\frac{n_i^2}{N_{DE}}e^{\frac{V_{EB}}{V_T}} \\
N_{DE} &= qS\frac{D_p}{L_p}\frac{n_i^2}{I_{B\to\text{emettitore}}}e^{\frac{V_{EB}}{V_T}} \\
D_p &= \frac{kT}{q}\mu_p = 1.034\times 10^{-3} \quad \text{m}^2/\text{s} \\
L_p &= \sqrt{D_p\tau_p} = 32.15 \quad \mu\text{m} \\
N_{DE} &= 1.4\times 10^{23} \quad \text{m}^{-3}
\end{aligned}
$$

3) Se V_{BE} è la stessa, la corrente I_B dovuta all'iniezione verso l'emettitore non cambia. Cambia la carica in base perché la lunghezza effettiva della base è diversa:

$$
\begin{aligned}
V_{CB} &= 9.4 \quad \text{V} \\
W_{BC} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q}\left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D}\right)(V_0 + V_CB)} = 2 \quad \mu\text{m} \\
x_{BC} &= W_{BD}\frac{N_{DC}}{N_{AB} + N_{DC}} = 0.66 \quad \mu\text{m} \\
W_{eff} &= 3.5 - 0.66 = 2.84 \quad \mu\text{m} \\
I_{B\ \text{caricainbase}} &= \frac{qS\delta_n(0)W}{2\tau_n} = 61.4 \quad \mu\text{A} \\
I_{B\text{tot}} &= 161 \quad \mu\text{A} \\
I_C &= \frac{qS\delta_n(0)W}{2\tau_t} = \frac{qS\delta_n(0)W}{\frac{W^2}{2D_n}} = 35 \quad \text{mA} \\
\beta_f &= \frac{I_C}{I_B} = 220
\end{aligned}
$$