

## PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 14 Settembre 2022

### ESERCIZIO 1

Una giunzione  $p^+n$  ha  $N_D = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\tau_p = 10^{-6} \text{ s}$ ,  $\mu_p = 400 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ ,  $S = 1 \text{ mm}^2$ .

1) Per  $V = 0$  determinare la capacità differenziale e disegnare il circuito equivalente per le variazioni, evidenziando il generatore di piccolo segnale. [3]

2) Determinare la tensione di polarizzazione per avere una capacità differenziale totale pari a 100 pF, e disegnare il circuito equivalente per le variazioni. [3]

3) Determinare la tensione di polarizzazione per avere una capacità differenziale pari a 100 nF, e disegnare il circuito equivalente per le variazioni calcolandone i parametri. SUGGERIMENTO: trascurare la capacità dovuta allo svuotamento. [4]

### ESERCIZIO 2

Un transistor  $n$ -MOS polysilicon gate ha  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $t_{ox} = 20 \text{ nm}$ ,  $W = 10 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $L = 2 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $\mu_n = 0.075 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $V_{GS} = 5 \text{ V}$ .

1) Considerare  $V_{DS} = V_{GS} - V_{TH}$ . Determinare la corrente  $I_{DS}$ , considerando la lunghezza effettiva del canale, la carica immagazzinata nel canale ed il tempo di transito. [3]

2) Considerare  $V_{DS} = V_{DS \text{ sat}}/2$ . Determinare la corrente  $I_{DS}$  e l'espressione numerica dell'andamento della tensione lungo canale. [4]

3) Sempre per  $V_{DS} = V_{DS \text{ sat}}/2$ , determinare la carica nel canale e il tempo di transito. [3]

### ESERCIZIO 3

Un transistor bipolare  $n^+pn$  con  $N_{Abase} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_{Dcollettore} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $\mu_p = 0.04 \text{ m}^2/\text{Vs}$ , collettore corto,  $\tau_n = \tau_p = 10^{-6} \text{ s}$ ,  $S = 1 \text{ mm}^2$ , è polarizzato con  $V_{BE} = 0.55 \text{ V}$  e  $V_{CB} = 5 \text{ V}$ . È stato misurato un  $\beta_f = 1000$ .

1) Determinare la lunghezza effettiva e metallurgica della base e le correnti ai terminali. [3]

Per errore, l'emettitore e il collettore vengono scambiati. Viene misurato il  $\beta$  (che a questo punto è il  $\beta_r$ ), applicando gli stessi valori di tensione (che sono quindi  $V_{BC} = 0.55 \text{ V}$  e  $V_{EB} = 5 \text{ V}$ ). Il  $\beta$  è risultato pari a 15.

2) Determinare la carica in base e la corrente di emettitore. [4]

3) Determinare la corrente di base e di collettore. Determinare inoltre la frazione di corrente di base dovuta all'iniezione verso il collettore, e l'efficienza di collettore. [3]

### ESERCIZIO 1

Una giunzione  $p^+n$  ha  $N_D = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\tau_p = 10^{-6} \text{ s}$ ,  $\mu_p = 400 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ ,  $S = 1 \text{ mm}^2$ .

1) Per  $V = 0$  determinare la capacità differenziale e disegnare il circuito equivalente per le variazioni, evidenziando il generatore di piccolo segnale. [3]

2) Determinare la tensione di polarizzazione per avere una capacità differenziale totale pari a 100 pF, e disegnare il circuito equivalente per le variazioni. [3]

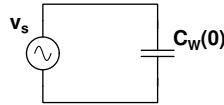
3) Determinare la tensione di polarizzazione per avere una capacità differenziale pari a 100 nF, e disegnare il circuito equivalente per le variazioni calcolandone i parametri. SUGGERIMENTO: trascurare la capacità dovuta allo svuotamento. [4]

### SOLUZIONE 1

1) Per  $V = 0$  la capacità differenziale è quella dovuta alla regione di svuotamento:

$$\begin{aligned}V_0 &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = 0,854 \text{ mV} \\W &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_D} V_0} = 0.473 \text{ } \mu\text{m} \\C_{diff\ w} &= \frac{\epsilon_s}{W} S = 223 \text{ pF}\end{aligned}$$

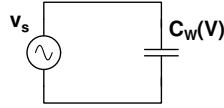
Il circuito equivalente per le variazioni è costituito da un generatore di piccolo segnale applicato ad una capacità pari a  $C_{diff\ w}$ .



