

PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 8 Gennaio 2020

ESERCIZIO 1

Un transistoro n^+pn^+ è caratterizzato da: $W = 4 \mu\text{m}$, $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $\tau_n = 10^{-6} \text{ s}$, $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$ nella base, $S = 1 \text{ mm}^2$. Il transistoro è polarizzato in maniera tale da avere $I_E = 2 \text{ mA}$ uscente, e $I_C = 1 \text{ mA}$ uscente.

- 1) Scrivere le equazioni di Ebers-Moll, determinandone i termini. [4]
- 2) Determinare le tensioni e le correnti ai terminali.[4]
- 3) Determinare la carica totale immagazzinata nella base. [2]

ESERCIZIO 2

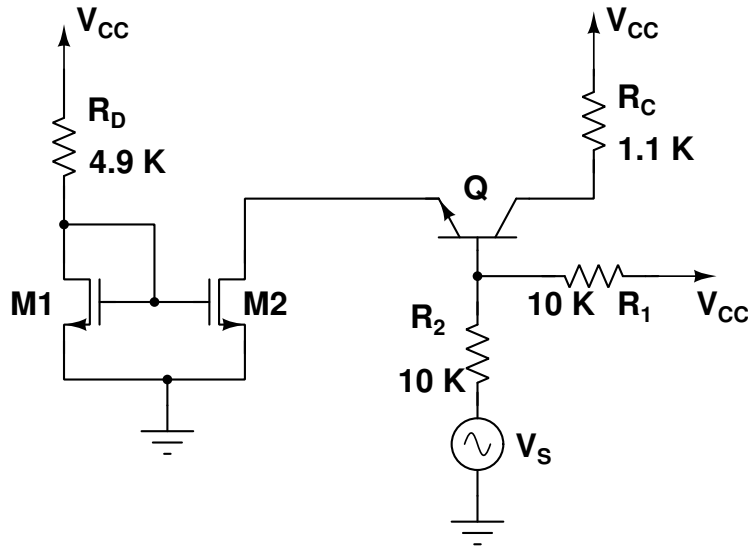
Si consideri un transistoro n -MOS ideale, con $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_n = 0.08 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $L = 200 \text{ nm}$, $W = 1 \mu\text{m}$, $V_{GS} = 5 \text{ V}$, $t_{ox} = 10 \text{ nm}$. Il campo elettrico critico è $\mathcal{E}_C = 2 \text{ MV/m}$, quello di break-down della giunzione drain-substrato è $\mathcal{E}_{BD} = 10 \text{ MV/m}$.

- 1) Determinare la tensione e la corrente di saturazione. [4]
- 2) Per $V_{DS} = V_{DSsat}$ determinare la carica mobile totale nel canale e il tempo di spengimento (tempo di transito) del transistoro. [3]
- 3) Determinare la tensione V_{DS} massima applicabile. [3]

ESERCIZIO 3

Nel circuito in figura i transistori M_1 e M_2 sono n -MOS polysilicon gate, con $W_1/L_1 = 10$ e $W_2/L_2 = 20$, $L_2 = 2 \mu\text{m}$, substrato drogato $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $t_{ox} = 30 \text{ nm}$, $\mu_n = 0.08 \text{ m}^2/\text{Vs}$, tensione di soglia pari a 1 V . Il transistoro Q è un n^+pn con $\beta_{fminimo} = 300$. La tensione di alimentazione V_{CC} è pari a 12 V .

- 1) Per $v_s = 0 \text{ V}$ determinare le tensioni e le correnti ai terminali. [4]
- 2) Determinare i valori massimo e minimo possibili del segnale v_s . [3]
- 3) Determinare la variazione di resistenza vista dall'emettitore del transistoro Q (calcolare la resistenza differenziale r_D di M_2). [3]



ESERCIZIO 1

Un transistor n^+pn^+ è caratterizzato da: $W = 4 \mu\text{m}$, $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $\tau_n = 10^{-6} \text{ s}$, $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$ nella base, $S = 1 \text{ mm}^2$. Il transistor è polarizzato in maniera tale da avere $I_E = 2 \text{ mA}$ uscente, e $I_C = 1 \text{ mA}$ uscente.

