

### ESERCIZIO 1

Un diodo  $pn$  è realizzato con  $N_A = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\mu_p = 0.04 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $\tau_p = \tau_n = 10^{-6} \text{ s}$ . Le basi sono rispettivamente  $W_p = 3 \text{ }\mu\text{m}$  e  $W_n = 25 \text{ }\mu\text{m}$ , ed  $S = 1 \text{ mm}^2$ . Il diodo è polarizzato con  $V = 0.5 \text{ V}$ .

1) Determinare il profilo dell'eccesso di portatori minoritari nella base  $n$ , verificando l'ipotesi di bassa iniezione. [3]

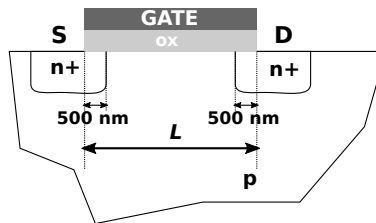
2) Determinare la corrente nel diodo, calcolando il contributo dovuto all'iniezione di lacune usando la derivata del profilo di portatori minoritari.[3]

3) Il diodo è realizzato con un semiconduttore simile al silicio (stesso GAP e stessa  $n_i$ ), ma a gap diretto (ipotesi ai fini dell'esercizio). L'efficienza di emissione ottica, in caso di ricombinazione di coppie elettrone-lacuna, è pari al 10%.

Determinare la potenza ottica emessa dal diodo. [4]

### ESERCIZIO 2

In un transistor  $n$ -MOS polysilicon gate, con  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $t_{ox} = 10 \text{ nm}$ ,  $W = 10 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $L = 3 \text{ }\mu\text{m}$  ( $L$  lunghezza del Gate),  $\mu_n = 0.08 \text{ m}^2/\text{Vs}$ , è presente una sottodiffusione dei pozzetti di Drain e di Source di  $500 \text{ nm}$  sotto il Gate (vedi figura).



1) Per  $V_{GS} = 5 \text{ V}$  e per piccoli valori di  $V_{DS}$  è stata misurata una resistenza di canale pari a  $R = 200 \text{ }\Omega$ .

Determinare la carica parassita all'interfaccia ossido-silicio. [3]

2) Viene applicata una  $V_{DS} = 5 \text{ V}$  ( $V_{GS} = 5 \text{ V}$ ). Determinare la lunghezza effettiva di canale, il punto di riposo e i parametri dinamici (circuito equivalente per le variazioni) del transistor. [4]

3) Sapendo che il campo elettrico di break-down è pari a  $2 \times 10^7 \text{ V/m}$ , determinare la massima tensione  $V_{DS}$  applicabile al dispositivo. [3]

### ESERCIZIO 3

Si consideri un transistor  $n^+pn$  con  $N_{Abase} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_{Dcollettore} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $\tau_n = 10^{-6} \text{ s}$ ,  $W_{met} = 3 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $S = 1 \text{ mm}^2$ .

1) Per  $I_B = 0$  determinare  $V_{BE}$  e  $I_C$  (molto piccola) per  $V_{CE} = 5 \text{ V}$  e  $V_{CB} = 8 \text{ V}$ . [4]

2) Per  $I_B = 20 \text{ }\mu\text{A}$  e  $V_{CB} = 5 \text{ V}$  determinare le tensioni e le correnti ai terminali. [3]

3) Determinare la resistenza differenziale collettore-emettitore  $\frac{\Delta V_{CE}}{\Delta I_C}$ , per  $I_B = 20 \text{ }\mu\text{A}$ . SUGGERIMENTO: calcolare  $I_C$  e la tensione  $V_{CE}$  per  $V_{CB} = 8 \text{ V}$ . [3]

### ESERCIZIO 1

Un diodo  $pn$  è realizzato con  $N_A = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\mu_p = 0.04 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $\tau_p = \tau_n = 10^{-6} \text{ s}$ . Le basi sono rispettivamente  $W_p = 3 \text{ }\mu\text{m}$  e  $W_n = 25 \text{ }\mu\text{m}$ , ed  $S = 1 \text{ mm}^2$ . Il diodo è polarizzato con  $V = 0.5 \text{ V}$ .

