PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 15 Febbraio 2023

ESERCIZIO 1

In un semiconduttore, la relazione di dispersione in banda di conduzione risulta: $E(k) = a\,(k - k_0)^2 + 2 \times 10^{-19}$ J, con $a = 5 \times 10^{-38}$, e $k_0 = 10^9$ m^{-1}.

1) Determinare la massa efficace in banda di conduzione, calcolandone il rapporto con la massa dell'elettrone libero. [4]

2) Determinare il valore medio del modulo della velocità termica a temperatura ambiente, in banda di conduzione. [2]

3) Con questo semiconduttore viene realizzato un resistore integrato, costituito da una strip lunga 200 μm, larga 50μm e profonda 200 nm. La strip è drogata uniformemente con $n = N_D = 10^{18}$ cm^{-3}. La resistenza della strip è stata misurata, ed è risultata pari a 850 Ω. Determinare il tempo medio tra gli urti per gli elettroni. [4]

ESERCIZIO 2

Si consideri un transistore n-MOS (condensatore MOS ideale) con $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.08$ m^2/Vs, $C_{ox} = 30$ nm, $W = L = 5$ μm. Il transistore è polarizzato con $V_{GS} = 5$ V, $V_{DS} = V_{GS} - V_{TH}$.

1) Determinare una espressione della carica mobile $Q_n(y)$ in funzione di $V(y)$ lungo il canale, senza trascurare la variazione dell'ampiezza della regione di svuotamento sotto il canale. [3]

2) Determinare una espressione della corrente di diffusione $I_{DS\ diff}(y)$, in funzione di y lungo il canale. Si lasci indicata la $V(y)$. SUGGERIMENTO: si proceda in maniera simile alla dimostrazione della corrente di trascinamento, facendo riferimento però alla corrente di diffusione. [4]

3) Confrontare la corrente di trascinamento I_{DS} con quella di diffusione, per $y = 0$. Per $V(y)$ si usi l'espressione, molto approssimata, ricavata durante il corso. [3]

ESERCIZIO 3

Un transistore bipolare n^+pn^+ ($N_{AB} = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.09$ m^2/Vs, $\mu_p = 0.04$ m^2/Vs, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$ s, S=1 mm^2) è polarizzato ad emettitore comune, con $V_{CE} = 5$ V, $I_B = 20$ μA. È stata misurata $I_C = 20$ mA. Trascurare l'ampiezza delle regioni di svuotamento polarizzate con $V \geq 0$.

1) Determinare la lunghezza effettiva e metallurgica della base. [3]

2) Determinare la tensione V_{CE} massima applicabile (il campo elettrico di breakdown è molto elevato). [3].

3) Determinare la tensione V_{BC} limite per far funzionare il transistore in zona attiva diretta, e calcolare la corrente di collettore. [4]

ESERCIZIO 1 In un semiconduttore, la relazione di dispersione in banda di conduzione risulta: $E(k) = a\,(k - k_0)^2 + 2 \times 10^{-19}$ J, con $a = 5 \times 10^{-38}$, e $k_0 = 10^9$ m^{-1}.

1) Determinare la massa efficace in banda di conduzione, calcolandone il rapporto con la massa dell'elettrone libero. [4]

2) Determinare il valore medio del modulo della velocità termica a temperatura ambiente, in banda di conduzione. [2]

3) Con questo semiconduttore viene realizzato un resistore integrato, costituito da una strip lunga 200 μm, larga 50μm e profonda 200 nm. La strip è drogata uniformemente con $n = N_D = 10^{18}$ cm^{-3}. La resistenza della strip è stata misurata, ed è risultata pari a 850 Ω. Determinare il tempo medio tra gli urti per gli elettroni. [4]

SOLUZIONE 1

1) La massa efficace dipende dalla derivata seconda della relazione energia-vettore d'onda (relazione di dispersione) in banda di conduzione, calcolata in un minimo di energia che, nel presente caso, si ha per $k = k_0$. Avremo:

$$
\begin{aligned}
m_e^* &= \frac{\hbar^2}{\frac{\partial^2 E}{\partial k^2}\,|_{k=k_0}} \\
\frac{\partial^2 E}{\partial k^2} &= 2a \\
m_e^* &= 1.11 \times 10^{-31} \ \ \mathrm{Kg}
\end{aligned}
$$

Quindi avremo che $m_e^* = 0.12 m_0$, con $m_0 = 9,1 \times 10^{-31}$ Kg è la massa dell'elettrone libero.

