PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 26 giugno 2024

ESERCIZIO 1

Un condensatore MOS ha $\Phi_{MS} = 0$, $t_{ox} = 20$ nm, $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}.

1. Si supponga l'ossido privo di carica. Per $V_{GS} = V_{TH}$ si calcoli il campo elettrico lungo x (perpendicolare alla superficie) e se ne esegua un grafico quotato. [3]

2. Nell'ossido è presente una concentrazione di stati, dovuti a difetti accettori (si caricano negativamente) distribuiti uniformemente tra 0 e $-t_{ox}$. La distribuzione è pari a $N_S = 10^{14}$ cm^{-3}. Determinare l'andamento del campo elettrico ed eseguirne un grafico quotato alla soglia dell'inversione. SUGGERIMENTO: ci sono molti modi per procedere, una possibilità è quella di applicare il teorema di Gauss. [4]

3. Dopo aver determinato l'andamento del potenziale nell'ossido, calcolare la nuova tensione di soglia V_{TH}. [3]

ESERCIZIO 2

Per una giunzione p$^+$n, con $N_D = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.11$ m^2/Vs, $\mu_p = 388$ cm^2/Vs, $\tau_p = 10^{-5}$s, τ_n, W_n= 100 μm, S=1 mm^2, è stata misurata una capacità differenziale totale in condizione di polarizzazione inversa pari a 60 pF.

1. Si calcoli la tensione inversa di polarizzazione applicata e si disegni il circuito di piccolo segnale; [3]

   Il diodo viene polarizzato in diretta con tensione applicata pari a 0.6 V:

2. Si determini la capacità differenziale di diffusione; [4]

3. Si determinino tutti i parametri mancanti di piccolo segnale e si disegni il circuito in queste condizioni di polarizzazione. [3]

ESERCIZIO 3

Un transistore bipolare n^+pn ha $N_A = 10^{16}$ nella base, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$ s, $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs, $\mu_p = 0.04$ m^2/Vs, $W_{met} = 3$ μm, $S = 1$ mm^2. Viene polarizzato con $V_{BE} = 0.55$ V, $V_{CE} = 0.2$ V (si supponga la bassa iniezione).

1. Nel caso che $N_{D\ collettore} = 10^{19}$ cm^{-3}, determinare la corrente di base (si consideri l'approssimazione lineare per il profilo dell'eccesso in base). [3]

2. Si determini il profilo dell'eccesso dei portatori minoritari nella base, senza approssimazione lineare, e la corrente di emettitore. [3]

3. Si consideri $N_{D\ collettore} = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}. Dato il profilo dell'eccesso di portatori minoritari, determinare la corrente di collettore e di base. Verificare che la somma delle correnti entranti è 0 (a meno di inevitabili approssimazioni numeriche).[4]

ESERCIZIO 1 Un condensatore MOS ha $\Phi_{MS} = 0$, $t_{ox} = 20$ nm, $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}.

1) Si supponga l'ossido privo di carica. Per $V_{GS} = V_{TH}$ si calcoli il campo elettrico lungo x (perpendicolare alla superficie) e se ne esegua un grafico quotato. [3]

2) Nell'ossido è presente una concentrazione di stati, dovuti a difetti accettori (si caricano negativamente) distribuiti uniformemente tra 0 e $-t_{ox}$. La distribuzione è pari a $N_S = 10^{14}$ cm^{-3}. Determinare l'andamento del campo elettrico ed eseguirne un grafico quotato alla soglia dell'inversione. SUGGERIMENTO: ci sono molti modi per procedere, una possibilità è quella di applicare il teorema di Gauss. [4]

3) Dopo aver determinato l'andamento del potenziale nell'ossido, calcolare la nuova tensione di soglia V_{TH}. [3]

SOLUZIONE 1

1) La tensione di soglia è quella di un condensatore MOS ideale, pari a:

$$\begin{aligned}
C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.726 \times 10^{-3} \ \ \mathrm{F/m^2} \\
\psi_B &= V_T \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.347 \ \ \mathrm{V} \\
V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B = 0.974 \ \ \mathrm{V}
\end{aligned}$$

Alla soglia abbiamo che nel silicio l'andamento del campo elettrico è lineare, massimo all'interfaccia ($x = 0$) e nullo in $x = W(2\psi_B)$:

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}(0) &= -\frac{Q_{Si}}{\epsilon_{Si}} = +\frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{\epsilon_{Si}} = 4.59 \ \ \mathrm{MV/m} \\
\mathcal{E}(W) &= 0 \\
W(2\psi_B) &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A} 2\psi_B} = 302\mathrm{nm}
\end{aligned}$$

Nell'ossido il campo elettrico è costante, e pari a:

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}(-t_{ox} < x < 0) &= \frac{\epsilon_{Si}}{\epsilon_{ox}} \mathcal{E}(0^+) \\
\mathcal{E}(-t_{ox} < x < 0) &= 3\mathcal{E}(0^+) = 13.78 \ \ \mathrm{kV/m}
\end{aligned}$$

2) Il campo elettrico nel silicio non cambia, all'inversione la caduta di tensione nel silicio deve comunque essere $2\psi_B$. Quindi in $x = 0^+$ il campo elettrico nel silicio è lo stesso del punto precedente, e quello nell'ossido in $x = 0^-$ è pari a 3 volte quello nel silicio. Andando verso $-t_{ox}$ il campo elettrico aumenta linearmente per la presenza della carica nell'ossido:

$$\mathcal{E}(x) = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_{ox}}(-x) + \mathcal{E}(0^-) \ \ \mathrm{per} \ -t_{ox} < x < 0$$

$$
\begin{aligned}
\rho(x) &= -qN_S \quad \text{carichenegative} \\
\mathcal{E}(x) &= -\frac{qN_S}{\epsilon_{ox}}x + \mathcal{E}(0^-) \quad \text{per } -t_{ox} < x < 0
\end{aligned}
$$

Con $x < 0$, il campo elettrico aumenta andando verso $-t_{ox}$. In $x = -t_{ox}$ avremo:

$$
\mathcal{E}(-t_{ox}) = \frac{qN_S}{\epsilon_{ox}}t_{ox} + \mathcal{E}(0^-) = 13.79 \quad \text{kV/m}
$$

3) Alla soglia la caduta di tensione nel silicio non cambia $V_S = 2\psi_B$. Per la caduta di tensione nell'ossido basta integrare il campo elettrico:

$$
\begin{aligned}
V_{ox} &= \int_0^{-t_{ox}} \frac{\rho(x)}{\epsilon_{ox}}x - \frac{Q_{Si}}{\epsilon_{ox}} \, dx \\
V_{ox} &= \frac{qN_S}{\epsilon_{ox}}\frac{t_{ox}^2}{2} - \frac{Q_{Si}}{\epsilon_{ox}}t_{ox} \\
V_{ox} &= \frac{qN_S}{\epsilon_{ox}}\frac{t_{ox}^2}{2} + \frac{\sqrt{2\epsilon_s qN_A 2\psi_B}}{C_{ox}} = 9.28 \times 10^{-5} + 0.28 \simeq 0.28 \quad \text{V}
\end{aligned}
$$

Quindi la tensione di soglia si modifica di poco rispetto al caso di ossido privo di cariche.

ESERCIZIO 2

Per una giunzione p$^+$n, con $N_D = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.11$ m^2/Vs, $\mu_p = 388$ cm^2/Vs, $\tau_p = 10^{-5}$ s, W_n= 100 μm, S=1 mm^2, è stata misurata una capacità differenziale totale in condizione di polarizzazione inversa pari a 60 pF.

1. Si calcoli la tensione inversa di polarizzazione applicata e si disegni il circuito di piccolo segnale; [3]

   Il diodo viene polarizzato in diretta con tensione applicata pari a 0.6 V:

2. Si determini la capacità differenziale di diffusione; [4]

3. Si determinino tutti i parametri mancanti di piccolo segnale e si disegni il circuito in queste condizioni di polarizzazione. [3]

SOLUZIONE 2

1) In condizione di polarizzazione inversa l'unica capacità differenziale presente è quella dovuta alla carica della regione di svuotamento, C$_W$:

$$
\begin{aligned}
V_0 &= \frac{kT}{q}\ln\frac{(N_D N_A)}{n_i^2} = 0.870 \text{ V} \\
C_W &= \frac{\epsilon_s}{W}S = 60 \quad \text{pF} \\
W &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q}\frac{1}{N_D}(V_0 - V)} = 1.74 \ \mu\text{m} \\
V &= -22.35\text{V}
\end{aligned}
$$