1) Determinare il profilo dell'eccesso di portatori minoritari nella base  $n$ , verificando l'ipotesi di bassa iniezione. [3]

2) Determinare la corrente nel diodo, calcolando il contributo dovuto all'iniezione di lacune usando la derivata del profilo di portatori minoritari.[3]

3) Il diodo è realizzato con un semiconduttore simile al silicio (stesso GAP e stessa  $n_i$ ), ma a gap diretto (ipotesi ai fini dell'esercizio). L'efficienza di emissione ottica, in caso di ricombinazione di coppie elettrone-lacuna, è pari al 10%.

Determinare la potenza ottica emessa dal diodo. [4]

### SOLUZIONE 1

1) Calcoliamo i vari parametri:

$$\begin{aligned}D_p &= \frac{kT}{q} \mu_p = 1.034 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s} \\L_p &= \sqrt{D_p \tau_p} = 32.15 \text{ }\mu\text{m} \\D_n &= \frac{kT}{q} \mu_n = 2.585 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s} \\L_n &= \sqrt{D_n \tau_n} = 50.84 \text{ }\mu\text{m} \\V_0 &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = 0.675 \text{ V}\end{aligned}$$

Quindi la base  $p$  è corta, mentre la base  $n$  è generica. Per il profilo dell'eccesso di portatori in  $n$  bisogna risolvere l'equazione di continuità, la cui soluzione generale è:

$$\delta p(x) = A e^{\frac{x}{L_p}} + B e^{-\frac{x}{L_p}} \quad (1)$$

con condizioni al contorno  $\delta p(0) = n_i^2/N_D e^{\frac{V}{V_T}}$  all'estremo della regione di svuotamento e  $\delta p(W_n) = 0$  sul contatto:

$$A + B = \frac{n_i^2}{N_D} e^{\frac{V}{V_T}} = 5.6 \times 10^{18} \text{ m}^{-3}$$

$$Ae^{\frac{25}{32.15}} + Be^{-\frac{25}{32.15}} = 0$$

La bassa iniezione è verificata,  $5.6 \times 10^{18} \ll 10^{22}$ . Risolvendo il sistema avremo:

$$\begin{aligned} A &= -1.5 \times 10^{18} \text{ m}^{-3} \\ B &= 7.1 \times 10^{18} \text{ m}^{-3} \\ \delta p(x) &= -1.5 \times 10^{18} e^{\frac{25}{32.15}} + 7.1 \times 10^{18} e^{-\frac{25}{32.15}} \end{aligned}$$

2) La corrente è dovuta a due contributi. La corrente dovuta all'iniezione di lacune  $I_p$  nella parte  $n$  può essere calcolata come derivata del profilo in 0:

$$\begin{aligned} I_p &= -qSD_p \frac{\partial \delta p(x)}{\partial x} \Big|_0 \\ I_p &= -qS \frac{D_p}{L_p} (A - B) = 44.3 \text{ } \mu\text{A} \end{aligned}$$

A questa basta aggiungere il contributo dovuto agli elettroni iniettati nella parte  $p$ , che è corta:

$$I = qS \frac{D_n}{W_p} \frac{n_i^2}{N_A} \left( e^{\frac{V}{V_T}} \right) + I_p = 1.606 \text{ } \mu\text{A} \quad (2)$$

