PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 10 gennaio 2024

ESERCIZIO 1 Un transistore bipolare n^+pn è caratterizzato da $N_{AB} = 10^{16}$ cm^{-3}, $N_{DC} = 10^{15}$ cm^{-3}, $\mu_n = 1000$ cm^2/Vs, $\tau_n = 1 \times 10^{-6}$ s, S=1 mm^2. È polarizzato in modo da avere $I_C = 5$ mA, $I_B = 20$ μA.

1) Determinare la lunghezza effettiva di base.[2]

2) Determinare il profilo dell'eccesso di portatori minoritari nella base, senza l'approssimazione lineare. [5]

3) Determinare lo scarto tra profilo reale e profilo lineare approssimato per $x = W_{eff}/2$.[3]

ESERCIZIO 2 Considerare un transistore n-MOS polysilicon gate ($N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $t_{ox} = 30$ nm, $L = W = 5$ μm, $\mu_n = 800$ cm^2/Vs), polarizzato con $V_{GS} = 5$ V, $V_{DS} = V_{GS} - V_{TH}$.

1) Determinare l'espressione della $V(y)$ (ripetendo la dimostrazione riportata sulla dispensa) e l'espressione della carica mobile nel canale in funzione di y, $Q_n(y)$. [3]

2) Data l'espressione della $Q_n(y)$, determinare una espressione che permetta di stimare la corrente di diffusione nel canale, in funzione di y. SUGGERIMENTO: si parta dall'espressione della densità di corrente di diffusione. [4]

3) Determinare la corrente di diffusione per $y = L/2$, e confrontarla con quella di trascinamento. [3]

ESERCIZIO 3 Si consideri una giunzione p^+n con $N_D = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_p = 0.04$ m^2/Vs, $\tau_p = 10^{-6}$ s, $W_n = 5$ μm, S=1 mm^2. Ai fini dello svolgimento dell'esercizio, si consideri la mobilita' e il tempo di vita medio dei portatori indipendenti dalla temperatura.

1) Determinare i parametri differenziali per le variazioni per $V = 0.5$ V e $V = -5$ V, nonchè scrivere l'espressione del profilo dell'eccesso di portatori minoritari nei due casi.[3]

2) Il dispositivo viene raffreddato a -100 gradi centigradi. Determinare la corrente per $V = 0.5$ V e $V = -5$ V. [3]

3) Si vuole usare il dispositivo come sensore di temperatura. Per fare questo, viene polarizzato con $V = 0.5$ V e si misura la corrente. Determinare una relazione (logaritmica) tra la corrente e la temperatura. [4]

ESERCIZIO 1 Un transistore bipolare n^+pn è caratterizzato da $N_{AB} = 10^{16}$ cm^{-3}, $N_{DC} = 10^{15}$ cm^{-3}, $\mu_n = 1000$ cm^2/Vs, $\tau_n = 1 \times 10^{-6}$ s, S=1 mm^2. È polarizzato in modo da avere $I_C = 5$ mA, $I_B = 20$ μA.

1) Determinare la lunghezza effettiva di base.[2]

2) Determinare il profilo dell'eccesso di portatori minoritari nella base, senza l'approssimazione lineare. [5]

3) Determinare lo scarto tra profilo reale e profilo lineare approssimato per $x = W_{eff}/2$.[3]

SOLUZIONE 1

1) Il β_f risulta $I_C/I_B = 250$. Calcoliamo D_n, e anche L_n che ci servirà in seguito:

$$
\begin{aligned}
D_n &= \frac{kT}{q}\mu_n = 2.585 \times 10^{-3} \quad \text{m}^2/\text{s} \\
L_n &= \sqrt{D_n \tau_n} = 50.84 \quad \mu\text{m}
\end{aligned}
$$

Avremo dunque:

$$
\begin{aligned}
\beta_f &= \frac{\tau_n}{\tau_t} \\
\tau_t &= \frac{\tau_n}{\beta_f} = 4 \times 10^{-9} \quad \text{s} \\
\tau_t &= \frac{W^2}{2D_n} \\
W &= \sqrt{2D_n\tau_t} = 4.5 \quad \mu\text{m}
\end{aligned}
$$

