

PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 6 Giugno 2022

ESERCIZIO 1 Un diodo LED (Light Emitting Diode) p^+n , con $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_p = 0.04 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\tau_p = 10^{-6} \text{ s}$, è realizzato con un semiconduttore simile al silicio (stesso GAP e stessa n_i), ma a gap diretto (ipotesi ai fini dell'esercizio). L'efficienza di emissione ottica, in caso di ricombinazione di coppie elettrone-lacuna, è pari al 20%. Il LED emette ad una lunghezza d'onda pari a $1.1 \mu\text{m}$ (infrarosso), un fotone per ogni coppia. Il diodo è polarizzato con $V = 0.6 \text{ V}$.

- 1) Determinare la densità di corrente totale e il campo elettrico per $x = 500 \mu\text{m}$. [3]
- 2) Il diodo LED deve emettere una potenza ottica pari a 1.5 mW . Determinare la superficie del diodo. (SUGGERIMENTO: determinare il numero di coppie elettroni-lacune che si ricombinano al secondo, per unità di superficie). [5]
- 3) Determinare la resistenza e la capacità differenziale del diodo dovuta all'iniezione di portatori minoritari. [2]

ESERCIZIO 2

Un transistor n -MOS è realizzato con un condensatore MOS ideale, $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $t_{ox} = 30 \text{ nm}$, $W/L = 10$, $L = 5 \mu\text{m}$. L'area del contatto Drain-substrato è pari a $100 \mu\text{m}^2$, $\mu_n = 0.08$ sia nel canale che nel bulk, $\tau_n = 1 \mu\text{s}$.

Viene applicata una tensione $V_{DS} = 0.8 \text{ V}$ (si assuma il regime lineare).

- 1) Per $V_{GS} = 0 \text{ V}$ determinare la I_{DS} , che è molto piccola ma è diversa da 0. Determinare inoltre la concentrazione di elettroni n_s ($n(x=0)$) all'interfaccia silicio-ossido. [2]
- 2) Si applica una $V_{GS} = 2/3V_{TH}$. Determinare la caduta di tensione nel silicio (si consideri costante con y) e la concentrazione di elettroni all'interfaccia silicio-ossido n_s . [4]
- 3) Si consideri un andamento della concentrazione di elettroni nel canale $n(x) = n_s e^{-\frac{x}{a}}$, con $a = 1 \mu\text{m}$. Determinare la carica mobile Q_n (è molto piccola) e la corrente I_{DS} parassita. [4]

NOTA: l'esercizio chiede di dare una stima delle correnti sotto-soglia ($V_{GS} < V_{TH}$), che sono molto piccole ma diverse da 0. Ai fini dell'esercizio, la trattazione (comunque concettualmente valida) è stata semplificata per

renderla affrontabile con le conoscenze acquisite durante il corso.

ESERCIZIO 3

Un transistor n^+pn con $N_{Abase} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $N_{Dcollettore} = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\mu_p = 0.04 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6} \text{ s}$, $W_{met} = 3 \text{ }\mu\text{m}$, $S=1 \text{ mm}^2$, è polarizzato con $V_{BE} = 0.6 \text{ V}$ e $V_{CE} = 0.5 \text{ V}$ (entrambe positive).

- 1) Determinare il diagramma dell'eccesso di portatori minoritari nella base (eseguire un grafico quotato). [3]
- 2) Determinare la corrente di base. [4]
- 3) Considerando l'approssimazione lineare per il profilo dell'eccesso dei portatori, determinare la corrente di emettitore e di collettore. [3]

ESERCIZIO 1 Un diodo LED (Light Emitting Diode) p^+n , con $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_p = 0.04 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\tau_p = 10^{-6} \text{ s}$, è realizzato con un semiconduttore simile al silicio (stesso GAP e stessa n_i), ma a gap diretto (ipotesi ai fini dell'esercizio). L'efficienza di emissione ottica, in caso di ricombinazione di coppie elettrone-lacuna, è pari al 20%. Il LED emette ad una lunghezza d'onda pari a $1.1 \mu\text{m}$ (infrarosso), un fotone per ogni coppia. Il diodo è polarizzato con $V = 0.6 \text{ V}$.