2) Per avere 100 pF il diodo deve essere polarizzato in inversa, poiché questa capacità è inferiore a quella per  $V = 0$ . Avremo:

$$\begin{aligned}C_{diff\ w} &= \frac{\epsilon_s}{W} S \\W &= \frac{\epsilon_s}{C_{diff\ w}} S = 1.05 \text{ } \mu\text{m} \\W &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_D} (V_0 + V)} \\v_0 + V &= \frac{W^2}{\frac{2\epsilon_s}{qN_D}} = 4.21 \text{ V} \\V &= 3.36 \text{ V}\end{aligned}$$

dove il valore di  $V$  è da intendersi in valore assoluto, avremo che la tensione di polarizzazione (inversa) deve essere  $V = -3.36 \text{ V}$ .



3) Calcoliamo i parametri per determinare la corrente:

$$D_p = \frac{kT}{q} \mu_p = 1.034 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$L_P = \sqrt{D_p \tau_p} = 32.15 \text{ } \mu\text{m}$$

$$I_S = qS \frac{D_p}{L_p} \frac{n_i^2}{N_d} = 2.31 \times 10^{-13} \text{ A}$$

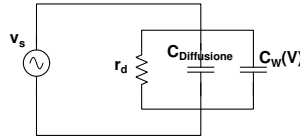
$$\tau_p = C_{diff \text{ in}} r_d$$

$$r_d = \frac{\tau_p}{C_{diff \text{ in}}} = 10 \text{ } \Omega$$

$$I = \frac{V_T}{r_d} = 2.585 \text{ mA}$$

$$V = V_T \ln \frac{I}{I_S} = 0.59 \text{ V}$$

Il circuito per le variazioni è quello di un diodo polarizzato in diretta:



## ESERCIZIO 2

Un transistor  $n$ -MOS polysilicon gate ha  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $t_{ox} = 20 \text{ nm}$ ,  $W = 10 \text{ } \mu\text{m}$ ,  $L = 2 \text{ } \mu\text{m}$ ,  $\mu_n = 0.075 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $V_{GS} = 5 \text{ V}$ .

1) Considerare  $V_{DS} = V_{GS} - V_{TH}$ . Determinare la corrente  $I_{DS}$ , considerando la lunghezza effettiva del canale, la carica immagazzinata nel canale ed il tempo di transito. [3]

2) Considerare  $V_{DS} = V_{DS \text{ sat}}/2$ . Determinare la corrente  $I_{DS}$  e l'espressione numerica dell'andamento della tensione lungo canale. [4]

3) Sempre per  $V_{DS} = V_{DS \text{ sat}}/2$ , determinare la carica nel canale e il tempo di transito. [3]

## SOLUZIONE 2

1) Calcoliamo la  $V_{TH}$ :

$$\psi_B = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.347 \text{ V}$$

$$\begin{aligned}\Phi_{MS} &= -\frac{E_g}{2q} - \psi_B = 0.89 \text{ V} \\ C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.72 \times 10^{-3} \text{ F/m}^2 \\ V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} = 0.08 \text{ V}\end{aligned}$$