2) Per il calcolo del profilo dell'eccesso si possono seguire 2 strade: possiamo fare riferimento alle correnti I_E ed I_C, che sono proporzionali alla derivata del profilo calcolata negli estremi della regione quasi-neutra; oppure possiamo calcolare V_{BE}, assumendo il profilo come lineare, e poi procedere al calcolo esatto del profilo come nella dimostrazione delle equazioni di Ebers-Moll. Seguiamo la seconda strada:

$$
\begin{aligned}
Q_B &= I_B\tau_n = 20 \times 10^{-12} \quad \text{C} \\
Q_B &= qS\frac{n_i^2}{N_{AB}} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \frac{W}{2} \\
V_{BE} &= V_T \ln \frac{Q_B}{qS\frac{n_i^2}{N_{AB}}\frac{W}{2}} = V_T \ln \frac{10^{-12}}{8.11 \times 10^{-21}} = 0.48 \quad \text{V} \\
\delta_n(x) &= Ae^{-\frac{x}{L_n}} + Be^{\frac{x}{L_n}}
\end{aligned}
$$

$$\begin{aligned}
\delta_n(0) &= A + B = \frac{n_i^2}{N_{AB}} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} = 2.61 \times 10^{18} \quad \mathrm{m}^{-3} \\
\delta_n(W) &= A e^{-\frac{W}{L_n}} + B e^{\frac{W}{L_n}} = 0
\end{aligned}$$

In realtà $\delta_n(W) = n_i^2/N_{AB}$, approssimabile con 0. Risolvendo il sistema di due equazioni nelle incognite A e B avremo:

$$\begin{aligned}
A &= 1.58 \times 10^{19} \quad \mathrm{m}^{-3} \\
B &= -1.32 \times 10^{19} \quad \mathrm{m}^{-3} \\
\delta_n x &= 1.58 \times 10^{19} e^{\frac{-x}{L_n}} - 1.32 \times 10^{19} e^{\frac{x}{L_n}}
\end{aligned}$$

3) Per $x = W/2$ avremo, secondo il profilo esatto:

$$\delta_n \frac{W}{2} = 1.3 \times 10^{18} \quad \mathrm{m}^{-3} \tag{1}$$

Secondo il profilo lineare approssimato avremo:

$$\delta_n \frac{W}{2} = \frac{\delta_n(0)}{2} = 1.305 \times 10^{18} \quad \mathrm{m}^{-3} \tag{2}$$

Lo scarto è piccolissimo, come potevamo aspettarci.

ESERCIZIO 2 Considerare un transistore n-MOS polysilicon gate ($N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $t_{ox} = 30$ nm, $L = W = 5$ μm, $\mu_n = 800$ cm^2/Vs), polarizzato con $V_{GS} = 5$ V, $V_{DS} = V_{GS} - V_{TH}$.

1) Determinare l'espressione della $V(y)$ (ripetendo la dimostrazione riportata sulla dispensa) e l'espressione della carica mobile nel canale in funzione di y, $Q_n(y)$. [3]

2) Data l'espressione della $Q_n(y)$, determinare una espressione che permetta di stimare la corrente di diffusione nel canale, in funzione di y. SUGGERIMENTO: si parta dall'espressione della densità di corrente di diffusione. [4]

3) Determinare la corrente di diffusione per $y = L/2$, e confrontarla con quella di trascinamento. [3]

SOLUZIONE 2

1) Calcoliamo anzitutto la tensione di soglia:

$$\begin{aligned}
\psi_B &= V_T \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.347 \quad \mathrm{V} \\
C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.151 \times 10^{-3}
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
\Phi_{MS} &= -\frac{E_G}{2q} - \psi_B = -0.887 \ \ \mathrm{V} \\
V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} = 0.227 \ \ \mathrm{V}
\end{aligned}
$$