- 1) Scrivere le equazioni di Ebers-Moll, determinandone i termini. [4]
- 2) Determinare le tensioni e le correnti ai terminali.[4]
- 3) Determinare la carica totale immagazzinata nella base. [2]

SOLUZIONE 1

1) Essendo un transistor simmetrico n^+pn^+ abbiamo che $\gamma_E = \gamma_C = 1$, $\alpha_F = \alpha_R = \alpha_T$. Inoltre entrambe le giunzioni base-emettitore e base-collettore sono polarizzate in diretta, e possiamo assumere $W \simeq W_{eff}$ trascurando le ampiezze delle regioni di svuotamento. Dunque:

$$I_{ES} = I_{CS} = qS \frac{D_n n_i^2}{W N_A}$$

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n = 2.585 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$I_{ES} = I_{CS} = 2.33 \text{ pA}$$

$$\alpha_T = \frac{1}{1 + \frac{W^2}{2L_n}}$$

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = 50.84 \text{ } \mu\text{A}$$

$$\alpha_T = 0.996914$$

Quindi le equazioni di EB risultano:

$$I_E = -I_{ES} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) + \alpha_R I_{CS} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)$$

$$I_C = \alpha_F I_{ES} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) - I_{CS} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)$$

Sostituendo i numeri avremo:

$$I_E = -2.33 \times 10^{-12} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) + 2.32 \times 10^{-12} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)$$

$$I_C = 2.32 \times 10^{-12} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) - 2.33 \times 10^{-12} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)$$

2) Basta scrivere il sistema:

$$-2 \times 10^{-3} = -2.33 \times 10^{-12} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) + 2.32 \times 10^{-12} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)$$

$$-1 \times 10^{-3} = -2.33 \times 10^{-12} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) + 2.32 \times 10^{-12} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)$$

Le cui soluzioni sono:

$$\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) = 2.78 \times 10^{11}$$

$$V_{BE} = 0.67 \text{ V}$$

$$\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right) = 1.39 \times 10^{11}$$

$$V_{BC} = 0.66 \text{ V}$$

La corrente di base è entrante, ed è pari alla somma delle due correnti uscenti:
 $I_B = 3 \text{ mA}$.

3) Il transistor è evidentemente in saturazione. Ma qualsiasi siano le condizioni di polarizzazione, la corrente di base è sempre data da Q_B/τ_n , quindi $Q_B = \tau_n I_B = 3 \times 10^{-9} \text{ C}$.

ESERCIZIO 2

Si consideri un transistoro n -MOS ideale, con $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_n = 0.08 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $L = 200 \text{ nm}$, $W = 1 \text{ }\mu\text{m}$, $W = 2 \text{ }\mu\text{m}$, $V_{GS} = 5 \text{ V}$, $t_{ox} = 10 \text{ nm}$. Il campo elettrico critico è $\mathcal{E}_C = 2 \text{ MV/m}$, quello di break-down della giunzione drain-substrato è $\mathcal{E}_{BD} = 10 \text{ MV/m}$.

- 1) Determinare la tensione e la corrente di saturazione. [4]
- 2) Per $V_{DS} = V_{DSSat}$ determinare la carica mobile totale nel canale e il tempo di spengimento (tempo di transito) del transistoro. [3]
- 3) Determinare la tensione V_{DS} massima applicabile. [3]

SOLUZIONE 2

- 1) Innanzitutto calcoliamo la tensione di soglia:

$$\begin{aligned}V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}(y)} + 2\psi_B \\C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 3.45 \times 10^{-3} \text{ F/m}^2 \\ \psi_B &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.347 \text{ V} \\V_{TH} &= 0.834 \text{ V}\end{aligned}$$

A questo punto bisogna verificare se la saturazione avviene per strozzamento di canale o per saturazione della velocità. Lo strozzamento si ha per una $V_{DS} = V_{GS} - V_{TH} = 5 - 0.834 = 4.16 \text{ V}$, per cui il campo lungo il canale può essere stimato pari a $V_{DS}/L = 20 \text{ MV/m} \gg \mathcal{E}_C = 2 \text{ MV/m}$. Quindi satura la velocità di drift del canale, per una tensione V_{DS} molto inferiore: $V_{DSSat} \approx \mathcal{E}_C L = 0.4 \text{ V}$. La corrente di saturazione risulta:

$$I_{DSSat} = \mu_n C_{ox} W (V_{GS} - V_{th}) \mathcal{E}_C = 2.3 \text{ mA} \quad (1)$$