3) Bisogna calcolare il contributo alla corrente legato alla ricombinazione nelle basi. Trascuriamo la ricombinazione nella base  $p$ . Per calcolare la ricombinazione nella base  $n$  o calcoliamo la carica  $Q$  integrando il profilo, o facciamo la differenza tra le correnti di diffusione in 0 (corrente totale dovuta all'iniezione in  $n$ ) e in  $W_n$  (corrente dovuta alle lacune che arrivano sul contatto). Seguiamo questa seconda strada:

$$\begin{aligned} I_p(W_n) &= -qSD_p \frac{\partial \delta p(x)}{\partial x} \Big|_{W_n} \\ I_p &= -qS \frac{D_p}{L_p} \left( Ae^{\frac{25}{32.15}} - Be^{-\frac{25}{32.15}} \right) = 33.6 \text{ } \mu\text{A} \end{aligned}$$

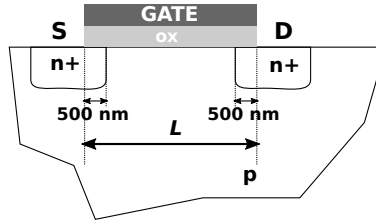
Quindi la corrente dovuta alla ricombinazione di lacune risulta pari a  $I_{ric} = 10.7 \text{ } \mu\text{A}$ . Per determinare la potenza ottica basta dividere la corrente per  $q$

(n. di coppie che si ricombinano al secondo), e moltiplicare per l'efficienza (0.1) e per l'energia emessa, che è pari all'energia del gap ( $E_G$  in eV):

$$P_{emessa} = \frac{I_{ric}}{q} 0.1 qE_g = 1.2 \mu(W) \quad (3)$$

## ESERCIZIO 2

In un transistor  $n$ -MOS polysilicon gate, con  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $t_{ox} = 10 \text{ nm}$ ,  $W = 10 \mu\text{m}$ ,  $L = 3 \mu\text{m}$  ( $L$  lunghezza del Gate),  $\mu_n = 0.08 \text{ m}^2/\text{Vs}$ , è presente una sottodiffusione dei pozzetti di Drain e di Source di  $500 \text{ nm}$  sotto il Gate (vedi figura).



1) Per  $V_{GS} = 5 \text{ V}$  e per piccoli valori di  $V_{DS}$  è stata misurata una resistenza di canale pari a  $R = 200 \Omega$ .

Determinare la carica parassita all'interfaccia ossido-silicio. [3]

2) Viene applicata una  $V_{DS} = 5 \text{ V}$  ( $V_{GS} = 5 \text{ V}$ ). Determinare la lunghezza effettiva di canale, il punto di riposo e i parametri dinamici (circuito equivalente per le variazioni) del transistor. [4]

3) Sapendo che il campo elettrico di break-down è pari a  $2 \times 10^7 \text{ V/m}$ , determinare la massima tensione  $V_{DS}$  applicabile al dispositivo. [3]

## SOLUZIONE 2

1) La resistenza di canale per piccoli valori di  $V_{DS}$  (zona lineare) è data da:

$$R_{can} = \frac{1}{\mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{TH})} \quad (4)$$

dove  $L$  è la distanza effettiva tra i pozzetti, pari a  $3 - 0.5 - 0.5 = 2 \mu\text{m}$ . Avremo dunque:

$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 3.453 \times 10^{-3} \text{ F/m}^2$$

$$V_{GS} - V_{TH} = \frac{1}{\mu_n C_{ox} \frac{W}{L} R_{can}} = 3.63 \text{ V}$$

$$V_{TH} = 1.38 \text{ V}$$

Quindi:

$$\psi_B = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.347 \text{ V}$$

$$\Phi_{MS} = -\frac{E_G}{2q} - \psi_B = -0.887$$

$$V_{TH} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}}$$

$$\frac{Q_{ox}}{C_{ox}} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} - V_{TH} = -1.43 \text{ V}$$

$$Q_{ox} = -4.94 \times 10^{-3} \text{ C/m}^2$$

Negativa, quindi costituita da elettroni.