Per quanto riguarda l'andamento della $V(y)$ si faccia riferimento alla dispensa del corso. La dimostrazione deve essere riportata, come richiesto dal testo. Dato che $V_{DS} = V_{DSSat} = V_{GS} - V_{TH}$ avremo che $L_{eff} = L$. Il risultato è:

$$
V(y) = (V_{GS} - V_{TH})\left(1 - \sqrt{1 - \frac{y}{L}}\right) \tag{3}
$$

L'espressione della carica mobile nel canale (negativa, costituita da elettroni) in funzione di y, risulta:

$$
\begin{aligned}
Q_n(y) &= -C_{ox}\left(V_{GS} - V_{TH} - V(y)\right) \\
Q_n(y) &= -C_{ox}\left(V_{GS} - V_{TH} - (V_{GS} - V_{TH})\left(1 - \sqrt{1 - \frac{y}{L}}\right)\right) \\
Q_n(y) &= -C_{ox}\left(V_{GS} - V_{TH}\right)\sqrt{1 - \frac{y}{L}}
\end{aligned}
$$

2) Come suggerito, si parte dall'espressione della densità di corrente di diffusione e si integra in x ed in z (direzione perpendicolare al foglio, significa moltiplicare per W). Si ricordi che J_{SD} positiva (sono elettroni), J_{DS} negativa:

$$
\begin{aligned}
J_{DSdiff} &= -qD_n\frac{dn(x,y)}{dy} \\
I_{DSdiff} &= -D_n W\frac{d}{dy}\int_0^{x_i} qn(x,y)dx \\
I_{DSdiff} &= D_n W\frac{dQ_n(y)}{dy} \\
I_{DSdiff} &= D_n W\frac{C_{ox}\left(V_{GS} - V_{TH}\right)}{2L}\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{y}{L}}} \\
I_{DSdiff} &= D_n C_{ox}\frac{W}{2L}\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{y}{L}}}\left(V_{GS} - V_{TH}\right)
\end{aligned}
$$

3) Svolgiamo i conti per $y = L/2$:

$$
\begin{aligned}
D_n &= \frac{kT}{q}\mu_n = 2.068 \times 10^{-3} \\
I_{DSdiff} &= D_n C_{ox}\frac{W}{2L}\sqrt{2}\left(V_{GS} - V_{TH}\right) = 8.03 \quad \mu\mathrm{A} \\
I_{DS} &= \mu_n C_{ox}\frac{W}{L}\left(V_{GS} - V_{TH}\right)^2 = 2.1 \quad \mathrm{mA}
\end{aligned}
$$

Anche se è una stima, questo dimostra che la corrente di diffusione è molto più piccola di quella di trascinamento.

ESERCIZIO 3 Si consideri una giunzione p^+n con $N_D = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_p = 0.04$ m^2/Vs, $\tau_p = 10^{-6}$ s, $W_n = 5$ μm, S=1 mm^2. Ai fini dello svolgimento dell'esercizio, si consideri la mobilita' e il tempo di vita medio dei portatori indipendenti dalla temperatura.

1) Determinare i parametri differenziali per le variazioni per $V = 0.5$ V e $V = -5$ V, nonchè scrivere l'espressione del profilo dell'eccesso di portatori minoritari nei due casi.[3]

2) Il dispositivo viene raffreddato a -100 gradi centigradi. Determinare la corrente per $V = 0.5$ V e $V = -5$ V. [3]

3) Si vuole usare il dispositivo come sensore di temperatura. Per fare questo, viene polarizzato con $V = 0.5$ V e si misura la corrente. Determinare una relazione (logaritmica) tra la corrente e la temperatura. [4]

SOLUZIONE 3

1) Per $V = 0.5$ V bisogna calcolare la corrente, necessaria per calcolare la resistenza differenziale r_d. Il diodo è evidentemente a base corta, comunque verifichiamo. Per il calcolo della corrente, possiamo trascurare l'ampiezza della regione di svuotamento, che invece va considerata obbligatoriamente per il calcolo della capacità differenziale.

$$\begin{aligned}
D_p &= \frac{kT}{q}\mu_p = 1.034 \times 10^{-3} \\
I &= qS\frac{D_p}{W_n}\frac{n_i^2}{N_D}e^{\frac{V}{V_T}} = 0.19 \text{ mA} \\
r_d &= \frac{V_T}{I} = 138 \ \Omega \\
V_0 &= V_T \ln\frac{N_D N_A^+}{n_i^2} = 0.872 \text{ V} \\
x_n = W &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A}(V_0 - V)} = 0.22 \ \mu\text{m} \\
C_W &= S\frac{\epsilon_{Si}}{W} = 0.48 \text{ nF}
\end{aligned}$$

La capacità differenziale dovuta alla diffusione si può trascurare, poiché il diodo è a base corta (non è comunque un errore considerarla).