- 2) La saturazione della velocità avviene per V_{DS} tale che il transistoro è in zona lineare. La carica mobile nel canale Q_n è dunque costante con y , e pari a:

$$Q_n = C_{ox} (V_{GS} - V_{TH}) \quad (2)$$

e la carica totale risulta: $Q_{tot} = Q_n W L = W L C_{ox} (V_{GS} - V_{TH}) = 2.87 \times 10^{-15} \text{ C}$. Il tempo di spengimento del transistoro è pari al tempo di transito

(come specificato nel testo), che si può calcolare come:

$$I_{DS} = \frac{Q_{tot}}{\tau_t}$$

$$\tau_t = \frac{Q_{tot}}{I_{DS}} = \frac{WLC_{ox}(V_{GS} - V_{TH})}{\mu_n C_{ox} W (V_{GS} - V_{TH}) \mathcal{E}_C} = \frac{L}{\mu_n \mathcal{E}_C} = 1.24 \text{ ps}$$

3) La massima V_{DS} applicabile è limitata dal break-down della giunzione drain-substrato. Calcoliamo l'ampiezza della regione di svuotamento della giunzione drain-substrato, quando la tensione V_{DS} è tale per cui il campo elettrico massimo uguaglia il campo di break-down:

$$\mathcal{E}_{max} = \mathcal{E}_{BD} = \frac{qN_A W}{\epsilon_s}$$

$$W = \frac{\epsilon_s \mathcal{E}_{BD}}{qN_A} = 658 \text{ nm}$$

Quindi V_{DSmax} risulta:

$$V_0 = V_T \ln \frac{N_D N_A}{n_i^2} = 0.87 \text{ V}$$

$$W = x_n = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A} (V_0 + V_{DS})} = 658 \text{ nm}$$

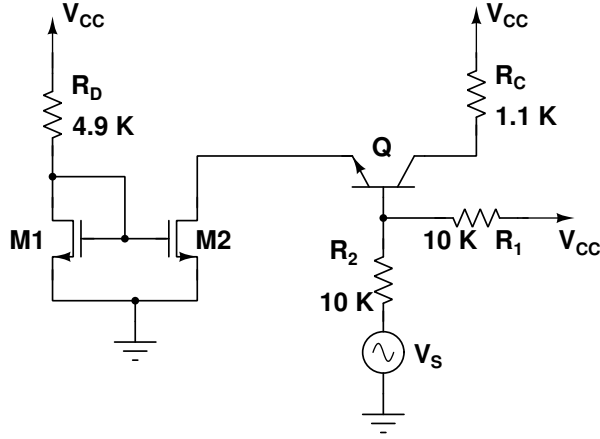
$$V_0 + V_{DS} = (658 \times 10^{-9})^2 \frac{qN_A}{2\epsilon_s} = 3.29 \text{ V}$$

$$V_{DSmax} = 3.29 - V_0 = 2.42 \text{ V}$$

ESERCIZIO 3

Nel circuito in figura i transistori $M1$ e $M2$ sono n -MOS polysilicon gate, con $W_1/L_1 = 10$ e $W_2/L_2 = 20$, $L_2 = 2 \mu\text{m}$, substrato drogato $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $t_{ox} = 30 \text{ nm}$, $\mu_n = 0.08 \text{ m}^2/\text{Vs}$, tensione di soglia pari a 1 V . Il transistoro Q è un n^+pn con $\beta_{fminimo} = 300$. La tensione di alimentazione V_{CC} è pari a 12 V .

- 1) Per $V_S = 0 \text{ V}$ determinare le tensioni e le correnti ai terminali. [4]
- 2) Determinare i valori massimo e minimo del segnale V_S . [3]



3) Determinare la variazione di resistenza vista dall'emettitore del transistor Q (calcolare la resistenza differenziale r_D di M_2). [3]

SOLUZIONE 3

1) Nel circuito avremo $V_{GS1} = V_{GS2}$. Per il transistor $M1$ possiamo scrivere:

$$\begin{aligned} V_{GS1} &= V_{CC} - R_D I_{DS1} \\ I_{DS1} &= \frac{\mu_n C_{ox} W_1}{2 L_1} (V_{GS} - V_{TH})^2 \\ I_{DS1} &= \frac{\mu_n C_{ox} W_1}{2 L_1} (V_{CC} - V_{TH} - R_D I_{DS1})^2 \end{aligned}$$

