

PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 28 Gennaio 2020

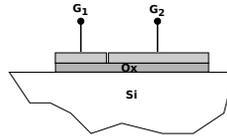
ESERCIZIO 1

Un transistor n^+pn è caratterizzato da: $N_{Abase} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $N_{Dcollettore} = 5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $\tau_n = 10^{-6} \text{ s}$, $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\mu_p = 0.05 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $W = 4 \text{ }\mu\text{m}$, $W_{coll} = 4 \text{ }\mu\text{m}$, $S = 1 \text{ mm}^2$. Il transistor è polarizzato con $V_{BE} = 0.1 \text{ V}$, $V_{CB} = 5 \text{ V}$. ATTENZIONE: da notare la bassa tensione di polarizzazione V_{BE} .

- 1) Determinare le correnti I_{ES} e I_{CS} . [3]
- 2) Determinare le correnti ai terminali, e il rapporto $\frac{I_C}{I_B}$, confrontandolo con α_F . [4]
- 3) Determinare la massima tensione V_{CB} applicabile. [2]

ESERCIZIO 2

In figura sono rappresentati due condensatori n -MOS contigui (ideali, $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $t_{ox} = 30 \text{ nm}$), $W1 \times L1 = 10 \times 10 \text{ }\mu\text{m}^2$, $W2 \times L2 = 10 \times 20 \text{ }\mu\text{m}^2$. Per $t < 0$ sono polarizzati con $V_{GS1} = 5 \text{ V}$, $V_{GS2} = 0 \text{ V}$. A $t = 0$ le due tensioni si scambiano: $V_{GS1} = 0 \text{ V}$, $V_{GS2} = 5 \text{ V}$.



- 1) Per $t < 0$ calcolare la caduta di tensione nel silicio e la carica fissa e mobile per i due condensatori MOS. [3]
- 2) Per $t = 0^+$ calcolare le due cadute di tensione nel silicio e la carica fissa e mobile per i due condensatori MOS (NOTA: le due aree sono diverse). [5]
- 3) Per $t \rightarrow \infty$ calcolare le due cadute di tensione nel silicio e la carica fissa e mobile per i due condensatori MOS. [2]

ESERCIZIO 3

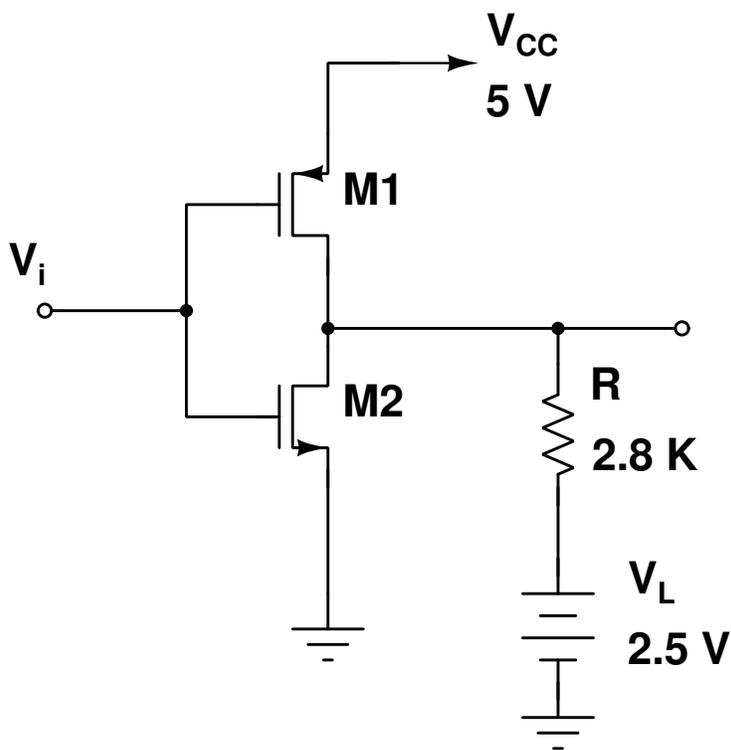
Nel circuito in figura i transistori sono polysilicon gate, con $N_D = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_p = 0.03 \text{ m}^2/\text{Vs}$ (p -MOS), $N_A = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_n = 0.09 \text{ m}^2/\text{Vs}$ (n -

MOS). Per entrambi la concentrazione di ioni sodio (impurezze) all'interfaccia ossido-silicio è pari a 10^{11} cm^{-2} .