2) Il canale, prima dello strozzamento, è lungo  $2 \mu\text{m}$ . Per  $V_{DS} = 5 \text{ V}$ , il punto di strozzamento  $P$  arretra rispetto al Drain:

$$V_{DP} = V_{DS} - V_{DS sat} = V_{DS} - (V_{GS} - V_{TH}) = 1.37 \text{ V}$$

$$W_{DP} = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A} (V_{0Dbulk} + V_{DP})}$$

$$V_{0Dbulk} = \frac{E_g}{2q} + \psi_B = 0.887 \text{ V}$$

$$W_{DP} = 0.55 \mu\text{m}$$

$$L_{eff} = 2 - 0.55 = 1.45 \mu\text{m}$$

$$I_{DS} = \frac{\mu_n C_{ox} W}{2 L_{eff}} (V_{GS} - V_{TH})^2 = 12.5 \text{ mA}$$

Per quanto riguarda i parametri dinamici:

$$g_m = \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{GS}} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L_{eff}} (V_{GS} - V_{TH}) = 6.91 \times 10^{-3}$$

$$C_{GS} = \frac{2}{3} C_{ox} W L_{eff} = 33.3 \text{ pF}$$

Discorso a parte per la  $C_{GD}$ , che deve essere calcolata considerando la sottodiffusione di 500 nm, larga 10  $\mu\text{m}$  ( $W$ ):

$$C_{GD} = \epsilon_{ox} \frac{W \times 0.500 \mu\text{m}}{t_{ox}} = 1.72 \times 10^{-14} \text{ F} \quad (5)$$

Manca solo la resistenza differenziale Drain-Source  $r_d$ . Calcoliamo la  $I_{DS}$  alla saturazione ( $V_{DS} = V_{GS} - V_{TH}$ ,  $L_{eff} = L = 2 \mu\text{m}$ ):

$$I_{DS} = \frac{\mu_n C_{ox} W}{2 L} (V_{GS} - V_{TH})^2 = 9.1 \text{ mA}$$

$$r_d \approx \frac{5 - 3.63}{12.5\text{m} - 9.1\text{m}} = 403 \text{ } \Omega$$

3) Considerando la regione di svuotamento  $x_p$  Drain-Substrato  $n^+ p$ :

$$\mathcal{E}_{max} = \frac{qN_A}{\epsilon_s} x_p = \mathcal{E}_{BD}$$

$$x_p = \mathcal{E}_{BD} \frac{1}{\frac{qN_A}{\epsilon_s}} = 1.31 \text{ } \mu\text{m}$$

$$x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A} V_{DS \text{ BD}}}$$

$$V_{DS \text{ BD}} = \frac{x_p^2 qN_A}{2\epsilon_s} = 13.15 \text{ V}$$

### ESERCIZIO 3

Si consideri un transistor  $n^+pn$  con  $N_{Abase} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_{Dcollettore} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $\tau_n = 10^{-6} \text{ s}$ ,  $W_{met} = 3 \mu\text{m}$ ,  $S=1 \text{ mm}^2$ .

1) Per  $I_B = 0$  determinare  $V_{BE}$  e  $I_C$  (molto piccola) per  $V_{CE} = 5 \text{ V}$  e  $V_{CE} = 8 \text{ V}$ . [4]

2) Per  $I_B = 20 \mu\text{A}$  e  $V_{CB} = 5 \text{ V}$  determinare le tensioni e le correnti ai terminali. [3]

3) Determinare la resistenza differenziale collettore-emettitore  $\frac{\Delta V_{CE}}{\Delta I_C}$ , per  $I_B = 20 \mu\text{A}$ . SUGGERIMENTO: calcolare  $I_C$  e la tensione  $V_{CE}$  per  $V_{CB} = 8 \text{ V}$ . [3]

### SOLUZIONE 3

1) Se  $I_B = 0$ , la carica in base  $Q_B = 0$ . Da ciò si ricava, da considerazioni fatte a lezione,

$$V_{BE} = V_T \ln 2 = 0.018 \text{ V} \quad (6)$$

indipendentemente dalla  $V_{CE}$ . Avremo anche che  $n(0) = 2n_0$  e  $n(W) = 0$ . Quindi la  $I_C$  si può calcolare come derivata del profilo:

$$I_C = qSD_n \frac{\partial n(x)}{\partial x} \Big|_{x=W} = qSD_n \frac{2n_0}{W} \quad (7)$$

