PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 19 luglio 2023

ESERCIZIO 1

Vengono realizzati un condensatore e un transistore n-MOS, insieme ad altri componenti, per testare i processi di fabbricazione di una linea di produzione di circuiti integrati. Sia il condensatore che il transistore hanno $W = L = 50$ μm. Vengono effettuate le seguenti misure: curve C-V sul condensatore n-MOS, $C_{MAX} = 4.3$ pF e $C_{MIN} = 0.55$ pF per una tensione pari a $V = -0.13$ V. È stata inoltre determinata la carica nel silicio all'inversione nel condensatore, che è risultata pari 8.32×10^{-13} C. Il transistore è stato polarizzato con $V_{GS} = 5$ V, e la resistenza di canale per piccole V_{DS} è risultata 120 Ω.

1) Determinare lo spessore dell'ossido, la capacità del silicio all'inversione e il drogaggio del substrato. [4]

2) Determinare la carica parassita nell'ossido e la concentrazione di impurezze per unità di superficie. [3]

3) Determinare la mobilità degli elettroni nel canale. [3]

ESERCIZIO 2

Si consideri una giunzione pn con $N_A = 10^{15}$ cm^{-3}, $N_D = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs, $\mu_p = 0.03$ m^2/Vs, $\tau_n = 10^{-5}$ s, $\tau_p = 10^{-4}$ s, S=1 mm^2. Entrambe le basi sono lunghe. Per una tensione pari a 1.2 V è stata misurata una corrente $I = 2$ mA (assumere la condizione di bassa iniezione).

1) Determinare la resistenza parassita dovuta ai contatti e alle regioni quasi-neutre del diodo. [4]

2) Si consideri la resistenza parassita indipendente dalla tensione applicata. Determinare il circuito equivalente per le variazioni. [3]

3) Determinare la tensione necessaria per avere una capacità differenziale pari a 35 pF, e disegnare il circuito equivalente per le variazioni. ATTENZIONE: si calcoli la capacità differenziale per $V = 0$. [3]

ESERCIZIO 3

Un transistore bipolare n^+pn ($N_{AB} = 10^{16}$ cm^{-3}, $N_{DC} = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3} $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs, $\mu_p = 0.04$ m^2/Vs, $\tau_n = 2$ μs, $\tau_p = 1$ μs, S=1 mm^2) è polarizzato con $V_{CE} = 5$ V. Viene imposta $I_B = 10$ μA, e viene misurata una $I_C = 5$ mA.

1) Determinare le tensioni ai terminali e la lunghezza metallurgica della base. [3]

2) Con riferimento al punto 1, determinare l'efficienza di collettore (collettore lungo) e i parametri α_r e β_r. [2]

3) Facendo le dovute approssimazioni, determinare le tensioni e le correnti per $V_{CE} = -5$ V (stessa I_B). [5]

ESERCIZIO 1 Vengono realizzati un condensatore e un transistore n-MOS, insieme ad altri componenti, per testare i processi di fabbricazione di una linea di produzione di circuiti integrati. Sia il condensatore che il transistore hanno $W = L = 50$ μm. Vengono effettuate le seguenti misure: curve C-V sul condensatore n-MOS, $C_{MAX} = 4.3$ pF e $C_{MIN} = 0.55$ pF per una tensione pari a $V = -0.13$ V. È stata inoltre determinata la carica nel silicio all'inversione nel condensatore, che è risultata pari 8.32×10^{-13} C. Il transistore è stato polarizzato con $V_{GS} = 5$ V, e la resistenza di canale per piccole V_{DS} è risultata 120 Ω.

1) Determinare lo spessore dell'ossido, la capacità del silicio all'inversione e il drogaggio del substrato. [4]

2) Determinare la carica parassita nell'ossido e la concentrazione di impurezze per unità di superficie. [3]

3) Determinare la mobilità degli elettroni nel canale. [3]

SOLUZIONE 1

1) La capacità massima della curva C-V è pari alla capacità dell'ossido, moltiplicata per la superficie del condensatore. La capacità minima è data dalla serie della capacità dell'ossido e della capacità del silicio. Quindi:

$$
\begin{aligned}
C_{ox} &= \frac{C_{MAX}}{WL} = 1.72 \times 10^{-3} \quad \mathrm{F/m^2} \\
t_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{C_{ox}} = 20 \quad \mathrm{nm} \\
\frac{WL}{C_{MIN}} &= \frac{1}{C_{ox}} + \frac{1}{C_{Si}} \\
C_{Si} &= \frac{1}{\frac{WL}{C_{MIN}} - \frac{1}{C_{ox}}} = 2.53 \times 10^{-4} \quad \mathrm{F/m^2}
\end{aligned}
$$