1) Determinare t_{oxn} e t_{oxp} in maniera tale che entrambi i transistori abbiano una $V_{TH} = 1 \text{ V}$ in valore assoluto (negativa per il p -MOS). [4]

2) Determinare W_1/L_1 affinché la tensione di uscita sia maggiore o uguale a 4.8 V per $V_i = 0 \text{ V}$, e W_2/L_2 affinché la tensione di uscita sia minore o uguale a 0.2 V per $V_i = 5 \text{ V}$. [3]

3) Per $V_i = 2.5 \text{ V}$ determinare la condizione di polarizzazione dei transistori, nonché la tensione di uscita. [3]



ESERCIZIO 1 Un transistoro n^+pn è caratterizzato da: $N_{Abase} = 10^{16}$ cm^{-3} , $N_{Dcollettore} = 5 \times 10^{14}$ cm^{-3} , $\tau_n = 10^{-6}$ s, $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs , $\mu_p = 0.05$ m^2/Vs , $W = 4$ μm , $W_{coll} = 4$ μm , $S = 1$ mm^2 . Il transistoro è polarizzato con $V_{BE} = 0.1$ V, $V_{CB} = 5$ V. ATTENZIONE: nota la bassa tensione di polarizzazione V_{BE} .

- 1) Determinare le correnti I_{ES} e I_{CS} . [3]
- 2) Determinare le correnti ai terminali, e il rapporto $\frac{I_C}{I_B}$, confrontandolo con α_F (si consiglia di usare le equazioni di Ebers-Moll). [4]
- 3) Determinare la massima tensione V_{CB} applicabile. [2]

SOLUZIONE 1

1) Abbiamo:

$$\begin{aligned}
 I_{ES} &= I_{Sn} = qS \frac{D_n}{W_{eff}} \frac{n_i^2}{N_{Ab}} \\
 I_{CS} &= I_{Sn} + qS \frac{D_p}{W_C} \frac{n_i^2}{N_{Dc}} \\
 D_n &= \frac{kT}{q} \mu_n = 2.585 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s} \\
 D_p &= \frac{kT}{q} \mu_p = 1.292 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s} \\
 V_{0BC} &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_{Ab} N_{Dc}}{n_i^2} = 0.616 \text{ v} \\
 W_{BC} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left(\frac{1}{N_{Ab}} + \frac{1}{N_{Dc}} \right) (V_{0BC} + V_{CB})} = 3.94 \text{ } \mu\text{m} \\
 x_B &= W_{BC} \frac{N_{Dc}}{N_{Ab} + N_{Dc}} = 0.187 \text{ } \mu\text{m} \\
 x_C &= W_{BC} \frac{N_{Ab}}{N_{Ab} + N_{Dc}} = 3.75 \text{ } \mu\text{m} \\
 W_{eff} &= W - 0.187 = 3.813 \text{ } \mu\text{m} \\
 W_C &= 4 - 3.75 = 0.25 \text{ } \mu\text{m} \\
 I_{ES} &= I_{Sn} = 2.44 \text{ pA} \\
 I_{CS} &= 375 \text{ pA}
 \end{aligned}$$

Da notare che $I_{CS} \gg I_{ES}$, in quanto il collettore è corto ed è quasi completamente svuotato.