2) La capacità a differenziale di diffusione è dovuta ai portatori minoritari iniettati nella zona n. È necessario ricavare il profilo della carica in funzione della tensione. Valutiamo la lunghezza di diffusione dei minoritari in zona n:

$$\begin{aligned} D_p &= \frac{kT}{q}\mu_p = 1.00 \times 10^{-3} \\ L_p &= \sqrt{D_p \tau_p} = 100 \ \mu\text{m} \end{aligned}$$

L_p coincide con l'estensione della zona n $W_n = 100 \ \mu$m, si tratta quindi di un diodo a base intermedia.

$$\delta_p(x) = Ae^{-x/L_p} + Be^{x/L_p}$$
$$\delta_p(0) = \frac{n_i^2}{N_D}(e^{\frac{V}{V_T}} - 1)$$
$$\delta_p(W_n - x_n) \approx \delta_p(W_n) = 0$$

Risolvendo con le due condizioni al contorno si ottiene:

$$\begin{aligned} A &= \delta_p(0)\frac{e^{\frac{W_n}{L_p}}}{(e^{\frac{W_n}{L_p}} - e^{\frac{-W_n}{L_p}})} = \delta_p(0) \times 1.16 \\ B &= -\delta_p(0)\frac{e^{\frac{-W_n}{L_p}}}{(e^{\frac{W_n}{L_p}} - e^{\frac{-W_n}{L_p}})} = -\delta_p(0) \times 0.157 \\ Q &= qS\int_0^{W_n} \delta_p(x)dx = qS\int_0^{W_n}(\delta_p(0)1.16e^{-x/L_p} - \delta_p(0)0.157e^{x/L_p})dx \\ Q &= qSL_p(-1.16(e^{-1} - 1) - 0.157(e^1 - 1))\delta_p(0) = 1.67 \times 10^{-18}(e^{\frac{V}{V_T}} - 1) \\ C_{diff} &= \frac{dQ}{dV} = \frac{1}{V_T}(1.67 \times 10^{-18})(e^{\frac{V}{V_T}}) = 81.5 \ \ \text{nF} \end{aligned}$$

3) Calcolo C_W:

$$\begin{aligned} W &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q}\frac{1}{N_D}(V_0 - V)} = 0.188 \ \mu\text{m} \\ C_W &= \frac{\epsilon_s}{W}S = 557 \ pF \end{aligned}$$

Per il calcolo della resistenza differenziale bisogna tener conto che nel diodo a base intermedia cambia la corrente inversa di saturazione:

$$I = -qSD_p\frac{d\delta_p(x)}{dx}|_{x=0} = -qSD_p\frac{d(\delta_p(0)1.16e^{-x/L_p} - \delta_p(0)0.157e^{x/L_p})}{dx}$$

$$
\begin{aligned}
I &= qSD_p\delta_p(0)\left(\frac{1.16}{L_p}+\frac{0.157}{L_p}\right) = 4.75\times10^{-13}(e^{\frac{V}{V_T}}-1)\\
\frac{1}{r_d} &= \frac{dI}{dV} = \frac{4.75\times10^{-13}}{V_T}e^{\frac{V}{V_T}} = 23 \text{ mS}\\
r_d &= 43.2\ \Omega
\end{aligned}
$$

ESERCIZIO 3 Un transistore bipolare n^+pn ha $N_A = 10^{16}$ nella base, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$ s, $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs, $\mu_p = 0.04$ m^2/Vs, $W_{met} = 3\ \mu$m, $S = 1$ mm^2. Viene polarizzato con $V_{BE} = 0.55$ V, $V_{CE} = 0.2$ V (si supponga la bassa iniezione).