Ricordiamo che la capacità del silicio all'inversione è pari a $\epsilon_s/W(2\psi_B)$. Sapendo che la carica nel silicio all'inversione, per unità di superficie, è data da qN_AW (in valore assoluto), avremo:

$$
\begin{aligned}
W &= \frac{\epsilon_s}{C_{Si}} = 0.415 \quad \mu\mathrm{m} \\
Q_{Si} &= qN_AW = \frac{8.32 \times 10^{-13}}{WL} = 3.33 \times 10^{-4} \quad \mathrm{C/m^2} \\
N_A &= \frac{Q_{Si}}{qW} = 5 \times 10^{21} \quad \mathrm{m^{-3}}
\end{aligned}
$$

2) Conoscendo il drogaggio del substrato e la capacità dell'ossido, possiamo calcolare la tensione di soglia senza carica parassita, e confrontarla con il valore di tensione per

cui si ha il minimo della curva C-V:

$$\begin{aligned}\psi_B &= \frac{kT}{q}\ln\frac{N_A}{n_i} = 0.328 \\ \Phi_{MS} &= -\frac{E_G}{2q} - \psi_B = -0.868 \ \ \text{V} \\ V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} = -0.01 \ \ \text{V}\end{aligned}$$

La tensione di soglia misurata risulta pari a $V_{TH} = -0.13$ V, quindi:

$$\begin{aligned}V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}} = -0.01 - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}} = -0.13 \ \ \text{V} \\ Q_{ox} &= C_{ox}(0.01 - 0.13) = 2.06 \times 10^{-4} \ \ \text{C/m}^2\end{aligned}$$

Che corrispondono ad una concentrazione di impurezze pari a $Q_{ox}/q = 1.3 \times 10^{15}$ m^{-2}.

2) La resistenza di canale per V_{DS} piccole risulta:

$$R_{can} = \frac{1}{\mu_n C_{ox} \frac{W}{L}(V_{GS} - V_{TH})} \tag{1}$$

Quindi:

$$\mu_n = \frac{1}{R_{can} C_{ox} \frac{W}{L}(V_{GS} - V_{TH})} = 0.94 \ \ \text{m}^2/\text{Vs} \tag{2}$$

ESERCIZIO 2

Si consideri una giunzione *pn* con $N_A = 10^{15}$ cm^{-3}, $N_D = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs, $\mu_p = 0.03$ m^2/Vs, $\tau_n = 10^{-5}$ s, $\tau_p = 10^{-4}$ s, S=1 mm^2. Entrambe le basi sono lunghe. Per una tensione pari a 1.2 V è stata misurata una corrente $I = 2$ mA (assumere la condizione di bassa iniezione).

1) Determinare la resistenza parassita dovuta ai contatti e alle regioni quasi-neutre del diodo. [4]

2) Si consideri la resistenza parassita indipendente dalla tensione applicata. Determinare il circuito equivalente per le variazioni. [3]

3) Determinare la tensione necessaria per avere una capacità differenziale pari a 35 pF, e disegnare il circuito equivalente per le variazioni. ATTENZIONE: si calcoli la capacità differenziale per $V = 0$. [3]

SOLUZIONE 2

1) Possiamo calcolare la caduta di tensione agli estremi della regione di svuotamento:

$$\begin{aligned}
D_n &= \frac{kT}{q}\mu_n = 2.585 \times 10^{-3} \ \ \mathrm{m^2/s} \\
L_n &= \sqrt{D_n \tau_n} = 161 \ \ \mu\mathrm{m} \\
D_p &= \frac{kT}{q}\mu_p = 0.775 \times 10^{-3} \ \ \mathrm{m^2/s} \\
L_p &= \sqrt{D_p \tau_p} = 88 \ \ \mu\mathrm{m} \\
I_S &= qSn_i^2 \left(\frac{D_n}{N_A L_n} + \frac{D_p}{N_D L_p} \right) = 6.42 \times 10^{-13} \ \ \mathrm{A} \\
V &= V_T \ln \frac{I}{I_S} = 0.57 \ \ \mathrm{V}
\end{aligned}$$

Quindi la caduta di tensione nelle regioni quasi-neutre è pari a 0.63 V, e la resistenza è pari a $0.63/I$=317 Ω.

