PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 14 febbraio 2024

ESERCIZIO 1 Si consideri il silicio drogato con fosforo, $N_D = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}, $E_C - E_D = 46$ meV. Le mobilità degli elettroni e delle lacune sono, rispettivamente, $\mu_n = 0.11$ m^2/Vs e $\mu_p = 0.04$ m^2/Vs a temperatura ambiente. Entrambe le mobilità diminuiscono con la temperatura, seguendo una legge $T^{\frac{3}{2}}$.

1) Per T=150 K e T=500 K verificare l'approssimazione di svuotamento completo. [4]

2) Determinare la resistività per T=150 K, T=500 K e T=900 K.[4]

3) Con questo drogaggio, viene fabbricato un resistore spesso 500 nm (drogaggio uniforme), per essere usato come sensore di temperatura linearizzato. La minima dimensione ottenibile è pari a 1 μm (W minimo 1 μm). Determinare le dimensioni del resistore (larghezza W e lunghezza L) per avere $R = 2$ MΩ a 0 ^{o}C ($R = R_0 = 2$ MΩ).[2]

ESERCIZIO 2 Un condensatore n-MOS polysilicon gate ha $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $t_{ox} = 30$ nm, $L = W = 5$ μm, $\mu_n = 800$ cm^2/Vs. All'interfaccia ossido-silicio c'è una concentrazione di ioni sodio $[N_a^+] = 10^{12}$ cm^{-2}.

1) Determinare la carica fissa e mobile per $V_{GS} = 0$. [3]

Al condensatore viene applicato un gradino di tensione: a $t = 0$ la V_{GS} viene portata a 5 V. Il silicio viene illuminato in maniera tale da generare 10^{19} coppie elettroni-lacune al m^2 al secondo (trascurare la generazione termica).

2) Determinare la carica mobile, la carica fissa e l'ampiezza della regione di svotamento per $t = 0^+$. [3]

3) Determinare il tempo necessario affinché la regione di svuotamento si riduca alla metà di quella a $t = 0^+$. [4]

ESERCIZIO 3 Un transistore bipolare n^+pn^+ ($N_{AB} = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_n = 1000$ cm^2/Vs, $\tau_n = 10^{-6}$ s, $S = 1$ mm^2, $W_{met} = 3$ μm) è polarizzato con $I_B = 0.1$ mA e $V_{CE} = 0$.

1) Una volta determinate I_C e I_E, determinare la derivata del profilo dell'eccesso di elettroni in 0 e in W_{eff}. Attenzione ai segni! [3]

2) Determinare le cadute di tensione ai terminali.[3]

3) Determinare l'espressione del profilo dell'eccesso di portatori minoritari. Verificare inoltre che le derivate in 0 e in W_{eff} corrispondano a quelle calcolate nel punto 1, almeno come segno e ordine di grandezza. [4]

ESERCIZIO 1 Si consideri il silicio drogato con fosforo, $N_D = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}, $E_C - E_D = 46$ meV. Le mobilità degli elettroni e delle lacune sono, rispettivamente, $\mu_n = 0.11$ m^2/Vs e $\mu_p = 0.04$ m^2/Vs a temperatura ambiente. Entrambe le mobilità diminuiscono con la temperatura, seguendo una legge $T^{\frac{3}{2}}$.

1) Per T=150 K e T=500 K verificare l'approssimazione di svuotamento completo. [4]

2) Determinare la resistività per T=150 K, T=500 K e T=900 K.[4]

3) Con questo drogaggio, viene fabbricato un resistore spesso 500 nm (drogaggio uniforme), per essere usato come sensore di temperatura linearizzato. La minima dimensione ottenibile è pari a 1 μm (W minimo 1 μm). Determinare le dimensioni del resistore (larghezza W e lunghezza L) per avere $R = 2$ MΩ a 0 ^{o}C ($R = R_0 = 2$ MΩ).[2]

SOLUZIONE 1

1) Procediamo come riportato sulle dispense: calcoliamo E_f assumendo che $n = N_D^+ \simeq N_D$ e poi calcoliamo N_D^+. Per $T = 150$ K:

$$\begin{aligned}
N_C(150 \text{ K}) &= N_C(300 \text{ K}) \left(\frac{150}{300}\right)^{\frac{3}{2}} = 10^{19} \text{ cm}^{-3} \\
E_C - E_f &= kT \ln \frac{N_C}{N_D} = 0.099 \text{ eV} \\
E_D - E_F &= (E_C - E_f) - (E_C - E_D) = 0.053 \text{ eV} \\
N_D^+ &= \frac{N_D}{1 + 2e^{\frac{E_f - E_D}{kT}}} = 4.8 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}
\end{aligned}$$

