

## PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 11 settembre 2024

### ESERCIZIO 1

Una giunzione  $p^+n$  ha  $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\mu_p = 0.04 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $\tau_p = 1 \text{ }\mu\text{s}$ ,  $S = 1 \text{ mm}^2$ .

1) Determinare la barriera di energia vista dagli elettroni che tendono a muoversi dalla parte  $n$  alla parte  $p^+$  e scrivere l'espressione integrale della concentrazione di elettroni che hanno energia sufficiente a superare la barriera. [4]

2) Viene applicata  $V = 0.55 \text{ V}$ . Dopo aver determinato la corrente nel diodo, scrivere l'espressione integrale della concentrazione di elettroni con energia sufficiente a superare la barriera. [3]

3) Determinare l'eccesso di lacune in  $x_n$  e calcolare la differenza di energia tra  $E_V$  e i due quasi-livelli di Fermi per le lacune e per gli elettroni ( $E_{fp} - E_V$  e  $E_{fn} - E_V$ , in  $x_n$ ). [3]

### ESERCIZIO 2

Si richiede di progettare un transistor bipolare  $n^+pn$ . E' noto il processo di drogaggio:  $N_{AB} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_{DC} = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $\tau_n = 10^{-6} \text{ s}$ . Il transistor deve avere un  $\beta_f$  almeno pari a 300 (meglio se superiore). Inoltre, se  $V_{BE} = 0.55 \text{ V}$  deve poter erogare una corrente  $I_C$  di almeno 10 mA.

1) Progettare la  $W_{metallurgica}$  per soddisfare le specifiche. [3]

2) Progettare la superficie del transistor (si pensi alla carica in base). [4]

3) Il transistor viene polarizzato con la tensione di progetto  $V_{BE} = 0.55 \text{ V}$ , e con  $V_{CE} = 5 \text{ V}$ . Si verifichi che le specifiche siano soddisfatte in questa condizione di polarizzazione. All'aumentare della  $V_{CE}$  si migliora rispetto alle specifiche? [3]

### ESERCIZIO 3

Un condensatore  $n$ -MOS con gate in polisilicio è costruito su un substrato con  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $t_{ox} = 20 \text{ nm}$ . La carica nell'ossido è assente. Viene eseguita una caratterizzazione tramite una curva  $C - V$ .

1) Determinare il valore della capacità massima e minima, nonché la tensione per cui si misura la capacità minima. [3]

Il processo è difettoso, ed il drogaggio del gate risulta  $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ .

2) Determinare le capacità massima e minima nel caso di drogaggio difettoso (calcolare la capacità del gate moderatamente drogato). [4]

2) Determinare la tensione per cui la capacità assume il valore minimo. [3]

### ESERCIZIO 1

Una giunzione  $p^+n$  ha  $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\mu_p = 0.04 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $\tau_p = 1 \text{ }\mu\text{s}$ ,  $S = 1 \text{ mm}^2$ .

1) Determinare la barriera di energia vista dagli elettroni che tendono a muoversi dalla parte  $n$  alla parte  $p^+$  e scrivere l'espressione integrale della concentrazione di elettroni che hanno energia sufficiente a superare la barriera. [4]

2) Viene applicata  $V = 0.55 \text{ V}$ . Dopo aver determinato la corrente nel diodo, scrivere l'espressione integrale della concentrazione di elettroni con energia sufficiente a superare la barriera. [3]

3) Determinare l'eccesso di lacune in  $x_n$  e calcolare la differenza di energia tra  $E_V$  e i due quasi-livelli di Fermi per le lacune e per gli elettroni ( $E_{fp} - E_V$  e  $E_{fn} - E_V$ , in  $x_n$ ). [3]

Si consiglia di eseguire un grafico dell'andamento delle bande all'equilibrio.