Per  $V_{DS} = V_{GS} - V_{TH} = 4.92 \text{ V}$ , il transistorore è alla soglia della saturazione, quindi avremo  $L_{eff} = L$  e:

$$\begin{aligned}I_{DS} &= \frac{\mu_n C_{ox} W}{2} \frac{V_{GS} - V_{TH}}{L} (V_{GS} - V_{TH})^2 = 7.8 \text{ mA} \\ Q &= \frac{2}{3} W L C_{ox} (V_{GS} - V_{TH}) = 1.12 \times 10^{-13} \text{ C} \\ \tau_t &= \frac{Q}{I_{DS}} = 14.4 \text{ ps}\end{aligned}$$

2) Per  $V_{DS} = V_{DS \text{ sat}}/2 = 2.46 \text{ V}$  siamo in zona triodo:

$$I_{DS} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left( (V_{GS} - V_{TH}) V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right) = 5.85 \text{ mA} \quad (1)$$

Per l'espressione della tensione nel canale possiamo seguire un procedimento simile a quello svolto sulle dispense nel caso di saturazione, risolvendo l'equazione in  $V(y)$ :

$$\begin{aligned}I_{DS} &= \mu_n C_{ox} \frac{W}{y} \left( (V_{GS} - V_{TH}) V(y) - \frac{V(y)^2}{2} \right) \\ 6.35 \times 10^{-9} V(y) - 6.45 \times 10^{-10} V(y)^2 &= 5.85 \times 10^{-3} y \\ V(y) &= 4.92 \left( 1 - \sqrt{1 - 0.37 \times 10^6 y} \right)\end{aligned}$$

3) Bisogna scrivere l'espressione  $Q(y)$  e svolgere i conti:

$$\begin{aligned}Q(y) &= C_{ox} (V_{GS} - V_{TH} - V(y)) \\ Q_{tot} &= C_{ox} W \int_0^L 4.92 - 4.92 + 4.92 \sqrt{1 - 0.37 \times 10^6 y} \\ Q_{tot} &= C_{ox} W \left( -\frac{24.92}{3 \cdot 0.37 \times 10^6} \left( 1 - 0.37 \times 10^6 y \right)^{\frac{3}{2}} \Big|_0^L \right) \\ Q_{tot} &= 1.32 \times 10^{-13} \text{ C}\end{aligned}$$

Molto simile a quella del punto precedente. Il tempo di transito risulta  $\tau_t = Q/I_{DS} = 22.6 \text{ ps}$ .

### ESERCIZIO 3

Un transistor bipolare  $n^+pn$  con  $N_{Abase} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_{Dcollettore} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $\mu_p = 0.04 \text{ m}^2/\text{Vs}$ , collettore corto,  $\tau_n = \tau_p = 10^{-6} \text{ s}$ ,  $S=1 \text{ mm}^2$ , è polarizzato con  $V_{BE} = 0.55 \text{ V}$  e  $V_{CB} = 5 \text{ V}$ . È stato misurato un  $\beta_f = 1000$ .

1) Determinare la lunghezza effettiva e metallurgica della base e le correnti ai terminali. [3]

Per errore, l'emettitore e il collettore vengono scambiati. Viene misurato il  $\beta$  (che a questo punto è il  $\beta_r$ ), applicando gli stessi valori di tensione (che sono quindi  $V_{BC} = 0.55 \text{ V}$  e  $V_{EB} = 5 \text{ V}$ ). Il  $\beta$  è risultato pari a 15.

2) Determinare la carica in base e la corrente di emettitore. [4]

3) Determinare la corrente di base e di collettore. Determinare inoltre la frazione di corrente di base dovuta all'iniezione verso il collettore, e l'efficienza di collettore. [3]

### SOLUZIONE 3

1) Dal  $\beta_f$  possiamo calcolare subito il tempo di transito e la lunghezza effettiva di base:

$$\begin{aligned}\beta_f &= \frac{\tau_n}{\tau_t} \\ \tau_t &= \frac{\tau_n}{\beta_f} = 10^{-9} \text{ s} \\ \tau_t &= \frac{W^2}{2D_n} \\ W &= \sqrt{2D_n\tau_t} = 2.27 \text{ } \mu\text{m} \\ D_n &= \frac{kT}{q}\mu_n = 2.585 \times 10^{-3}\end{aligned}$$