Quindi lo scarto è molto piccolo. Ci aspettiamo che per $T = 500$ K lo scarto sia ancora piú piccolo. Ripetendo gli stessi passaggi:

$$\begin{aligned}
N_C(500 \text{ K}) &= N_C(300 \text{ K}) \left(\frac{500}{300}\right)^{\frac{3}{2}} = 6 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3} \\
E_C - E_f &= kT \ln \frac{N_C}{n = N_D} = 0.404 \text{ eV} \\
E_D - E_F &= (E_C - E_f) - (E_C - E_D) = 0.358 \text{ eV} \\
N_D^+ &= \frac{N_D}{1 + 2e^{\frac{E_f - E_D}{kT}}} = 4.99 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}
\end{aligned}$$

2) Per le prime due temperature possiamo assumere $n \simeq N_D$ costante con la temperatura, e $p \approx 0$. L'unica cosa che cambia è dunque la mobilità (bisogna DIVIDERE per il rapporto delle temperature, elevato alla 3/2). Per $T = 150$ k:

$$\mu_n(150 \text{ K}) = \frac{\mu_n(300 \text{ K})}{\left(\frac{150}{300}\right)^{\frac{3}{2}}} = 0.311 \text{ m}^2/\text{Vs}$$

$$
\begin{aligned}
\rho = \frac{1}{\sigma} &= \frac{1}{q\mu_n n} = 4 \times 10^{-3} \ \ \Omega\text{m} = 0.4 \ \ \Omega\text{cm} \\
\mu_n(500 \text{ K}) &= \frac{\mu_n(300 \text{ K})}{\left(\frac{500}{300}\right)^{\frac{3}{2}}} = 0.051 \ \ \text{m}^2/\text{Vs} \\
\rho = \frac{1}{\sigma} &= \frac{1}{q\mu_n n} = 2.4 \times 10^{-2} \ \ \Omega\text{m} = 2.4 \ \ \Omega\text{cm}
\end{aligned}
$$

Per $T = 900$ K bisogna verificare che il semiconduttore non sia intrinseco:

$$
\begin{aligned}
N_C(900 \text{ K}) &= N_C(300 \text{ K}) \left(\frac{900}{300}\right)^{\frac{3}{2}} = 1.5 \times 10^{20} \ \ \text{cm}^{-3} \\
N_V(900 \text{ K}) &= N_V(300 \text{ K}) \left(\frac{900}{300}\right)^{\frac{3}{2}} = 5 \times 10^{19} \ \ \text{cm}^{-3} \\
n_i^2 &= N_C N_V e^{-\frac{E_G}{kT}} = 6.7 \times 10^{33} \\
n_i &= 8 \times 10^{16} \ \ \text{cm}^{-3}
\end{aligned}
$$

Quindi $n_i > N_D$, il semiconduttore è intrinseco. Alla conduzione contribuiscono sia gli elettroni che le lacune:

$$
\begin{aligned}
\sigma &= q n_i(\mu_n + \mu_p) \\
\mu_n(900 \text{ K}) &= \frac{\mu_n(300 \text{ K})}{\left(\frac{900}{300}\right)^{\frac{3}{2}}} = 0.021 \ \ \text{m}^2/\text{Vs} \\
\mu_p(900 \text{ K}) &= \frac{\mu_p(300 \text{ K})}{\left(\frac{900}{300}\right)^{\frac{3}{2}}} = 0.009 \ \ \text{m}^2/\text{Vs} \\
\sigma &= 38.4 \ \ \Omega^{-1}\text{m}^{-1} \\
\rho &= \frac{1}{\sigma} = 0.026 \ \ \Omega\text{m} = 2.6 \ \ \Omega\text{cm}
\end{aligned}
$$

3) Calcoliamo la resistività a 273.15 K:

$$
\begin{aligned}
\mu_n(273 \text{ K}) &= \frac{\mu_n(300 \text{ K})}{\left(\frac{273}{300}\right)^{\frac{3}{2}}} = 0.127 \ \ \text{m}^2/\text{Vs} \\
\rho &= \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{q\mu_n n} = 9.8 \times 10^{-3} \ \ \Omega\text{m} = 0.98 \ \ \Omega\text{cm}
\end{aligned}
$$

Si possono determinare le dimensioni del resistore fissando la $W = 1$ μm, e determinando la lunghezza L:

$$
\begin{aligned}
R &= \rho\frac{L}{S} = \rho\frac{L}{Wh} \\
L &= \frac{RWh}{\rho} \simeq 100 \ \ \mu\text{m}
\end{aligned}
$$

ESERCIZIO 2 Un condensatore n-MOS polysilicon gate ha $N_A = 10^{16}\ cm^{-3}$, $t_{ox} = 30$ nm, $L = W = 5\ \mu$m, $\mu_n = 800$ cm^2/Vs. All'interfaccia ossido-silicio c'è una concentrazione di ioni sodio $[N_a^+] = 10^{12}$ cm^{-2}.