2) Da notare che I_{CS} può non essere trascurabile. Calcoliamo $\alpha_F = \alpha_T$ e α_R :

$$\begin{aligned}\alpha_F = \alpha_T &= \frac{1}{1 + \frac{W_{eff}^2}{2L_n}} \\ L_n &= \sqrt{D_n \tau_n} = 50.84 \text{ } \mu\text{A} \\ \alpha_T &= 0.99719 \\ \alpha_R &= \gamma_c \alpha_T = I_S n_{over} I_{CS} = 6.48 \times 10^{-3}\end{aligned}$$

Da notare che α_R è molto piccolo. Scriviamo le equazioni di Ebers-Moll in zona attiva diretta:

$$\begin{aligned}I_E &= -I_{ES} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) - \alpha_R I_{CS} \\ I_C &= \alpha_F I_{ES} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) + I_{CS}\end{aligned}$$

Da notare che nella prima equazione $\alpha_R I_{CS}$ si può trascurare poiché α_R è molto piccolo, mentre nella seconda equazione I_{CS} è grande rispetto ad I_{ES} e non può essere trascurato. Sostituendo i numeri avremo:

$$\begin{aligned}I_E &= -2.44 \times 10^{-12} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) = 116 \text{ pA} \\ I_C &= \alpha_F 2.44 \times 10^{-12} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) + 375 \times 10^{-12} = 376 \text{ pA}\end{aligned}$$

Quindi avremo che $\frac{I_C}{I_E=3.2}$, maggiore di 1 (e maggiore di α_F).

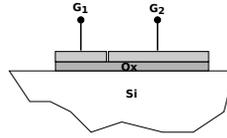
3) La massima tensione V_{CB} applicabile è quella per cui si ha $x_{coll} = W_{coll}$:

$$\begin{aligned}x_c = W_{coll} &= W_{BC} \frac{N_{Ab}}{N_{Ab} + N_{Dc}} \\ W_{BC} &= W_{coll} \frac{N_{Ab} + N_{Dc}}{N_{Ab}} = 4.2 \text{ } \mu\text{m} \\ W_{BC} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left(\frac{1}{N_{Ab}} + \frac{1}{N_{Dc}} \right) (V_{0BC} + V_{CB})} \\ V_{0BC} + V_{CB} &= \frac{W_{BC}^2}{\frac{2\epsilon_s}{q} \left(\frac{1}{N_{Ab}} + \frac{1}{N_{Dc}} \right)} = 6.38 \text{ V}\end{aligned}$$

Quindi $V_{BC} = 6.38 - V_{0BC} = 5.76$ V.

ESERCIZIO 2

In figura sono rappresentati due condensatori n -MOS contigui (ideali, $N_A = 10^{16}$ cm $^{-3}$, $t_{ox} = 30$ nm), $W1 \times L1 = 10 \times 10$ μm^2 , $W2 \times L2 = 10 \times 20$ μm^2 . Per $t < 0$ sono polarizzati con $V_{GS1} = 5$ V, $V_{GS2} = 0$ V. A $t = 0$ le due tensioni si scambiano: $V_{GS1} = 0$ V, $V_{GS2} = 5$ V.



- 1) Per $t < 0$ calcolare la caduta di tensione nel silicio e la carica fissa e mobile per i due condensatori MOS. [3]
- 2) Per $t = 0^+$ calcolare le due cadute di tensione nel silicio e la carica fissa e mobile per i due condensatori MOS (NOTA: le due aree sono diverse). [4]
- 3) Per $t \rightarrow \infty$ calcolare le due cadute di tensione nel silicio e la carica fissa e mobile per i due condensatori MOS. [3]

SOLUZIONE 2

- 1) Innanzitutto calcoliamo la tensione di soglia:

$$V_{TH} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B$$

$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.15 \times 10^{-3} \text{ F/m}^2$$

$$\psi_B = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.347 \text{ V}$$

$$V_{TH} = 0.834 \text{ V}$$

Il condensatore 1 è evidentemente in inversione, quindi avremo:

$$Q_W = -\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B} = 4.8 \times 10^{-4} \text{ C/m}^2$$

$$Q_n = C_{ox} (V_{GS1} - V_{TH}) = 4.8 \times 10^{-3} \text{ C/m}^2$$

$$V_S = 2\psi_B = 0.694$$

Il condensatore 2 ha $V_{GS2} = 0$, quindi $Q_W = 0$, $Q_n = 0$, $V_S = 0$.

