ESERCIZIO 1

Un condensatore n-MOS, $t_{ox} = 20$ nm, $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, ha il gate realizzato in polisilicio n, drogato 10^{17} cm^{-3}.

1) Viene applicata una tensione tale da formare una regione di svuotamento nel gate pari a 20 nm. Determinare la caduta di tensione nel silicio, verificando che non sia in inversione, e la caduta di tensione nel gate; [4]

2) con riferimento al punto 1, determinare la tensione V_{GS} applicata; [3]

3) determinare l'ampiezza della regione di svuotamento nel gate alla soglia dell'inversione, nonché la tensione di inversione V_{TH}. [3]

ESERCIZIO 2

Si consideri un transistore bipolare n^+pn, con $\tau_n = 10^{-6}$ s, $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs nella base e nel collettore, $\mu_n = 0.05$ nell'emettitore, $N_{DE} = 10^{19}$ cm^{-3}, $N_{AB} = 10^{16}$ cm^{-3}, $N_{DC} = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}, $S = 1$ mm^2. L'emettitore è lungo 100 μm, la base è lunga 4 μm, il collettore è lungo 300 μm. Il transistore viene polarizzato con $I_B = 10$ μA e $V_{CB} = 4.5$ V.

1) determinare le correnti e le tensioni ai terminali, in particolare I_C e V_{BE}; [3]

2) determinare il campo elettrico nelle regioni di svuotamento e nelle regioni quasi-neutre (trascurare il campo elettrico nella base), ed eseguirne un grafico; [4]

3) determinare la I_C nel caso che la V_{CE}, calcolata nel punto 1, raddoppi; stimare la resistenza differenziale dovuta all'effetto Early e confrontarla con la resistenza parassita del collettore (dovuta alla sua lunghezza). Si può trascurare la variazione della V_{BE}. [3]

NOTA: in tutte le domande che lo richiedano, si calcoli il valore di α_F con almeno 6 cifre decimali.

ESERCIZIO 3

In una barra di semiconduttore di tipo n, avente dimensioni L = 500 μm, W = 300 μm e t = 10 μm, scorre una corrente lungo L (direzione x) pari a I=120 mA. La barra è inoltre immersa in un campo magnetico B = 10 mT avente un'unica componente in direzione z (ortogonale al piano di appoggio della barra e alla direzione di propagazione della corrente). Per questo semiconduttore, la relazione di dispersione in banda di conduzione risulta:

$$E(k) = a(k - k_0)^2 + 2 \times 10^{-19} J$$

con a= $5{\times}10^{-38}$ e k_0= 10^9 m^{-1}. Viene misurata una tensione lungo x pari a V_X= 200 mV e una tensione lungo y pari a V_H= 2 mV. Sapendo che la concentrazione dei portatori è legata al campo magnetico dalla relazione $\frac{I_x B_z}{q V_H t}$:

1) Si calcoli la mobilità dei portatori e il tempo di rilassamento (tempo medio tra gli urti);[4]

2) si calcoli il tempo di attraversamento della barra da parte dei portatori;[3]

3) si scriva l'espressione del campo elettrico in direzione parallela al flusso di corrente(x) e ortogonale nel piano(y) e si scriva l'espressione dell'equazione di Poisson a metà della barra.[3]

ESERCIZIO 1

Un condensatore n-MOS, $t_{ox} = 20$ nm, $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, ha il gate realizzato in polisilicio n, drogato 10^{17} cm^{-3}.

1. Viene applicata una tensione tale da formare una regione di svuotamento nel gate pari a 20 nm. Determinare la caduta di tensione nel silicio, verificando che non sia in inversione, e la caduta di tensione nel gate; [4]
2. con riferimento al punto 1, determinare la tensione V_{GS} applicata; [3]
3. determinare l'ampiezza della regione di svuotamento nel gate alla soglia dell'inversione, nonché la tensione di inversione V_{TH}. [3]

SOLUZIONE 1

1) La carica nel gate sarà positiva, e sarà data da:

$$Q = qN_D W = 3.2 \times 10^{-4} \text{ C/m}^2 \tag{1}$$

La carica nel silicio dovrà essere la stessa in valore assoluto, di segno opposto, quindi avremo:

$$\begin{aligned} Q &= qN_A W = \sqrt{2\epsilon_s q N_A V_S} \\ V_S &= \frac{Q^2}{2\epsilon_s q N_A} = 0.304 \text{ V} \end{aligned}$$

Per avere l'inversione, dovremo avere $V_S = 2\psi_B$:

$$\psi_B = V_T \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.347 \tag{2}$$

quindi, essendo $V_S < 2\psi_B$, siamo lontani dall'inversione. La caduta di tensione nel gate è tale da provocare uno svuotamento di 20 nm:

$$\begin{aligned} W &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_D} V_S} \\ V_{S\ \text{gate}} &= W^2 \frac{qN_D}{2\epsilon_s} = 30 \text{ mV} \end{aligned}$$

Anche se il gate non è fortemente drogato, la caduta di tensione è comunque molto bassa.