1) Determinare la carica fissa e mobile per $V_{GS} = 0$. [3]

Al condensatore viene applicato un gradino di tensione: a $t = 0$ la V_{GS} viene portata a 5 V. Il silicio viene illuminato in maniera tale da generare 10^{19} coppie elettroni-lacune al m^2 al secondo (trascurare la generazione termica).

2) Determinare la carica mobile, la carica fissa e l'ampiezza della regione di svotamento per $t = 0^+$. [3]

3) Determinare il tempo necessario affinché la regione di svuotamento si riduca alla metà di quella a $t = 0^+$. [4]

SOLUZIONE 2

1) Calcoliamo la tensione di soglia:

$$\begin{aligned}
\psi_B &= V_T \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.347 \ \ \text{V} \\
C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.151 \times 10^{-3} \\
\Phi_{MS} &= -\frac{E_G}{2q} - \psi_B = -0.887 \ \ \text{V} \\
Q_{ox} &= q10^{16} = 1.602 \times 10^{-3} \ \ \text{C/m}^2 \\
V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}} = -1.16 \ \ \text{V}
\end{aligned}$$

Quindi per $V_{GS} = 0$ il condensatore è già in inversione, a causa della carica parassita dell'ossido (ossido sporco). Avremo dunque:

$$\begin{aligned}
V_S &= 2\psi_B \\
Q_W &= -\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B} = 0.484 \times 10^{-3} \ \ \text{C/m}^2 \\
Q_n &= -C_{ox}\left(V_{GS} - V_{TH}\right) = 1.335 \times 10^{-3} \ \ \text{C/m}^2
\end{aligned}$$

2) Per $t = 0^+$ la carica mobile si mantiene, $Q_n(0^+) = Q_n(0^-)$, ed è quella del punto precedente. La carica fissa invece aumenta per l'effetto della $V_{GS} = 5$ V applicata. Avremo:

$$V_{GS} = -\frac{Q_n + Q_{ox}}{C_{ox}} + \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A V_S}}{C_{ox}} + V_S + \Phi_{MS} \tag{1}$$

Questa è una equazione risolvibile in V_S, che risulta $V_S = 5$ V. Calcoliamo la carica fissa e l'ampiezza della regione di svuotamento:

$$Q_W = -\sqrt{2\epsilon_s q N_A V_S} = 1.3 \times 10^{-3} \ \ \text{C/m}^2$$

$$W = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A}V_S} = 0.8 \;\; \mu\text{m}$$

3) Possiamo calcolare V_S con $W = 0.4$ μm (la meta' di quella al punto precedente). Da questo calcoliamo Q_n e quindi il numero di coppie elettrone-lacuna che si devono generare per averla. Bisogna sottrarre la $Q_n(0^-)$:

$$\begin{aligned}
W &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A}V_S} = 0.4 \;\; \mu\text{m} \\
V_S &= \frac{qN_A W^2}{2\epsilon_s} = 1.22 \;\; \text{V} \\
V_{GS} &= -\frac{Q_n + Q_{ox}}{C_{ox}} + \frac{\sqrt{2\epsilon_s qN_A V_S}}{C_{ox}} + V_S + \Phi_{MS} \\
Q_n &= -C_{ox}\left[V_{GS} - \left(\frac{\sqrt{2\epsilon_s qN_A V_S}}{C_{ox}} + V_S + \Phi_{MS} - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}}\right)\right] = -6.33 \times 10^{-3} \;\; \text{C/m}^2
\end{aligned}$$

Dove Q_n è quella dovuta alla generazione ottica. Considerando Q_n in valore assoluto (gli elettroni generati si accumulano all'interfaccia, le lacune vengono drenate dalla batteria), il tempo t necessario per generarla sarà dato da:

$$t = \frac{Q_n - Q_n(0^-)}{q \; Rate - generazione} = 3.12 \;\; \text{ms} \tag{2}$$

ESERCIZIO 3 Un transistore bipolare n^+pn^+ ($N_{AB} = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_n = 1000$ cm^2/Vs, $\tau_n = 10^{-6}$ s, $S = 1$ mm^2, $W_{met} = 3$ μm) è polarizzato con $I_B = 0.1$ mA e $V_{CE} = 0$.