2) L'energia cinetica media degli elettroni in banda di conduzione è pari a quella delle molecole di un gas perfetto. Da questo possiamo ricavare la velocità termica media v in modulo (come vettore la media è 0):

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{2} m_e^* v^2 &= \frac{3}{2} kT \\
v &= \sqrt{\frac{3kT}{m_e^*}} = 334 \ \ \mathrm{Km/s}
\end{aligned}
$$

3) Dalla resistenza e dalle dimensioni geometriche, possiamo calcolare la resistività $\rho = 1/q\mu_n n = 1/q\mu_n N_D$. Da questa possiamo ricavare la mobilità e quindi, conoscendo la massa efficace, il tempo medio τ tra gli urti:

$$
R = \rho \frac{L}{t_h W}
$$

$$
\begin{aligned}
\rho &= R\frac{t_h W}{L} = 4.25 \times 10^{-5} \quad \Omega\text{m} \\
\rho &= \frac{1}{q\mu_n N_D} \\
\mu_n &= \frac{1}{q\rho N_D} = 0.147 \quad \text{m}^2/\text{Vs} \\
\mu_n &= \frac{q}{m_e^*}\tau \\
\tau &= \mu_n \frac{m_e^*}{q} = 0.1 \quad \text{ps}
\end{aligned}
$$

ESERCIZIO 2

Si consideri un transistore n-MOS (condensatore MOS ideale) con $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.08$ m^2/Vs, $t_{ox} = 30$ nm, $W = L = 5$ μm, è polarizzato con $V_{GS} = 5$ V, $V_{DS} = V_{GS} - V_{TH}$.

1) Determinare una espressione della carica mobile $Q_n(y)$ in funzione di $V(y)$ lungo il canale, senza trascurare la variazione dell'ampiezza della regione di svuotamento sotto il canale. [3]

2) Determinare una espressione della corrente di diffusione $I_{DS\ diff}(y)$, in funzione di y lungo il canale. Si lasci indicata la $V(y)$. SUGGERIMENTO: si proceda in maniera simile alla dimostrazione della corrente di trascinamento, facendo riferimento però alla corrente di diffusione. [4]

3) Confrontare la corrente di trascinamento I_{DS} con quella di diffusione, per $y = 0$. Per $V(y)$ si usi l'espressione, molto approssimata, ricavata durante il corso. [3]

SOLUZIONE 2

1) Si tratta di scrivere l'espressione della V_{GS} e di fare alcuni passaggi:

$$
\begin{aligned}
V_{GS} &= -\frac{Q_n(y) + Q_W(y)}{C_{ox}} + 2\psi_B + V(y) \\
Q_n(y) &= -C_{ox}\left(V_{GS} - \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A \left(2\psi_B + V(y)\right)}}{C_{ox}} - 2\psi_B - V(y)\right)
\end{aligned}
$$

2) Consideriamo l'espressione della densità di corrente di diffusione e integriamola tra 0 e W in direzione trasversa e tra 0 ed x_i in direzione perpendicolare alla superficie, con attenzione ai segni:

$$
j_{SD\ diff}(x,y) = qD_n \frac{dn(x,y)}{dy}
$$

$$
\begin{aligned}
I_{SD\ diff}(y) &= \int_0^W \int_0^{x_i} q D_n \frac{dn(x,y)}{dy} dx dz \\
I_{SD\ diff}(y) &= W D_n \frac{d \int_0^{x_i} q n(x,y) dx}{dy} \\
I_{SD\ diff}(y) &= W \frac{kT}{q} \mu_n dQ_n(y) dy \\
I_{DS\ diff}(y) &= W \frac{kT}{q} \mu_n C_{ox} \left(1 + \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A}}{2C_{ox}\sqrt{2\psi_B + V(y)}} \right) \frac{dV}{dy}
\end{aligned}
$$

Da notare il cambio di segno nell'ultima espressione, dovuto al cambio della direzione della corrente da I_{SD} a I_{DS}.

3) Basta sostituire l'espressione di $V(y)$, calcolandone la derivata in $y = 0$:

$$
\begin{aligned}
V(y) &= (V_{GS} - V_{TH}) \left(1 - \sqrt{1 - \frac{y}{L}} \right) \\
\frac{dV(y)}{dy} &= (V_{GS} - V_{TH}) \frac{1}{2\sqrt{1 - \frac{y}{L}}} \\
\frac{dV(y)}{dy}\ |_{y=0} &= \frac{1}{2L} (V_{GS} - V_{TH})
\end{aligned}
$$