1) Nel caso che $N_{D\ collettore} = 10^{19}$ cm^{-3}, determinare la corrente di base (si consideri l'approssimazione lineare per il profilo dell'eccesso in base). [3]

2) Si determini il profilo dell'eccesso dei portatori minoritari nella base, senza approssimazione lineare, e la corrente di emettitore. [3]

3) Si consideri $N_{D\ collettore} = 5\times10^{15}$ cm^{-3}. Dato il profilo dell'eccesso di portatori minoritari, determinare la corrente di collettore e di base. Verificare che la somma delle correnti entranti è 0 (a meno di inevitabili approssimazioni numeriche).[4]

SOLUZIONE 3

1) Il transistore è in saturazione, con $V_{BE} = 0.6$ V e $V_{BC} = V_{BE} - V_{CE} = 0.55 - 0.2 = 0.35$ V. Se sia collettore che emettitore sono fortemente drogati, si può trascurare le emissioni dalla base verso sia l'emettitore che il collettore. Possiamo trascurare le regioni di svuotamento delle giunzioni polarizzate in diretta (entrambe), e quindi $W_{eff} \simeq W_{met} = W$ (calcolarle è comunque possibile, e non è un errore). Secondo l'approssimazione lineare, il profilo di portatori minoritari in base è trapezoidale, e avremo ($N_A = N_{A\ base}$, e trascuriamo l'1 rispetto all'esponenziale):

$$
\begin{aligned}
I_B &= \frac{Q}{\tau_n}\\
Q &= qS\frac{\delta n(0)+\delta n(W)}{2}W\\
\delta n(0) &= \frac{n_i^2}{N_A}e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} = 3.91\times10^{19}\ \ \text{m}^{-3}\\
\delta n(W) &= \frac{n_i^2}{N_A}e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} = 1.707\times10^{16}\ \ \text{m}^{-3}\\
I_B &= 9.39\ \ \mu\text{A}
\end{aligned}
$$

2) Basta risolvere l'equazione di continuità imponendo le condizioni a contorno. Si può partire dalla soluzione generale:

$$
\begin{aligned}
\delta n(x) &= Ae^{-\frac{x}{L_p}} + Be^{\frac{x}{L_p}}\\
\delta n(0) &= A + B\\
\delta n(W) &= Ae^{-\frac{W}{L_p}} + Be^{\frac{W}{L_p}}
\end{aligned}
$$

Sostituendo i numeri:

$$\begin{aligned}
D_n &= V_T \mu_n = 2.585 \times 10^{-3} \quad \mathrm{m^2/s} \\
L_n &= \sqrt{D_n \tau_n} = 50.84 \quad \mu\mathrm{m} \\
A + B &= 3.91 \times 10^{19} \\
0.943A + 1.061B &= 1.707 \times 10^{16}
\end{aligned}$$

Risolvendo questo sistema, nelle incognite A e B, otteniamo:

$$\begin{aligned}
A &= 3.51 \times 10^{20} \\
B &= -3.12 \times 10^{20}
\end{aligned}$$

La corrente di emettitore risulta:

$$I_E = qSD_n \frac{d\delta n(x)}{dx}\bigg|_{x=0} = qS\frac{D_n}{L_n}(B - A) = -5.4 \quad \mathrm{mA}$$

la corrente di emettitore viene correttamente negativa (uscente).

3) Per quanto riguarda I_B, è composta da due componenti: quella dovuta alla carica immagazzinata in base, per cui possiamo assumere quella calcolata nel primo punto, e quella dovuta all'iniezione da base a collettore, che supponiamo lungo (la lunghezza del collettore non è specificata).

$$\begin{aligned}
I_{B\to C} &= qS\frac{D_p}{L_p}\frac{n_i^2}{N_{D\ C}} e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} \\
D_p &= \frac{kT}{q}\mu_p = 1.034 \times 10^{-3} \\
L_p &= \sqrt{D_p \tau_p} = 32.15 \quad \mu\mathrm{m} \\
I_{B\to C} &= 0.17 \quad \mathrm{mA} \\
I_B &= 9.39 + 0.17 = 9.56 \quad \mu\mathrm{A}
\end{aligned}$$

La corrente di collettore si può calcolare dal profilo:

$$I_C = -qSD_n \frac{d\delta n(x)}{dx}\bigg|_{x=W} = qS\frac{D_n}{L_n}\left(Be^{\frac{W}{L_n}} - Ae^{-\frac{W}{L_n}}\right) = 5.39 \quad \mathrm{mA}$$

Questa è la corrente dovuta al profilo di elettroni nella base. A questa corrente va aggiunta quella, molto piccola, dovuta all'iniezione di lacune dalla base all'emettitore.

E' facile verificare che la somma delle tre correnti, considerate con il proprio segno (base e collettore entranti positive, emettitore uscente negativa) è pressoché nulla.