1) Una volta determinate I_C e I_E, determinare la derivata del profilo dell'eccesso di elettroni in 0 e in W_{eff}. Attenzione ai segni! [3]

2) Determinare le cadute di tensione ai terminali.[3]

3) Determinare l'espressione del profilo dell'eccesso di portatori minoritari. Verificare inoltre che le derivate in 0 e in W_{eff} corrispondano a quelle calcolate nel punto 1, almeno come segno e ordine di grandezza. [4]

SOLUZIONE 3

1) Il transistore è n^+pn^+ simmetrico, con $V_{CE} = 0$, quindi $I_E = I_C = I_B/2 = 50$ μA, entrambe uscenti (negative secondo la convenzione usuale dei segni). La corrente I_E è proporzionale alla derivata del profilo dell'eccesso dei portatori in 0, mentre I_C è

proporzionale alla derivata del profilo dei portatori in $W_{eff} = W_{met} = W$. Per I_C c'è un cambio di segno, per tener conto del fatto che I_C è definita positiva entrante:

$$\begin{aligned}
D_n &= \frac{kT}{q}\mu_n = 2.585 \times 10^{-3} \\
I_E = -50 \;\; \mu\text{A} &= qSD_n \frac{d\delta n(x)}{dx} |_{x=0} \\
\frac{d\delta n(x)}{dx} |_{x=0} &= \frac{I_E}{qSD_n} = -1.21 \times 10^{23} \;\; \text{m}^{-4}
\end{aligned}$$

Per I_C è lo stesso, ma bisogna cambiare il segno alla derivata, altrimenti verrebbe positiva uscente:

$$\begin{aligned}
I_C = -50 \;\; \mu\text{A} &= -qSD_n \frac{d\delta n(x)}{dx} |_{x=W} \\
\frac{d\delta n(x)}{dx} |_{x=W} &= \frac{I_C}{qSD_n} = +1.21 \times 10^{23} \;\; \text{m}^{-4}
\end{aligned}$$

2) Avremo ovviamente $V_{BE} = V_{BC}$, poiché $V_{CE} = 0$. Per il calcolo di Q possiamo considerare il profilo dei portatori approssimato al primo ordine, che è un rettangolo di base W e altezza $\delta n(0) = \delta n(W)$. Quindi avremo:

$$\begin{aligned}
I_B &= \frac{Q}{\tau_n} \\
Q &= I_B \tau_n = qS\delta n(0)W \\
\delta n(0) &= \frac{I_B \tau_n}{qSW} = 2.1 \times 10^{20} \;\; \text{m}^{-3} \\
\delta n(0) &= \frac{n_i^2}{N_{AB}} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) \\
V_{BE} = V_{BC} &= V_T \ln \frac{\delta n(0)}{\frac{n_i^2}{N_{AB}}} = 0.59 \;\; \text{V}
\end{aligned}$$

3) A questo punto possiamo calcolare il profilo, seguendo l'iter usuale usato per la dimostrazione delle equazioni di Ebers-Moll ma applicandolo alla polarizzazione oggetto dell'esercizio:

$$\begin{aligned}
\delta n(x) &= Ae^{\frac{x}{L_n}} + Be^{-\frac{x}{L_n}} \\
A + B &= \delta n(0) \\
Ae^{\frac{W}{L_n}} + Be^{-\frac{W}{L_n}} &= \delta n(W) = \delta n(0) \\
L_n &= \sqrt{\tau_n D_n} = 50.84 \;\; \mu\text{m}
\end{aligned}$$

Da questo sistema si possono ricavare A e B, e le derivate agli estremi:

$$\begin{aligned}
A &= 0.49\delta n(0) = 0.945 \times 10^{20} \quad \mathrm{m}^{-3} \\
B &= 0.51\delta n(0) = 1.155 \times 10^{20} \quad \mathrm{m}^{-3} \\
\frac{d\delta n(x)}{dx}\Big|_{x=0} &= \frac{A}{L_n} - \frac{B}{L_n} = -0.8 \times 10^{23} \\
\frac{d\delta n(x)}{dx}\Big|_{x=W} &= \frac{A}{L_n} e^{\frac{W}{L_n}} - \frac{B}{L_n} e^{-\frac{W}{L_n}} = 1.65 \times 10^{23}
\end{aligned}$$