Sostituendo i numeri otteniamo ($V(y = 0) = V_{GS} - V + TH$):

$$
\begin{aligned}
I_{DS\ diff}(y = 0) &= W \frac{kT}{q} \mu_n C_{ox} \left(1 + \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A}}{2C_{ox}\sqrt{2\psi_B}} \right) \frac{V_{GS} - V_{TH}}{2L} \\
C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.15 \times 10^{-3} \quad \mathrm{F/m^2} \\
\psi_B &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.347 \quad \mathrm{V} \\
V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B = 1.11 \quad \mathrm{V} \\
V_{GS} - V_{TH} &= 3.88 \quad \mathrm{V} \\
I_{DS\ diff} &= 5.98 \quad \mu\mathrm{A}
\end{aligned}
$$

La componende dovuta alla diffusione è molto piccola, se confrontata con la corrente di drift, che (calcolata con le approssimazioni standard) risulta: $I_{DS} = \frac{\mu_n C_{ox}}{2} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{TH})^2 =$ 0.7 mA.

ESERCIZIO 3

Un transistore bipolare n^+pn^+ ($N_{AB} = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.09$ m^2/Vs, $\mu_p = 0.04$ m^2/Vs, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$ s, S=1 mm^2) è polarizzato ad emettitore comune, con $V_{CE} = 5$

V, $I_B = 20$ μA. È stata misurata $I_C = 20$ mA. Trascurare l'ampiezza delle regioni di svuotamento polarizzate con $V \geq 0$.

1) Determinare la lunghezza effettiva e metallurgica della base. [3]

2) Determinare la tensione V_{CE} massima applicabile (il campo elettrico di break-down è molto elevato). [3].

3) Determinare la tensione V_{BC} limite per far funzionare il transistore in zona attiva diretta, e calcolare la corrente di collettore. [4]

SOLUZIONE 3

1) È immediato calcolare la lunghezza effettiva di base, dato $\beta_f = I_C/I_B = 1000 = \tau_n/\tau_t$:

$$
\begin{aligned}
\tau_t &= \frac{\tau_n}{\beta_f} = 10^{-9} \quad \text{s} \\
\tau_t &= \frac{W^2}{2D_n} \\
W &= \sqrt{2D_n\tau_t} \\
D_n &= \frac{kT}{q}\mu_n = 2.326 \times 10^{-3} \quad \text{s} \\
W &= W_{eff} = 2.15 \quad \mu\text{m}
\end{aligned}
$$

Determiniamo la V_{BE}:

$$
\begin{aligned}
Q &= \tau_n I_B = 20 \quad \text{pC} \\
Q &= qS\frac{W}{2}\delta n(0) = qS\frac{W}{2}\frac{n_i^2}{N_A}e^{\frac{V_BE}{V_T}}
\end{aligned}
$$

Con semplici passaggi otteniamo $V_{BE} = 0.58$ V. Determiniamo la lunghezza metallurgica della base:

$$
\begin{aligned}
V_{BC} &= 4.42 \quad \text{V} \\
V_{0BC} &= \frac{kT}{q}\ln\frac{N_A N_D}{n_i^2} = 0.872 \quad \text{V} \\
W_{BC} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_{AB}}\left(V_{0CB} + V_{BC}\right)} = 0.84 \quad \mu\text{m} \\
W_{met} &= W_{eff} + W_{BC} = 3 \quad \mu\text{m}
\end{aligned}
$$

2) Il break-down è dovuto allo svuotamento completo della base (pass-through).

Dobbiamo determinare V_{BC} tale che W_{BC} sia pari a 3 μm:

$$\begin{aligned} W_{BC} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_{AB}}\left(V_{0CB}+V_{BC}\right)} = 3 \ \ \mu\text{m} \\ V_{BC} &= \frac{W_{BC}^2}{\frac{2\epsilon_s}{qN_{AB}}} - V_{0BC} \simeq 68 \ \ \text{V} \end{aligned}$$

Trascurando la V_{BE}, che è comunque diversa da quella del punto 1, possiamo assumere $V_{CE\ max} \approx V_{BC\ max} = 68$ V

3) Il limite della zona attiva diretta si ha quando la giunzione base-collettore è polarizzata con $V_{BC} = 0$, cioè $V_{BE} = V_{CE}$. La I_C è simile a quella per $V_{CE} = 5$ V, ma non uguale poiché la lunghezza effettiva della base è diversa. Trascurando le regioni di svuotamento per $V \geq 0$ avremo $W_{eff} \simeq W_{met}$:

$$\begin{aligned} \tau_t &= \frac{W_{met}^2}{2D_n} = 1.9 \ \ \text{ns} \\ \beta_f &= \frac{\tau_n}{\tau_t} = 517 \\ I_C &= \beta_f I_B = 10.34 \ \ \text{mA} \end{aligned}$$