Quindi la corrente dipende da  $W$ , la lunghezza effettiva della base, che cambia in base a  $V_{CB} \simeq V_{CE}$  (dato che  $V_{BE}$  è piccola). Avremo quindi:

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n = 2.585 \times 10^{-3}$$

$$n_0 = \frac{n_i^2}{N_D} = 2.25 \times 10^{10} \text{ m}^{-3}$$

$$V_{0BC} = V_T \ln \frac{N_{Abase} N_{Dcollettore}}{n_i^2} = 0.693$$

$$x_{BC}(5 \text{ V}) = \frac{W_{BC}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left( \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) (V_{0BC} + 5)} = 0.61 \text{ } \mu\text{m}$$

$$W(5 \text{ V}) = 3 - 0.61 = 2.39 \text{ } \mu\text{m}$$

$$I_C(5 \text{ V}) = 7.8 \text{ pA}$$

$$x_{BC}(8 \text{ V}) = \frac{W_{BC}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left( \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) (V_{0BC} + 5)} = 0.76 \text{ } \mu\text{m}$$

$$W(8 \text{ V}) = 3 - 0.76 = 2.24 \text{ } \mu\text{m}$$

$$I_C(8 \text{ V}) = 8.3 \text{ pA}$$

2) Calcoliamo la regione di svuotamento base-collettore (facendo riferimento ai conti precedenti), e trascuriamo la regione di svuotamento della giunzione base-emettitore polarizzata in diretta:

$$x_{BC}(5 \text{ V}) = 0.61 \text{ } \mu\text{m}$$

$$W(5 \text{ V}) = 3 - 0.61 = 2.39 \text{ } \mu\text{m}$$

Abbiamo:

$$I_B = \frac{Q_B}{\tau_n} = qS\delta n(0)W \frac{1}{2\tau_n}$$



$$\begin{aligned}
\delta n(0) &= \frac{2I_B\tau_n}{qSW} = 1 \times 10^{20} \text{ m}^{-3} \\
\delta n(0) &= \frac{n_i^2}{N_A} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \\
V_{BE} &= V_T \ln \frac{N_A \delta n(0)}{n_i^2} = 0.57 \text{ V} \\
V_{CE} &= 5.57 \text{ V} \\
\tau_t &= \frac{W^2}{2D_n} = 1.1 \text{ ns} \\
I_C &= I_B \frac{\tau_n}{\tau_t} = 18.1 \text{ mA}
\end{aligned}$$

Da cui calcolare  $I_C$

3) Possiamo fare riferimento ai conti del punto 1 per calcolare  $I_C$  con  $V_{CB} = 8 \text{ V}$ .

$$\begin{aligned}
x_{BC}(8 \text{ V}) &= 0.76 \text{ } \mu\text{m} \\
W(8 \text{ V}) &= 3 - 0.76 = 2.24 \text{ } \mu\text{m} \\
\tau_t &= \frac{W^2}{2D_n} = 0.97 \text{ ns} \\
I_C &= I_B \frac{\tau_n}{\tau_t} = 20.6 \text{ mA} \\
\delta n(0) &= \frac{2I_B\tau_n}{qSW} = 1.14 \times 10^{20} \text{ m}^{-3} \\
\delta n(0) &= \frac{n_i^2}{N_A} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \\
V_{BE} &= V_T \ln \frac{N_A \delta n(0)}{n_i^2} = 0.58 \text{ V} \\
V_{CE} &= 8.58 \text{ V} \\
r_d &= \frac{\Delta V_{CE}}{\Delta I_C} = 1204 \text{ } \Omega
\end{aligned}$$