2) La tensione V_{GS} esterna applicata è la somma di tre contributi: la caduta di tensione sul gate, la caduta di tensione nell'ossido e la caduta di tensione nel silicio.

A queste va aggiunta la ϕ_{MS} che deve essere applicata prima di avere la condizione di bande piatte:

$$\begin{aligned}
\phi_M &= \chi + \frac{E_C - E_f}{q} \\
E_C - E_f &= kT \ln \frac{N_C}{N_D} = 0.146 \quad \text{eV} \\
\phi_M &= 41 + 0.146 = 4.246\text{V} \\
\phi_S &= \chi + \frac{E_G}{2q}
\end{aligned}$$

$$\psi_B = 4.1 + 0.54 + 0.347 = 4.987 \quad \text{V}$$

$$\phi_{MS} = 4.246 - 4.987 = -0.741$$

Come nel caso di gate in poly n^+ la ϕ_{MS} è negativa. Calcoliamo la caduta nell'ossido, conoscendo la carica, e sommiamo tutti i contributi:

$$\begin{aligned}
V_{GS} &= V_{gate} + V_{ox} + V_S + \phi_{MS} \\
V_{ox} &= \frac{Q}{C_{ox}} \\
C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.726 \times 10^{-3} \quad \text{F/m}^2 \\
V_{ox} &= \frac{qN_D W_{ox}}{C_{ox}} = \frac{qN_A W_{Si}}{C_{ox}} = 0.185 \quad \text{V} \\
V_{GS} &= -0.221 \quad \text{V}
\end{aligned}$$

3) Alla soglia dell'inversione, conosciamo la carica nel silicio. Possiamo dunque calcolare la regione di svuotamento nel gate, considerando la stessa carica, e la caduta di tensione nel gate. Sommiamo poi i diversi contributi: caduta nel gate, caduta nell'ossido $\frac{Q_{Si}}{C_{ox}}$ caduta nel silicio pari a $2\psi_B$, Φ_{MS}:

$$\begin{aligned}
Q_{Si} &= \sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B} = 4.84 \times 10^{-4} \quad \text{C/m}^2 \\
W_{gate} &= \frac{Q}{qN_D} = 30 \quad \text{nm} \\
V_{gate} &= W_{gate}^2 \frac{qN_D}{2\epsilon_s} = 69.4 \quad \text{mV} \\
V_{TH} &= V_{gate} + V_{ox} + V_S + \phi_{MS} \\
V_{TH} &= V_{gate} + \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \phi_{MS} = 0.56 \quad \text{V}
\end{aligned}$$

ESERCIZIO 2

Si consideri un transistore bipolare n^+pn, con $\tau_n = 10^{-6}$ s, $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs nella base e nel collettore, $\mu_n = 0.05$ nell'emettitore, $N_{DE} = 10^{19}$ cm^{-3}, $N_{AB} = 10^{16}$ cm^{-3}, $N_{DC} = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}, $S = 1$ mm^2. L'emettitore è lungo 100 μm, la base è lunga 4 μm, il collettore è lungo 300 μm. Il transistore viene polarizzato con $I_B = 10$ μA e $V_{CB} = 4.5$ V.

1. determinare le correnti e le tensioni ai terminali, in particolare I_C e V_{BE}; [3]
2. determinare il campo elettrico nelle regioni di svuotamento e nelle regioni quasi-neutre (trascurare il campo elettrico nella base), ed eseguirne un grafico; [4]
3. determinare la I_C nel caso che la V_{CE}, calcolata nel punto 1, raddoppi; stimare la resistenza differenziale dovuta all'effetto Early e confrontarla con la resistenza parassita del collettore (dovuta alla sua lunghezza). Si può trascurare la variazione della V_{BE}. [3]

   NOTA: in tutte le domande che lo richiedano, si calcoli il valore di α_F con almeno 6 cifre decimali.