### SOLUZIONE 1

1) La barriera che gli elettroni devono superare da  $n$  a  $p^+$  è pari a  $qV_0$ , dove  $V_0$  è la differenza di potenziale di contatto, che può essere calcolata come differenza dei livelli di Fermi prima del contatto:

$$\begin{aligned}qV_0 &= E_G - (E_C - E_f) \\n &= N_D = N_C e^{-\frac{E_C - E_f}{kT}} \\E_C - E_f &= KT \ln \frac{N_C}{N_D} = 0.205 \\qV_0 &= 1.08 - 0.205 = 0.875\end{aligned}$$

Per quanto riguarda alla densità (concentrazione) di elettroni con energia sufficiente a superare la barriera si pu'ò scrivere come:

$$\begin{aligned}n &= \int_{qV_0}^{\infty} D(E)f(E)dE \\n &= \int_{qV_0}^{\infty} \left(\frac{2m^*}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{E - E_C} \frac{1}{1 + e^{E - E_f / \text{over}kT}} dE\end{aligned}$$

2) A questo punto la barriera si è abbassata di  $-qV$ , quindi risulta pari a  $q(V_0 - V)$ . Basta riscrivere l'integrale cambiando l'estremo di integrazione:

$$n = \int_{q(V_0 - V)}^{\infty} \left(\frac{2m^*}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{E - E_C} \frac{1}{1 + e^{E - E_f / \text{over}kT}} dE \quad (1)$$

Per quanto riguarda la corrente avremo:

$$\begin{aligned}I &= I_S e^{\frac{V}{V_T}} \\I_S &= qS \frac{D_p}{L_p} \frac{n_i^2}{N_D}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_p &= \frac{kT}{q} \mu_p = 1.034 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s} \\
L_p &= \sqrt{D_p \tau_p} = 32.15 \text{ } \mu\text{m} \\
I &= 0.2 \text{ mA}
\end{aligned}$$

3) Applicando una tensione, non si può più parlare di livello di Fermi perché non siamo più all'equilibrio. Si parla allora di quasi-livelli di Fermi per le lacune  $E_{fp}$  e  $E_{fn}$ . La posizione di  $E_V$  rispetto al quasi livello di Fermi  $E_{fp}$  esprime la concentrazione di lacune, mentre la posizione di  $E_{fn}$  rispetto ad  $E_V$  è invariata poiché la concentrazione di elettroni in  $x_n$  è invariata, in condizione di bassa iniezione. Possiamo ragionare o con le bande, tenendo conto che  $E_{fn} - E_{fp} = qV$ , dove  $V$  è la tensione esterna applicata, oppure direttamente sulla concentrazione di lacune in  $x_n$ .

$$\begin{aligned}
p(x_n) &= \frac{n_i^2}{N_D} e^{\frac{V}{V_T}} = 3.9 \times 10^{19} \text{ m}^{-3} \\
E_{fp} - E_V &= kT \ln \frac{N_V}{p(x_n)} = 0.322 \text{ eV}
\end{aligned}$$

## ESERCIZIO 2

Si richiede di progettare un transistor bipolare  $n^+pn$ . È noto il processo di drogaggio:  $N_{AB} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_{DC} = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $\tau_n = 10^{-6} \text{ s}$ . Il transistor deve avere un  $\beta_f$  almeno pari a 300 (meglio se superiore). Inoltre, se  $V_{BE} = 0.55 \text{ V}$  deve poter erogare una corrente  $I_C$  di almeno 10 mA.

1) Progettare la  $W_{metallurgica}$  per soddisfare le specifiche. [3]

2) Progettare la superficie del transistor (si pensi alla carica in base). [4]

3) Il transistor viene polarizzato con la tensione di progetto  $V_{BE} = 0.55 \text{ V}$ , e con  $V_{CE} = 5 \text{ V}$ . Si verifichi che le specifiche siano soddisfatte in questa condizione di polarizzazione. All'aumentare della  $V_{CE}$  si migliora rispetto alle specifiche? [3]