1) Determinare la densità di corrente totale e il campo elettrico per $x = 500 \mu\text{m}$. [3]

2) Il diodo LED deve emettere una potenza ottica pari a 1.5 mW . Determinare la superficie del diodo. (SUGGERIMENTO: determinare il numero di coppie elettroni-lacune che si ricombinano al secondo, per unità di superficie). [5]

3) Determinare la resistenza e la capacità differenziale del diodo dovuta all'iniezione di portatori minoritari. [2]

SOLUZIONE 1

1) Calcoliamo la densità di corrente:

$$D_p = \frac{kT}{q} \mu_p = 1.034 \times 10^3 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p} = 32.15 \mu\text{m}$$

$$J = q \frac{D_p}{L_p} \frac{n_i^2}{N_D} e^{\frac{V}{V_i}} = 1395 \text{ A/m}^2$$

Per $x = 500 \mu\text{m}$ le lacune sono tutte ricombinate, poiché $500 \mu\text{m}$ è maggiore di 10 volte L_p . Quindi la corrente è tutta di trascinamento degli elettroni. Avremo:

$$J = q \mu_n n \mathcal{E} = q \mu_n N_D \mathcal{E}$$

$$\mathcal{E} = \frac{J}{q \mu_n N_D} = 8.7 \text{ V/m}$$

2) Una lunghezza d'onda di $1.1 \mu\text{m}$ corrisponde ad una energia pari a 1.12 eV (il GAP del semiconduttore). Il diodo è a base lunga, quindi tutte le lacune iniettate si ricombinano con un elettrone nella parte n . Questo significa che si ricombinano J/q coppie elettroni-lacune al secondo, di cui $0.2J/q$ emettono

un fotone. Quindi la potenza ottica emessa da una superficie S è pari a (E_{fot} in eV):

$$P_{ottica} = qE_{fot} \frac{J}{q} 0.2 S \quad (1)$$

Poiché la potenza ottica deve essere pari a 1.5 mW avremo:

$$S = \frac{P_{ottica}}{0.2E_{fot}J} = 4.88 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \simeq 5 \text{ mm}^2 \quad (2)$$

3) Calcoliamo la corrente totale (considerando una superficie di 5 mm²):

$$I = JS = 7 \text{ mA} \quad (3)$$

Calcoliamo la resistenza e la capacità differenziale dovuta alla diffusione:

$$r_d = \frac{V_T}{I} = 3.7 \text{ } \Omega$$

$$C_{diffusione} = \frac{\tau_p}{r_d} = 270 \text{ nF}$$

Per la capacità differenziale dovuta allo svuotamento:

$$V_0 = V_t \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = 0.871$$

$$W = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_D} (V_0 - V)} = 0.189 \text{ } \mu\text{m}$$

$$C_W = S \frac{\epsilon_s}{W} = 2.79 \text{ nF}$$

ESERCIZIO 2

Un transistore n -MOS è realizzato con un condensatore MOS ideale, $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $t_{ox} = 30 \text{ nm}$, $W/L = 10$, $L = 5 \text{ } \mu\text{m}$. L'area del contatto Drain-substrato è pari a $100 \text{ } \mu\text{m}^2$, $\mu_n = 0.08$ sia nel canale che nel bulk, $\tau_n = 1 \text{ } \mu\text{s}$.

Viene applicata una tensione $V_{DS} = 0.8 \text{ V}$ (si assuma il regime lineare).

1) Per $V_{GS} = 0 \text{ V}$ determinare la I_{DS} , che è molto piccola ma è diversa da 0. Determinare inoltre la concentrazione di elettroni n_s ($n(x = 0)$) all'interfaccia silicio-ossido. [2]

2) Si applica una $V_{GS} = 2/3V_{TH}$. Determinare la caduta di tensione nel silicio (si consideri costante con y) e la concentrazione di elettroni all'interfaccia silicio-ossido n_s . [4]

3) Si consideri un andamento della concentrazione di elettroni nel canale $n(x) = n_s e^{-\frac{x}{a}}$, con $a = 1 \mu\text{m}$. Determinare la carica mobile Q_n (è molto piccola) e la corrente I_{DS} parassita. [4]

NOTA: l'esercizio chiede di dare una stima delle correnti sotto-soglia ($V_{GS} < V_{TH}$), che sono molto piccole ma diverse da 0. Ai fini dell'esercizio, la trattazione (comunque concettualmente valida) è stata semplificata per renderla affrontabile con le conoscenze acquisite durante il corso.