SOLUZIONE 2

1) Calcoliamo la lunghezza effettiva della base, considerando trascurabile l'ampiezza della regione di svuotamento della giunzione base-emettitore polarizzata in diretta. Da questo ricaviamo α_f e quindi la corrente di collettore. Dalla I_B possiamo ricavare la V_{BE}:

$$
\begin{aligned}
D_n &= \frac{kT}{q}\mu_n = 2.585 \times 10^{-3} \ \ \mathrm{m^2/s} \\
L_n &= \sqrt{D_n \tau_n} = 50.84 \ \ \mu\mathrm{m} \\
V_{0\ CB} &= V_T \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = 0.675 \ \ \mathrm{V} \\
W_{CB} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q}\left(\frac{1}{N_{AB}} + \frac{1}{N_{DC}}\right)(V_{O\ CB} + V_{CB})} = 1.43 \ \ \mu\mathrm{m} \\
x_{n\ CB} &= W_{CB}\frac{N_{DC}}{N_{AB} + N_{DC}} = 0.48 \ \ \mu\mathrm{m} \\
W_{eff} &= W - x_{n\ CB} = 3.52 \ \ \mu\mathrm{m} \\
\alpha_F &= \alpha_T = \frac{1}{1 + \frac{W^2}{2L_n^2}} = 0.997609 \\
\beta_F &= \frac{\alpha_F}{1 - \alpha_F} = 417 \\
I_C &= \beta_F I_B = 4.2 \ \ \mathrm{mA} \\
Q &= I_B \tau_n = 10 \ \ \mathrm{pC} \\
Q &= qS\delta n(0)\frac{W}{2}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\delta n(0) &= \frac{n_i^2}{N_{AB}} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} = \frac{2Q}{qSW} = 3.5 \times 10^{19} \ \ \mathrm{m}^{-3} \\
V_{BE} &= 0.55 \ \ \mathrm{V}
\end{aligned}
$$

Quindi $V_{CE} = V_{CB} + V_{BE} = 5.05$ V.

2) Nelle regioni di svuotamento il campo elettrico assume un andamento triangolare, positivo in corrispondenza della giunzione emettitore-base (giunzione np) e negativo in corrispondenza della giunzione collettore-base (giunzione pn). Calcoliamo il massimo dei due diagrammi, che è sul piano delle due giunzioni. Giunzione base-emettitore:

$$
\begin{aligned}
V_{0\ EB} &= V_T \ln \frac{N_{AB} N_{DE}}{n_i^2} = 0.871 \ \ \mathrm{V} \\
W_{EB} &= x_{n\ EB} = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_{AB}} \left(V_{0\ EB} - V_{BE}\right)} = 0.205 \ \ \mu\mathrm{m} \\
\mathcal{E}_{max\ BE} &= \frac{qN_{AB}}{\epsilon_s} x_{n\ EB} = 3.1 \ \ \mathrm{MV/m}
\end{aligned}
$$

Per la giunzione base-collettore abbiamo già calcolato $x_{n\ CB} = 0.48$ μm:

$$
\mathcal{E}_{max\ CB} = \frac{qN_{AB}}{\epsilon_s} x_{n\ CB} = 7.3 \ \ \mathrm{MV/m} \tag{3}
$$

Le regioni quasi-neutre di emettitore e di collettore si comportano semplicemente come resistori, dove c'è un piccolo campo elettrico per far scorrere I_C ed I_E come correnti di trascinamento (di drift). Il campo elettrico quindi è circa costante e negativo, poiché gli elettroni scorrono dall'emettitore verso il collettore (direzione positiva) e quindi il campo elettrico è opposto (negativo). Nell'emettitore (in valore assoluto), usando la mobilità nell'emettitore:

$$
\mathcal{E}_{\text{emettitore}} = \frac{I_E}{qSN_D \mu_{n\ \text{emettitore}}} = 0.052 \ \ \mathrm{V/m} \tag{4}
$$

piccolissimo. Nel collettore il campo elettrico sarà più grande, poiché è molto meno drogato dell'emettitore:

$$
\mathcal{E}_{\text{collettore}} = \frac{I_C}{qSN_D \mu_{n\ \text{collettore}}} = 26 \ \ \mathrm{V/m} \tag{5}
$$