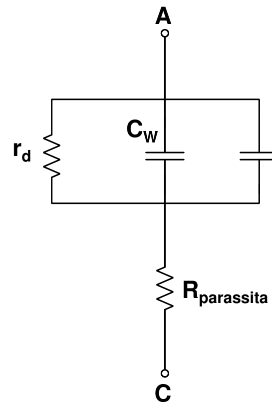
2)Calcoliamo la resistenza differenziale, la capacità dovuta alla regione di svuotamento e quella dovuta alle iniezioni di elettroni e lacune, controllate dalla caduta di tensione V agli estremi della regione di svuotamento che è stata calcolata nel punto precedente:

$$\begin{aligned}
r_d &= \frac{V_T}{I} = 13 \ \ \Omega \\
C_W &= \frac{\epsilon_s}{W} \, S \\
V_0 &= V_T \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = 0.62 \ \ \mathrm{V} \\
W &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left(\frac{1}{N_D} + \frac{1}{N_A} \right) (V_0 - V)} = 0.269 \ \ \mu\mathrm{m} \\
C_W &= 392 \ \ \mathrm{pF} \\
C_{diff} &= \frac{dQ_n}{dV} + \frac{dQ_p}{dV} \\
C_{diff} &= \frac{qSn_i^2}{V_T} \left(\frac{L_n}{N_A} + \frac{L_p}{N_D} \right) e^{\frac{V}{V_T}} = 939 \ \ \mathrm{nF}
\end{aligned}$$

Il circuito equivalente per le variazioni è composto dal parallelo tra r_d, C_W e C_{diff}, che schematizzano il comportamento della giunzione, il tutto insieme alla resistenza parassita di 317 Ω calcolata nel punto precedente. Il circuito equivalente per piccoli segnali è:

3) Calcoliamo la capacità per $V = 0$ V, dovuta alla regione di svuotamento:

$$C_W = \frac{\epsilon_s}{W} \, S$$



$$\begin{aligned} W &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q}\left(\frac{1}{N_D}+\frac{1}{N_A}\right)V_0} = 0.99 \ \ \mu\text{m} \\ C_W &= \frac{\epsilon_s}{W}\,S = 106 \ \ \text{pF} \end{aligned}$$

Quindi la tensione di polarizzazione per ottenere 35 pF deve essere negativa:

$$\begin{aligned} C_W &= \frac{35 \text{ pF}}{S} = 3.5\times 10^{-5} \ \ \text{F/m}^2 \\ W &= \frac{\epsilon_s}{C_W} = 3 \ \ \mu\text{m} \\ V_0 + V &= \frac{W^2}{\frac{2\epsilon_s}{q}\left(\frac{1}{N_D}+\frac{1}{N_A}\right)} = 5.7 \ \ \text{V} \\ V &= 5.7 - V_0 = 5.08 \ \ \text{V} \end{aligned}$$

ESERCIZIO 3

Un transistore bipolare n^+pn ($N_{AB} = 10^{16}$ cm^{-3}, $N_{DC} = 5\times 10^{15}$ cm^{-3} $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs, $\mu_p = 0.04$ m^2/Vs, $\tau_n = 2$ μs, $\tau_p = 1$ μs, S=1 mm^2) è polarizzato con $V_{CE} = 5$ V. Viene imposta $I_B = 10$ μA, e viene misurata una $I_C = 5$ mA.

1) Determinare le tensioni ai terminali e la lunghezza metallurgica della base. [3]

2) Con riferimento al punto 1, determinare l'efficienza di collettore (collettore lungo) e i parametri α_r e β_r. [2]

3) Facendo le dovute approssimazioni, determinare le tensioni e le correnti per $V_{CE} = -5$ V (stessa I_B). [5]

SOLUZIONE 3

1) Calcoliamo la W_{eff} dal β_f e da questo V_{BE} e V_{CB}, e quindi la lunghezza metallurgica della base:

$$
\begin{aligned}
\beta_f &= \frac{I_C}{I_B} = 500 \\
\beta_f &= \frac{\tau_n}{\tau_t} \\
\tau_t &= \frac{\tau_n}{\beta_f} = 4 \quad \mathrm{ns} \\
\tau_t &= \frac{W^2}{2D_n} \\
D_n &= \frac{kT}{q}\mu_n = 2.585 \times 10^{-3} \\
W_{eff} &= \sqrt{\tau_t 2D_n} = 4.5 \quad \mu\mathrm{m} \\
I_B &= \frac{Q}{\tau_n} = \frac{1}{\tau_n} qS\delta n(0)\frac{W}{2} \\
\delta n(0) &= \frac{2I_B\tau_n}{qSW} = 5.5 \times 10^{19} \quad \mathrm{m}^{-3} \\
\delta n(0) &= \frac{n_i^2}{N_{Abase}}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1\right) \\
V_{BE} &= 0.56 \quad \mathrm{V} \\
V_{CB} &= V_{CE} - V_{BE} = 4.44 \quad \mathrm{V} \\
V_{0BC} &= V_T \ln\frac{N_{AB}N_{DC}}{n_i^2} = 0.675 \quad \mathrm{V} \\
W_{BC} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q}\left(\frac{1}{N_{Ab}} + \frac{1}{N_{Dc}}\right)(V_0 + V_{CB})} = 1.42 \quad \mu\mathrm{m} \\
x_{BC} &= W_{BC}\frac{N_{DC}}{N_{AB} + N_{DC}} = 0.473 \quad \mu\mathrm{m} \\
W_{met} &= 4.5 + 0.473 = 4.97 \quad \mu\mathrm{m}
\end{aligned}
$$