## SOLUZIONE 2

1) Per essere sicuri di soddisfare le specifiche, consideriamo una  $W_{metallurgica}$  tale da ottenere  $\beta_f = 300$ . Sicuramente con la  $W_{effettiva}$ , che è sempre minore, qualsiasi sia il valore di  $V_{BC}$  otterremo dei valori di  $\beta_f$  più elevati. Quindi:

$$\begin{aligned}
\beta_f &= \frac{\tau_n}{\tau_t} = \frac{\tau_n}{\frac{W^2}{2D_n}} \\
W &= \sqrt{\frac{\tau_n 2D_n}{\beta_f}}
\end{aligned}$$

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n = 2.585 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$W = 4.15 \text{ } \mu\text{m}$$

Se facciamo  $W_{\text{metallurgica}} = 4 \text{ } \mu\text{m}$ , sicuramente, una volta polarizzato, la lunghezza effettiva sarà minore ed il  $\beta_f$  maggiore di quello richiesto dalle specifiche.

2) Se vogliamo  $I_C = 10 \text{ mA}$ , la carica in base deve essere pari a:

$$I_C = \frac{Q}{\tau_t}$$

$$\tau_t = \frac{W^2}{2D_n}$$

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n = 2.585 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\tau_t = 3.1 \text{ ns}$$

$$Q = I_C \tau_t$$

Quindi:

$$Q = qS\delta n(0) \frac{W}{2}$$

$$\delta n(0) = \frac{n_i^2}{N_{AB}} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} = 3.9 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$$

$$S = \frac{Q}{q\delta n(0) \frac{W}{2}} = \frac{I_C \tau_t}{q\delta n(0) \frac{W}{2}} = 2.5 \text{ mm}^2$$

Nel conto abbiamo considerato ancora la  $W_{\text{metallurgica}}$ , sapendo che la  $W_{\text{effettiva}}$  sarà sicuramente inferiore.

3) Calcoliamo i vari parametri. Poiché la lunghezza effettiva  $W$  sarà sicuramente minore di quella metallurgica pari a  $4 \text{ } \mu\text{m}$ , le specifiche saranno sicuramente soddisfatte.

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n = 2.585 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = 50.84 \text{ } \mu\text{m}$$

$$V_{0 \text{ CB}} = V_T \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = 0.675 \text{ V}$$

$$W_{CB} = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left( \frac{1}{N_{AB}} + \frac{1}{N_{DC}} \right) (V_{0 \text{ CB}} + V_{CB})} = 1.43 \text{ } \mu\text{m}$$

$$x_{n \text{ CB}} = W_{CB} \frac{N_{DC}}{N_{AB} + N_{DC}} = 0.48 \text{ } \mu\text{m}$$

$$\begin{aligned}
W_{eff} &= W - x_n \text{ CB} = 3.52 \text{ } \mu\text{m} \\
\alpha_F &= \alpha_T = \frac{1}{1 + \frac{W^2}{2L_n^2}} = 0.997609 \\
\beta_F &= \frac{\alpha_F}{1 - \alpha_F} = 417
\end{aligned}$$

Quindi la condizione  $\beta_f > 300$  è soddisfatta. Controlliamo la condizione sulla  $I_C$ , calcolandola usando la carica in base:

$$\begin{aligned}
I_C &= \frac{Q}{\tau_t} \\
Q &= qS\delta n(0) \frac{W_{effettiva}}{2} = 27.49 \text{ pC} \\
\tau_t &= \frac{W^2}{2D_n} = 2.4 \text{ ns} \\
I_C &= 11 \text{ mA}
\end{aligned}$$

Quindi le specifiche sono ampiamente soddisfatte.

### ESERCIZIO 3

Un condensatore  $n$ -MOS con gate in polisilicio è costruito su un substrato con  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $t_{ox} = 20 \text{ nm}$ . La carica nell'ossido è assente. Viene eseguita una caratterizzazione tramite una curva  $C - V$ .

1) Determinare il valore della capacità massima e minima, nonché la tensione per cui si misura la capacità minima. [3]

Il processo è difettoso, ed il drogaggio del gate risulta  $N_D = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ .

2) Determinare le capacità massima e minima nel caso di drogaggio difettoso (calcolare la capacità del gate moderatamente drogato). [4]

2) Determinare la tensione per cui la capacità assume il valore minimo. [3]

SOLUZIONE

1) La curva  $C - V$  mostra un minimo per  $V_{GB} = V_{TH}$ , quindi avremo:

$$\begin{aligned}
C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.75 \times 10^{-3} \text{ F/m}^2 \\
\psi_B &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.347 \\
\Phi_{MS} &= - \left( \frac{E_G}{2q} + \psi_B \right) = -0.887 \\
V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} = 0.08 \text{ V}
\end{aligned}$$

Il valore massimo della capacità è pari a  $C_{ox}$ , quello minimo è dato dalla serie della capacità dell'ossido e di quella del silicio all'inversione, dovuta alla regione di svuotamento:

$$\begin{aligned}
 W_{inv} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_S}{qN_A} 2\psi_B} = 0.302 \text{ } \mu\text{m} \\
 C_{Si} &= \frac{\epsilon_{Si}}{W_{inv}} = 0.348 \times 10^{-3} \text{ F/m}^2 \\
 C &= \frac{C_{ox}C_{Si}}{C_{ox} + C_{Si}} = 0.29 \times 10^{-3} \text{ F/m}^2
 \end{aligned}$$

2) La carica sul gate, che in questo caso è di silicio moderatamente drogato, deve essere la stessa di quella nel silicio. Poichè il gate è comunque più drogato del substrato, con la stessa carica il gate non è in inversione. Avremo tre capacità in serie: quella del gate, data da  $\frac{\epsilon_{Si}}{W_{gate}}$ , quella dell'ossido e quella del silicio calcolata nel punto precedente. Avremo:

$$\begin{aligned}
 qW_{gate}N_{Dgate} &= qW_{Si}N_A \\
 W_{gate} &= W_{Si} \frac{N_A}{N_{Dgate}} = 6.04 \times 10^{-8} \text{ m} \\
 C_{gate} &= \frac{\epsilon_{Si}}{W_{gate}} = 1.74 \times 10^{-3} \text{ F/m}^2 \\
 \frac{1}{C} &= \frac{1}{C_{gate}} + \frac{1}{C_{ox}} + \frac{1}{C_{Si}} = 4019.70 \text{ m}^2/\text{F} \\
 C &= 0.249 \times 10^{-3} \text{ F/m}^2
 \end{aligned}$$

3) Il minimo della capacità si ottiene per  $V_{GB} = V_{TH}$ . Basta calcolare la nuova tensione di soglia considerando (aggiungendoci) la caduta di tensione  $V_{gate}$  necessaria al gate per svuotarsi di  $W_{gate}$  e fornire la carica positiva di gate al condensatore MOS. Bisogna anche ricalcolare la  $\Phi_{MS}$ , che è sempre negativa e si può ottenere come differenza tra i due livelli di Fermi prima del contatto. O più semplicemente come la  $V_0$ , tra gate  $n$  e substrato  $p$ :

$$\begin{aligned}
 W_{gate} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_D} V_{gate}} \\
 V_{gate} &= W_{gate}^2 \frac{qN_D}{2\epsilon_s} = 0.03 \text{ V} \\
 \Phi_{MS} &= -V_0 = -\frac{kT}{q} \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = -0.734 \text{ V} \\
 V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A} 2\psi_B}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} + V_{gate} = 0.263 \text{ V}
 \end{aligned}$$

La  $\Phi_{MS}$  poteva essere anche calcolata come (è assolutamente equivalente):

$$\begin{aligned}q\Phi_{MS} = q\Phi_M - q\Phi_S &= q\chi + (E_C - E_{fn}) - (q\chi + E_g - (E_{fp} - E_V)) \\E_C - E_{fn} &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_C}{N_D} \\E_{fp} - E_V &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_V}{N_A}\end{aligned}$$