2) La carica mobile TOTALE del primo condensatore si trasferisce al secondo. L'area però è diversa, e non è sufficiente a portare il secondo condensatore all'equilibrio.

$$Q_{n2} = \frac{W1 L1 Q_{n1 0^-}}{W2 L2} = \frac{Q_{n1 0^+}}{2} = 2.4 \times 10^{-3} \text{ C/m}^2$$

$$V_{GS2} = -\frac{Q_{n2}}{C_{ox}} + \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A V_S}}{C_{ox}} + V_S$$

Risolvendo questa equazione in V_S otteniamo, come soluzione accettabile $V_S = 2.18 \text{ V}$. Quindi:

$$Q_{n2}(0^+) = -2.4 \times 10^{-3} \text{ C/m}^2$$

$$Q_{W2}(0^+) = -\sqrt{2\epsilon_s q N_A V_S} = 8.59 \times 10^{-4} \text{ C/m}^2$$

Il condensatore 1 ritorna all'equilibrio in un tempo brevissimo, poiché la carica mobile si trasferisce tutta sul condensatore 2, e quindi non bisogna aspettare nessun tempo per la ricombinazione della carica in eccesso. Quindi avremo $V_{S1} = 0$, $Q_{W1} = 0$ e $Q_{n1} = 0$.

3) Si ritorna alle condizioni del punto 1, solo con i ruoli scambiati.

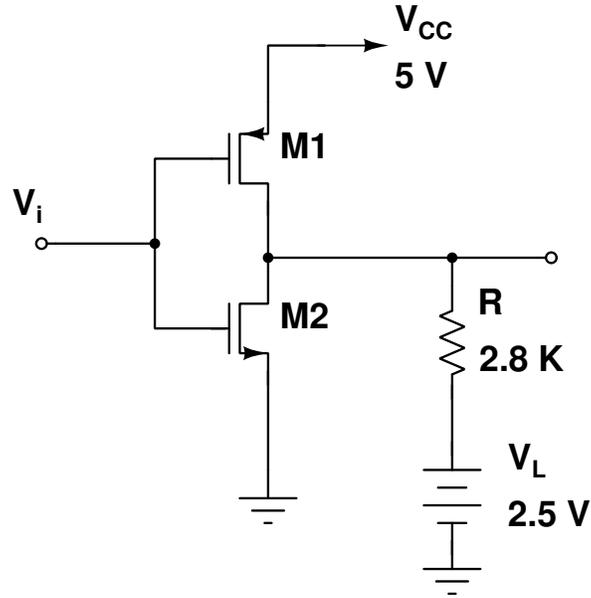
ESERCIZIO 3

Nel circuito in figura i transistori sono polysilicon gate, con $N_D = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_p = 0.03 \text{ m}^2/\text{Vs}$ (p -MOS), $N_A = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_n = 0.09 \text{ m}^2/\text{Vs}$ (n -MOS). Per entrambi la concentrazione di ioni sodio (impurezze) all'interfaccia ossido-silicio è pari a 10^{11} cm^{-2} .

1) Determinare t_{oxn} e t_{oxp} in maniera tale che entrambi i transistori abbiano una $V_{TH} = 1 \text{ V}$ in valore assoluto (negativa per il p -MOS). [4]

2) Determinare W_1/L_1 affinché la tensione di uscita sia maggiore o uguale a 4.8 V per $V_i = 0 \text{ V}$, e W_2/L_2 affinché la tensione di uscita sia minore o uguale a 0.2 V per $V_i = 5 \text{ V}$. [3]

3) Per $V_i = 2.5 \text{ V}$ determinare la condizione di polarizzazione dei transistori, nonché la tensione di uscita. [3]