2) Basta fare i conti, considerando la W_{eff} calcolata nel punto 1:

$$
\begin{aligned}
\gamma_C &= \frac{I_{0n}}{I_{0n} + I_{CSp}} \\
I_{0n} &= qS\frac{D_n}{W_{eff}}\frac{n_i^2}{N_{AB}} = 2.07 \times 10^{-12} \quad \mathrm{A} \\
I_{CSp} &= qS\frac{D_p}{L_p}\frac{n_i^2}{N_{DC}} \\
D_p &= \frac{kT}{q}\mu_p = 1.034 \times 10^{-3} \\
L_p &= \sqrt{D_p\tau_p} = 32 \quad \mu\mathrm{m}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
I_{CSp} &= 2.33 \times 10^{-13} \quad \text{A} \\
\gamma_C &= 0.9 \\
\alpha_T &= \frac{1}{1 + \frac{W^2}{2L_n}} = 0.990209 \\
\alpha_r &= \gamma_C \alpha_T = 0.891188 \\
\beta_r &= \frac{\alpha_r}{1 - \alpha_r} = 8.19
\end{aligned}
$$

3) La tensione $V_{CE} = -5$ V significa $V_{EC} = 5$ V, cioè il transistore viene polarizzato in zona attiva inversa: la giunzione base-collettore è polarizzata in diretta, quella base-emettitore in inversa. La lunghezza effettiva di base è diversa da quella del punto 1 (e del punto 2), poiché l'emettitore è fortemente drogato e quindi la regione di svuotamento base-emettitore è tutta nella base. Abbiamo bisogno della V_{EB} che possiamo ottenere dando una stima ragionevole della V_{BC}. Una possibile scelta è quella di considerare $V_{BC} = 0.56$ V, cioè pari alla V_{BE} del punto 1. Qualsiasi altro valore ragionevole è accettabile. Come al solito, trascuriamo la regione di svuotamento della giunzione base-collettore, polarizzata in diretta. Quindi:

$$
\begin{aligned}
V_{EB} &= 4.44 \quad \text{V} \\
V_{0EB} &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_{AB} N_{DE}^+}{n_i^2} = 0.872 \quad \text{V} \\
W_{EB} &= x_{EB} = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_{AB}}(V_{0EB} + V_{EB})} = 0.83 \quad \mu\text{m} \\
W_{eff} &= W_{met} - x_{EB} = 4.14 \quad \mu\text{m}
\end{aligned}
$$

A questo punto possiamo calcolare il valore esatto di V_{BC}, conoscendo I_B e considerando anche l'iniezione di lacune verso il collettore poco drogato:

$$
\begin{aligned}
I_B &= qS \left(\frac{D_n}{W_{eff}} \frac{n_i^2}{N_{AB}} + \frac{D_p}{L_p} \frac{n_i^2}{N_{DC}} \right) \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right) \\
I_B &= \left(2.25 \times 10^{-12} + 2.329 \times 10^{-13} \right) e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} \\
V_{BC} &= V_T \ln \frac{I_B}{2.25 \times 10^{-12} + 2.329 \times 10^{-13}} = 0.39 \quad \text{V}
\end{aligned}
$$

La V_{BC} risulta minore di quella utilizzata per il calcolo della W_{eff}, che comunque dipende dalla radice quadrata di V ed è determinata in massima parte dalla V_{EB}. A questo punto possiamo stimare la I_E come la carica in base diviso il tempo di transito:

$$
\begin{aligned}
I_E &= \frac{Q}{\tau_t} \\
Q &= qS \frac{n_i^2}{N_{AB}} e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} \frac{W_{eff}}{2} = 2.66 \times 10^{-14} \quad \text{C}
\end{aligned}
$$

$$\tau_t = \frac{W^2}{2D_n} = 3.3 \quad \text{ns}$$
$$I_E = 8.6 \quad \mu\text{A}$$