SOLUZIONE 2

1) La piccola corrente I_{DS} per $V_{GS} = 0$ è data dalla corrente di saturazione inversa della giunzione pn^+ Drain-substrato, polarizzata con $V_{DS} = 0.5 \text{ V}$ ($N_D = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$):

$$\begin{aligned}\psi_B &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.347 \text{ V} \\ V_0 &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_D N_A}{n_i^2} = \frac{E_g}{2q} + \psi_B = 0.87 \text{ V} \\ D_n &= \frac{kT}{q} \mu_n = 2.068 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s} \\ L_n &= \sqrt{D_n \tau_n} = 45.47 \mu\text{m}\end{aligned}$$

Quindi la lunghezza di diffusione tra drain e source è più piccola della loro distanza (cioè della lunghezza del canale). La corrente di saturazione inversa si può calcolare come quella di un diodo a base corta, assumendo il canale meno le regioni di svuotamento (lunghezza effettiva della base).

$$\begin{aligned}W_{DBulk} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A} (V_0 + V_{DS})} = 0.46 \mu\text{m} \\ W_{SBulk} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A} V_0} = 0.34 \mu\text{m} \\ I_{DS} &= qS \frac{D_n}{L - W_{DBulk} - W_{SBulk}} \frac{n_i^2}{N_A} = 1.77 \times 10^{-16} \text{ A}\end{aligned}$$

Essendo il condensatore MOS ideale, per $V_{GS} = 0$ siamo in condizioni di bande piatte. Quindi la concentrazione di elettroni è costante, e avremo $n_s = n_0 = n_i^2/N_A = 2.25 \times 10^{10} \text{ m}^{-3}$.

2) Calcoliamo la tensione di soglia del condensatore MOS:

$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.15 \times 10^{-3} \text{ F/m}^2$$

$$V_{TH} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A} 2\psi_B}{C_{ox}} + 2\psi_B = 1.11 \text{ V}$$

Quindi il transistor è polarizzato con $V_{GS} = 2/3V_{TH} = 0.74 \text{ V}$. Avremo dunque, assumendo trascurabile la carica mobile, come usuale (V_S è la caduta di tensione nel silicio, tra superficie e bulk):

$$V_{GS} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A} V_S}{C_{ox}} + V_S$$

$$\frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A}}{C_{ox}} \sqrt{V_S} = V_{GS} - V_S$$

$$0.505\sqrt{V_S} = 0.74 - V_S$$

Questa equazione ammette come soluzione $V_S = 0.415$ e $V_S = 1.32$. La seconda è sicuramente da scartare, perché maggiore della V_{GS} .

La concentrazione di elettroni all'interfaccia è pari a:

$$n_s = n(x=0) = n_0 e^{\frac{V_S}{V_T}} = \frac{n_i^2}{N_A} e^{\frac{V_S}{V_T}} = 2.1 \times 10^{17} \text{ m}^{-3} \quad (4)$$

3) La carica mobile totale si ottiene integrando in direzione x . In valore assoluto avremo:

$$Q_n = q \int_0^\infty n_s e^{-\frac{x}{a}}$$

$$Q_n = q n_s \left(-a e^{-\frac{x}{a}} \Big|_0^\infty \right) = q a n_s = 3.36 \times 10^{-8} \text{ /m}^2$$

(6)

Come ci si aspettava, è molto piccola. Per il calcolo della corrente, ricordando la formula per la I_{DS} in zona lineare dove Q_n è approssimata con $C_{ox}(V_{GS} - V_{TH})$:

$$\begin{aligned} I_{DS} &= \mu_n \frac{W}{L} C_{ox} (V_{GS} - V_{TG}) V_{DS} \\ Q_n &= C_{ox} (V_{GS} - V_{TG}) \\ I_{DS} &= \mu_n \frac{W}{L} Q_n V_{DS} \end{aligned}$$

Nel nostro caso, la Q_n è quella parassita sotto-soglia, in genere trascurabile:

$$I_{DS} = \mu_n \frac{W}{L} Q_n V_{DS} = 21.5 \text{ nA} \quad (7)$$

ESERCIZIO 3

Un transistor n^+pn con $N_{Abase} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $N_{Dcollettore} = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\mu_p = 0.04 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6} \text{ s}$, $W_{met} = 3 \text{ }\mu\text{m}$, $S=1 \text{ mm}^2$, è polarizzato con $V_{BE} = 0.6 \text{ V}$ e $V_{CE} = 0.5 \text{ V}$ (entrambe positive).