SOLUZIONE 3

1) Scriviamo l'espressione della tensione di soglia per il p -MOS, e risolviamo per C_{ox} (e quindi t_{ox}), imponendo $V_{TH} = -1$ V:

$$\begin{aligned}
 V_{TH} = -1 &= -\frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_D 2\psi_B}}{C_{ox}} - 2\psi_B + \Phi_{MS} - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}} \\
 \psi_B &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_D}{n_i} = 0.329 \text{ V} \\
 \Phi_{MS} &= +\frac{E_g}{2q} + \psi_B = 0.870 \text{ V} \\
 Q_{ox} &= +q \times 10^{15} = 1.602 \times 10^{-4} \text{ C/m}^2 \\
 V_{TH} + 2\psi_B - \Phi_{MS} &= -\frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_D 2\psi_B} + Q_{ox}}{C_{ox}} \\
 C_{ox} &= -\frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_D 2\psi_B} + Q_{ox}}{-1 + 2\psi_B - \Phi_{MS}} = 4.07 \times 10^{-4} \text{ F/m}^2
 \end{aligned}$$

Da cui si ricava $t_{ox} = \epsilon_{ox}/C_{ox} = 85$ nm. Per quanto riguarda l' n -MOS le cose sono le stesse, salvo i segni. L'unico segno che rimane lo stesso è quello della

Q_{ox} , che è positivo (ioni sodio).

$$\begin{aligned}
V_{TH} = 1 &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}} \\
\psi_B &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.329 \text{ V} \\
\Phi_{MS} &= -\frac{E_g}{2q} + \psi_B = -0.870 \text{ V} \\
Q_{ox} &= +q \times 10^{15} = +1.602 \times 10^{-4} \text{ C/m}^2 \\
V_{TH} + 2\psi_B - \Phi_{MS} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B} - Q_{ox}}{C_{ox}} \\
C_{ox} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_D 2\psi_B} - Q_{ox}}{1 + 2\psi_B - \Phi_{MS}} = 2.2 \times 10^{-4} \text{ F/m}^2
\end{aligned}$$

Da cui si ricava $t_{ox} = \epsilon_{ox}/C_{ox} = 157 \text{ nm}$.

2) Per $V_i = 0$ (stato logico basso) avremo che $V_{GS1} = -5 \text{ V}$, $V_{GS2} = 0 \text{ V}$, quindi M_1 è in zona lineare ($V_{DS1} = -0.2 \text{ V}$), mentre M_2 è interdetto. Avremo che $I_R = I_{SD1} = (4.8 - 2.5)/R = 0.82 \text{ mA}$ e quindi:

$$\begin{aligned}
I_{DS1} &= -\mu_p C_{ox} \frac{W_1}{L_1} (V_{GS} - V_{TH}) V_{DS1} \\
\frac{W_1}{L_1} &= \frac{I_{DS1}}{\mu_p C_{ox} (-5 + 1) 0.2} \approx 82
\end{aligned}$$

Nel caso di $V_i = 5 \text{ V}$ (logico alto), l'uscita deve essere a 0.2 V (stato logico basso). Avremo che $V_{GS1} = 0$ e $V_{GS2} = 5 \text{ V}$, mentre $V_{DS2} = 0.2 \text{ V}$. La corrente $I_{DS} = I_R = (3 - 0.2)/R = 0.82 \text{ mA}$. Quindi:

$$\begin{aligned}
I_{DS2} &= \mu_n C_{ox} \frac{W_2}{L_2} (V_{GS} - V_{TH}) V_{DS1} \\
\frac{W_2}{L_2} &= \frac{I_{DS1}}{\mu_n C_{ox} (5 - 1) 0.2} \approx 52
\end{aligned}$$

3) Il punto difficile è determinare la condizione di polarizzazione dei transistori. Presumibilmente, dato che $V_{SG1} = 2.5 = V_{GS2}$ i transistori portano

correnti paragonabili, e quindi la corrente in R :

$$I_{SD1} = \frac{\mu_p C_{ox}}{2} \frac{W_1}{L_1} (V_{GS1} - V_{TH})^2 = 1.13 \text{ mA}$$
$$I_{DS2} = \frac{\mu_n C_{ox}}{2} \frac{W_1}{L_1} (V_{GS1} - V_{TH})^2 = 1.16 \text{ mA}$$

Quindi avremo che la tensione di uscita $V_u = V_L - R(I_{DS2} - I_{DS1}) = 2.42 \text{ V}$ ed entrambi i transistori sono, come ipotizzato, in saturazione.