Per calcolare la lunghezza metallurgica abbiamo bisogno della regione di svuotamento base-collettore:

$$\begin{aligned}V_{0BC} &= V_T \ln \frac{N_{Abase}N_{Dcollettore}}{n_i^2} = 0.693 \text{ V} \\ W_{BC} &= x_{BC} = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left( \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) (V_{0BC} + 5)} = 1.49 \text{ } \mu\text{m} \\ W_{met.} &= W + x_{BC} = 3 \text{ } \mu\text{m}\end{aligned}$$

Per il calcolo della corrente di base, o di collettore, possiamo calcolare la carica in base:

$$\begin{aligned}\delta n(0) &= \frac{n_i^2}{N_A} \left( e^{\frac{V_{EB}}{V_T}} - 1 \right) = 3.91 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3} \\ Q &= qS \frac{1}{2} \delta n(0) W = 7.1 \times 10^{-12} \text{ C}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_B &= \frac{Q}{\tau_n} = 7.1 \text{ } \mu\text{A} \\
I_C &= \beta_f I_B = 7.1 \text{ mA} \\
I_E &= I_B + I_C \simeq 7.1 \text{ } \mu\text{A}
\end{aligned}$$

dove  $I_B$  e  $I_C$  sono entranti e  $I_E$  è uscente, siamo in zona attiva diretta.

2) L'unica cosa da ricalcolare è la lunghezza effettiva di base, perché adesso la giunzione base-collettore è polarizzata in diretta, mentre la giunzione base-emettitore è in inversa. Calcoliamo la carica in base, con la nuova lunghezza effettiva, e da questo ricaviamo la corrente di emettitore mediante il tempo di transito. Lo zero è all'estremo della regione di svuotamento base-collettore, il diagramma dell'eccesso dei portatori minoritari è rovesciato, dal collettore verso la base, per il resto non cambia niente:

$$\begin{aligned}
V_{0BE} &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = 0.872 \\
W_{BE} &= x_{BE} = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_{Abase}} (V_{0BE} + 5)} = 0.88 \text{ } \mu\text{m} \\
W_{eff} &= W_{met} - x_{BE} = 2.12 \text{ } \mu\text{m} \\
\delta n(0) &= \frac{n_i^2}{N_D} \left( e^{\frac{V_{EB}}{V_T}} - 1 \right) = 3.91 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3} \\
Q &= qS1 \text{ over } 2\delta n(0)W = 6.63 \times 10^{-12} \text{ C} \\
\tau_t &= \frac{W^2}{2D_n} = 0.87 \text{ ns} \\
I_E &= \frac{Q}{\tau_t} = 7.62 \text{ mA}
\end{aligned}$$

con  $I_E$  entrante, dovuta al flusso di elettroni uscente (elettroni iniettati da C).

3) A questo punto possiamo calcolare  $I_B$  e quindi  $I_C$ :

$$\begin{aligned}
I_B &= \frac{I_E}{\beta} = 0.5 \text{ mA} \\
I_C &= I_E + I_B = 8.1 \text{ mA}
\end{aligned}$$

La frazione della  $I_B$  che contribuisce alla carica in base è data da  $\frac{Q}{\tau_n=6.63} \mu\text{A}$ . Quindi significa che la gran parte della corrente di base è dovuta alle lacune iniettate verso il collettore:

$$\begin{aligned}
I_{B \text{ lac.in.}} &= 0.5 - 0.0663 \simeq 0.5 \text{ mA} \\
I_{C \text{ lac.in.}} &= 0.5 \text{ mA}
\end{aligned}$$

Quindi è immediato calcolare l'efficienza di collettore:

$$\gamma = \frac{I_{C \text{ el.in.}}}{I_{C \text{ tot}}} = \frac{I_{C \text{ tot.}} - I_{C \text{ lac.in.}}}{I_{C \text{ tot}}} = 0.94$$