Nel caso di $V = -5$ V abbiamo solo la capacità dovuta alla regione di svuotamento:

$$\begin{aligned} W &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A}\left(V_0 + 5\ V\right)} = 0.88 \ \ \mu\text{m} \\ C_W &= S\frac{\epsilon_{Si}}{W} = 0.12 \ \ \text{nF} \end{aligned}$$

La resistenza differenziale è molto grande (può essere approssimata con ∞).

Il profilo dell'eccesso è lineare in entrambi i casi. Per $V = -0.5$ V vale $\delta_p(0) = n_i^2/N_D e^{\frac{V}{V_T}}$ all'estremo della regione di svuotamento e 0 al contatto. Per $V = 5$ V vale $-n_i^2/N_D$ all'estremo della regione di svuotamento e 0 al contatto.

2) Bisogna calcolare essenzialmente n_i, V_T e D_p a 173 K:

$$\begin{aligned} N_C(173\ \text{K}) &= N_C(300\ \text{K})\left(\frac{173}{300}\right)^{\frac{3}{2}} = 1.22 \times 10^{19} \ \ \text{cm}^{-3} \\ N_V(173\ \text{K}) &= N_V(300\ \text{K})\left(\frac{173}{300}\right)^{\frac{3}{2}} = 0.44 \times 10^{19} \ \ \text{cm}^{-3} \\ n_i &= \sqrt{N_C N_V} e^{\frac{-E_G}{2kT}} = 7.33 \times 10^{18} e^{\frac{-1.08q}{2kT}} = 1.34 \times 10^3 \ \ \text{cm}^{-3} \\ D_p &= \frac{kT}{q}\mu_p = 0.596 \times 10^{-3} \\ I &= qS\frac{D_p}{W_n}\frac{n_i^2}{N_D}e^{\frac{qV}{kT}} = 1.28 \ \ \text{pA} \end{aligned}$$

Come ci aspettavamo, si è ridotta notevolmente. Calcoliamo adesso la corrente di saturazione inversa, cambiano i parametri n_i e V_0:

$$\begin{aligned} V_0 &= \frac{kT}{q}\ln\frac{N_D N_A^+}{n_i^2} = 1.02 \ \ \text{V} \\ x_n &= W = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A}\left(V_0 + 5\ V\right)} = 0.89 \ \ \text{V} \end{aligned}$$

$$I_0(-5\ V) = qS\frac{D_p}{W_n - x_n}\frac{n_i^2}{N_D} = 4.17 \times 10^{-27}$$

Come potevamo aspettarci, le correnti sono molto piccole. Infatti la corrente del diodo aumenta esponenzialmente con la temperatura (diminuisce esponenzialmente con il diminuire della temperatura).

3) Basta vedere che la dipendenza dalla temperatura è solo nella V_T e nella concentrazione di portatori intrinseca n_i. Nell'applicare il logaritmo è possibile trascurare la dipendenza come $T^{\frac{3}{2}}$ (se si considera non è un errore, e non complica eccessivamente l'espressione):

$$I = qS\frac{D_n}{W_n N_D}N_C N_V e^{\frac{-E_G}{kT}} e^{\frac{V}{V_T}}$$

$$\ln(I(\mathrm{T})) \quad = \quad \ln\left(\frac{D_n}{W_n N_D} N_C N_V\right) + q\frac{V - E_G}{kT}$$

Con E_G espresso in eV. Da notare che $E_g > qV$, quindi la corrente aumenta con l'aumentare di T.