3) Se la tensione V_{CE} aumenta, a parità di corrente di base, la regione di svuotamento base collettore aumenta, l'ampiezza della regione quasi-neutra della base diminuisce, il coefficiente α_F aumenta avvicinandosi ulteriormente a 1 e la corrente di collettore

aumenta: questo si chiama effetto Early. La tensione V_{BE} può essere facilmente ricalcolata, ma la sua variazione sarà molto piccola perché la carica dipende esponenzialmente da V_{BE}. Ricalcoliamo alcuni dei parametri del punto 1:

$$\begin{aligned}
V_{CB} &= V_{CE} - V_{BE} = 9.5 \;\; \mathrm{V} \\
W_{CB} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q}\left(\frac{1}{N_{AB}} + \frac{1}{N_{DC}}\right)(V_{O\ CB} + V_{CB})} = 2 \;\; \mu\mathrm{m} \\
x_{n\ CB} &= W_{CB}\frac{N_{DC}}{N_{AB} + N_{DC}} = 0.67 \;\; \mu\mathrm{m} \\
W_{eff} &= W - x_{n\ CB} = 3.33 \;\; \mu\mathrm{m} \\
\alpha_F &= \alpha_T = \frac{1}{1 + \frac{W^2}{2L_n^2}} = 0.997859 \\
\beta_F &= \frac{\alpha_F}{1 - \alpha_F} = 466 \\
I_C &= \beta_F I_B = 4.7 \;\; \mathrm{mA} \\
r_d &= \frac{\Delta V_{CE}}{\Delta I_C} = 9900 \;\; \Omega
\end{aligned}$$

Per quanto riguarda la resistenza introdotta dal collettore poco drogato avremo:

$$R = \frac{1}{q\mu_n N_{DC}}\frac{L}{S} = 1.87 \;\; \Omega \tag{6}$$

ESERCIZIO 3

In una barra di semiconduttore di tipo n, avente dimensioni L = 500 μm, W = 300 μm e t = 10 μm, scorre una corrente lungo L (direzione x) pari a I=120 mA. La barra è inoltre immersa in un campo magnetico B = 10 mT avente un'unica componente in direzione z (ortogonale al piano di appoggio della barra e alla direzione di propagazione della corrente). Per questo semiconduttore, la relazione di dispersione in banda di conduzione risulta:

$$E(k) = a(k - k_0)^2 + 2 \times 10^{-19} J$$

con a= 5×10^{-38} e k_0= 10^9 m^{-1}. Viene misurata una tensione lungo x pari a V_X= 200 mV e una tensione lungo y pari a V_H= 2 mV.

Sapendo che la concentrazione dei portatori è legata al campo magnetico dalla relazione $\frac{I_x B_z}{qV_H t}$:

1. Si calcoli la mobilità dei portatori e il tempo di rilassamento (tempo medio tra gli urti)[4];
2. si calcoli il tempo di attraversamento della barra da parte dei portatori[3];
3. si scriva l'espressione del campo elettrico in direzione parallela al flusso di corrente(x) e ortogonale nel piano(y) e si scriva l'espressione dell'equazione di Poisson a metà della barra[4].

SOLUZIONE

1) L'esercizio fa riferimento all'effetto Hall che consente di ottenere informazioni sui portatori maggioritari della barra di semiconduttore. Dalla relazione data si ottiene una concentrazione n_0 di elettroni pari a

$$\begin{aligned} n_0 &= \frac{I_x B_z}{q V_H t} = 3.12 \times 10^{23} \text{ m}^{-3} \\ \rho &= \frac{V_x}{I_x} \times \frac{Wt}{L} = 1 \times 10^{-5}\ \Omega\text{m} \\ \mu_n &= \frac{1}{q\rho n_0} = 1.67 \text{ m}^2/\text{Vs} \end{aligned}$$

Per ricavare il tempo di rilassamento é necessario ricavare la massa efficace:

$$\begin{aligned} m_e^* &= \frac{\hbar^2}{\frac{d^2E}{dk^2}|_{k=k_0}} = \frac{\hbar^2}{(2a)} = 1.11 \times 10^{-31} \text{ kg} \\ \tau_n &= \frac{\mu m*_e}{q} = 1.15 \times 10^{-12} sec \end{aligned}$$

2) Il tempo di attraversamento si puó ricavare dalla velocitá di trascinamento:

$$\begin{aligned} v_d &= \mu \frac{V_x}{L} = 666.7 \text{ ms}^{-1} \\ \tau_t &= \frac{L}{v_d} = 0.75 \mu\text{sec} \end{aligned}$$

3) Il potenziale varia linearmente lungo x e y, per cui il campo elettrico é costante e pari a:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x = V_x/L = 400 \text{ V/m} \\ \varepsilon_y = V_H/W = 6.67 \text{ V/m} \end{aligned}$$

La carica netta per unità di volume è nulla per cui l'eq. di Poisson risulta:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = 0$$