- 1) Determinare il diagramma dell'eccesso di portatori minoritari nella base (eseguire un grafico quotato). [3]
- 2) Determinare la corrente di base. [4]
- 3) Considerando l'approssimazione lineare per il profilo dell'eccesso dei portatori, determinare la corrente di emettitore e di collettore. [3]

SOLUZIONE 3

- 1) Per completezza, calcoliamo le regioni di svuotamento, anche se le giunzioni sono polarizzate in diretta:

$$\begin{aligned} V_{0BE} &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_{AB} N_{DE}}{n_i^2} = 0.872 \text{ V} \\ W_{BE} &= x_{BE} = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_{AB}}} (V_{0BE} - V_{BE}) = 0.19 \text{ }\mu\text{m} \\ V_{0BC} &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_{AB} N_{DC}}{n_i^2} = 0.675 \text{ V} \\ W_{BC} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left(\frac{1}{N_{AB}} + \frac{1}{N_{DC}} \right)} (V_{0BE} - V_{BE}) = 0.329 \text{ }\mu\text{m} \end{aligned}$$

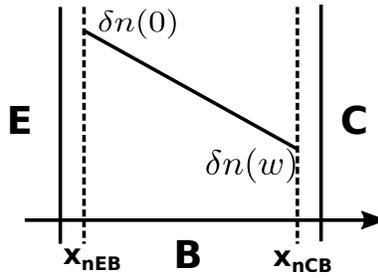
$$x_{BC} = W_{BC} \frac{N_{DC}}{N_{AB} + N_{DC}} = 0.109 \text{ } \mu\text{m}$$

$$W_{eff} = W = W_{met} - x_{BE} - x_{BC} = 2.7 \text{ } \mu\text{m}$$

Per il profilo dell'eccesso, calcoliamo gli eccessi agli estremi della regione di svuotamento base-emettitore e base-collettore ($V_{BC} = V_{BE} - V_{CE} = 0.1 \text{ V}$):

$$\delta n(0) = \frac{n_i^2}{N_{AB}} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) = 2.71 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$$

$$\delta n(W) = \frac{n_i^2}{N_{AB}} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right) = 1.07 \times 10^{12} \text{ m}^{-3}$$



2) La corrente di base sarà data da due contributi: la carica immagazzinata in base Q/τ_n e l'iniezione di lacune verso il collettore, che possiamo assumere lungo. Per quanto riguarda Q , il profilo è trapezoidale (vedi punto precedente), quindi avremo:

$$Q = qS \frac{\delta n(0) + \delta n(W)}{2} W = 5.83 \times 10^{-11} \text{ C}$$

$$\frac{Q}{\tau_n} = 58.3 \text{ } \mu\text{A}$$

Questa corrente è costituita da lacune che entrano nella base per rimpiazzare quelle che si ricombinano con gli elettroni iniettati dall'emettitore, quindi è entrante. L'iniezione di lacune verso il collettore si calcola con la formula del diodo a base lunga:

$$I_B = \frac{Q}{\tau_n} + qS \frac{D_p}{L_p} \frac{n_i^2}{N_{DC}} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)$$

$$D_p = \frac{kT}{q} \mu_p = 1.034 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p} = 32.15 \text{ } \mu\text{m}$$

$$I_B = 58 \text{ } \mu\text{A}$$

Anche questa è entrante.

3) La corrente di emettitore, assumendo lineare il profilo di portatori minoritari in base (non c'è iniezione da base a emettitore), si può calcolare come:

$$I_E = qSD_n \frac{\partial \delta n(x)}{\partial x} \Big|_{x=0}$$

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n = 2.585 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$I_E = -qSD_n \frac{\delta n(0) - \delta n(W)}{W} = 40.7 \text{ mA}$$

I_E è uscente, mentre la I_B è entrante. Avremo dunque che la I_C è entrante e, in valore assoluto:

$$I_C = I_E - I_B \approx 40 \text{ mA} \quad (8)$$

Il transistor è in saturazione, ma l'iniezione dell'emettitore domina il comportamento del transistor stesso.