Questa è una equazione di II grado, che ammette come unica soluzione possibile $I_{DS1} = 1.84$ mA. Quindi avremo che $I_{DS2} = 2I_{DS1} = 3.68$ mA, dato che $V_{GS2} = V_{GS1}$ e che $\frac{W_2}{L_2} = 2\frac{W_1}{L_1}$. La tensione di base di Q è pari a $V_B = V_{CC}/2 = 6$ V, quindi $V_E = V_{DS2} = 5.3$ V, e $V_{DS2} > V_{GS2} - V_{TH} = 2$ V. Abbiamo usato il partitore pesante per la base, poiché $I_C \simeq I_E = I_{DS2} = 3.68$ mA, $I_{Bmax} = I_C/\beta_{fminimo} = 12$ μ A, e la corrente in R_1, R_2 è pari a $V_{CC}/(R_1 + R_2) = 0.6$ mA.

Avremo inoltre $V_{CE} = V_C - V_E = V_{CC} - R_C I_C - V_E = 2.65 > V_{CESat}$. Quindi tutti i transistori sono correttamente polarizzati. Avremo dunque per M_1 :

$$\begin{aligned} I_{DS1} &= 1.84 \text{ mA} \\ V_{DS1} &= V_{GS1} = V_{CC} - R_D I_{DS1} = 2.99 \text{ V} \end{aligned}$$

Per M_1 :

$$\begin{aligned} I_{DS2} &= 3.68 \text{ mA} \\ V_{GS2} &= V_{GS1} = 2.99 \text{ V} \\ V_{DS2} &= V_E = 5.3 \text{ V} \end{aligned}$$

Per il bipolare:

$$\begin{aligned} I_C \simeq I_E &= I_{DS2} = 3.68 \text{ mA} \\ V_{CE} &= 2.65 \text{ V} \\ I_{Bmax} &= 12 \text{ } \mu\text{A} \end{aligned}$$

2) La tensione di emettitore $V_E = V_{DS2}$ deve essere abbastanza alta da mantenere $M2$ in saturazione: $V_E = V_{DS2} > V_{GS} - V_{TH} \simeq 2 \text{ V}$. E deve essere abbastanza piccola da mantenere Q in zona attiva diretta: poiché la corrente $I_C \approx I_E$ è praticamente costante, imposta da M_1 , avremo che $V_{Emax} = V_C - V_\gamma = V_{CC} - R_C I_C - V_\gamma = 7.2 \text{ V}$. Avremo dunque $V_{Bmin} = 2.7 \text{ V}$ e $V_{Bmax} = 7.9 \text{ V}$. La tensione V_B è pari a $V_B = V_{CC}/2 + V_S/2$, e quindi avremo che $V_{Smin} = 2V_{Bmin} - V_{CC} = -6.6 \text{ V}$ e $V_{Smax} = 2V_{Bmax} - V_{CC} = 3.8 \text{ V}$.

3) Calcoliamo r_D dovuta alla modulazione del canale, considerando $I_{DS2sat} = 3.68 \text{ mA}$ per $V_{DS2} = V_{GS} - V_{TH} = 2 \text{ V}$, e calcolando I_{DS2} per una tensione $V_{DS} > V_{GS} - V_{TH}$, ad esempio 5 V .

$$\begin{aligned} V_{DP} &= 5 - (V_{GS} - V_{TH}) = 3 \text{ V} \\ V_{0DS} &= V_T \ln \frac{N_D^+ N_A}{n_i^2} = 0.871 \text{ V} \\ W_{DP} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A} (V_{DP} + V_{0DS})} = 0.713 \text{ } \mu\text{m} \\ L_{Eff} &= 2 - 0.713 = 1.286 \text{ } \mu\text{m} \\ I_{DS}(V_{DS} = 5 \text{ V}) &= \frac{\mu_n C_{ox}}{2} \frac{W}{L_{eff}} (V_{GS} - V_{TH})^2 = 5.73 \text{ mA} \\ r_d &= \frac{5 - 2}{5.73 \times 10^{-3} - 3.68 \times 10^{-3}} = 1.46 \text{ K}\Omega \end{aligned}$$