

## PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 13 Settembre 2019

### ESERCIZIO 1

Un transistoro *npn* è caratterizzato da:  $W = 20 \mu\text{m}$ ,  $N_{Dem} = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  (emettitore lungo),  $N_{Abase} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_{Dcoll} = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\tau_n = \tau_p = 10^{-6} \text{ s}$ ,  $\mu_n = 0.09 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $\mu_p = 0.04 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $S = 1 \text{ mm}^2$ . Il transistoro è polarizzato con  $V_{BC} = 5 \text{ V}$  e  $V_{EB} = 0.5 \text{ V}$ .

- 1) Determinare il profilo di portatori minoritari nella base. [4]
- 2) Determinare la corrente di collettore. [2]
- 3) Determinare le correnti di emettitore e di base, nonché i parametri  $\beta_f$  e  $\gamma_E$  del transistoro. [4]

### ESERCIZIO 2

Si consideri un transistoro *n*-MOS ideale, con  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\mu_n = 0.08 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $L = 5 \mu\text{m}$ ,  $W = 2 \mu\text{m}$ ,  $V_{GS} = 5 \text{ V}$ . L'ossido non ha uno spessore uniforme: si ha  $t_{ox} = 10 \text{ nm}$  in prossimità del Source e  $t_{ox} = 30 \text{ nm}$  in prossimità del Drain ( $t_{ox}(0) = 10 \text{ nm}$  e  $t_{ox}(L) = 30 \text{ nm}$ ).

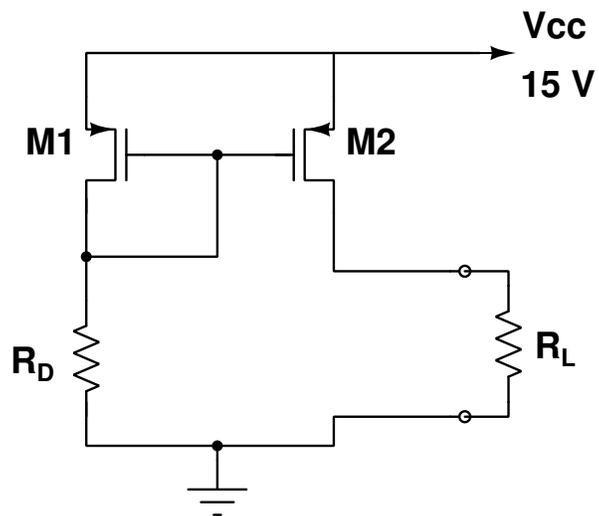
- 1) Determinare l'espressione di  $V_{TH}$  in funzione di  $y$ . [3]
- 2) Per  $V_{DS} = 0.1 \text{ V}$  determinare l'espressione della carica mobile nel canale, in funzione di  $y$ . [4]
- 3) Determinare la tensione  $V_{DS}$  di saturazione. [3]

### ESERCIZIO 3

Il circuito in figura si propone di generare una corrente controllata e stabile sul carico  $R_L$ . I transistori  $M1$  e  $M2$  sono *p*-MOS con  $W_1/L_1 = 50$  e  $W_2/L_2 = 100$ , substrato drogato  $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $t_{ox} = 30 \text{ nm}$ ,  $\mu_p = 0.03 \text{ m}^2/\text{Vs}$ . All'interfaccia ossido-silicio è presente una concentrazione superficiale di ioni sodio pari a  $10^{11} \text{ cm}^{-2}$ .

- 1) Si progetti il metallo del gate affinché la tensione di soglia  $V_{TH}$  sia pari a  $-1 \text{ V}$  (si determini la funzione di lavoro del metallo). [3]
- 2) Si determini  $R_D$  affinché in uscita venga generata una corrente  $I_L = 50 \text{ mA}$ , per  $V_{SD2} = V_{SD2 sat}$ , e si determinino il valore minimo e massimo ammessi per il carico  $R_L$ . [4]
- 3) La lunghezza di canale del transistoro  $M_2$  è pari a  $L_2 = 2 \mu\text{m}$ . Determinare la variazione di corrente (dovuta alla modulazione di canale) tra le

condizioni di carico minimo e carico massimo. Determinare inoltre il parametro differenziale di  $M2$  che tiene conto di questa variazione indesiderata di corrente. [3]



### ESERCIZIO 1

Un transistor  $npn$  è caratterizzato da:  $W = 20 \mu\text{m}$ ,  $N_{Dem} = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  (emettitore lungo),  $N_{Abase} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_{Dcoll} = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\tau_n = \tau_p = 10^{-6} \text{ s}$ ,  $\mu_n = 0.09 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $\mu_p = 0.04 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $S = 1 \text{ mm}^2$ . Il transistor è polarizzato con  $V_{BC} = 5 \text{ V}$  e  $V_{EB} = 0.5 \text{ V}$ .

- 1) Determinare il profilo di portatori minoritari nella base. [4]
- 2) Determinare la corrente di collettore. [2]
- 3) Determinare le correnti di emettitore e di base, nonché i parametri  $\beta_f$  e  $\gamma_E$  del transistor. [4] yr

### SOLUZIONE 1

1) Dalla soluzione generica dell'equazione di continuità abbiamo:

$$\delta p(x) = Ae^{\frac{x}{L_p}} + Be^{-\frac{x}{L_p}} \quad (1)$$

dove  $D_p = V_T \mu_p = 1.034 \times 10^{-3}$  e  $L_p = \sqrt{D_p \tau_p} = 32.15 \mu\text{m}$ . La base non è né corta né lunga, quindi bisogna risolvere l'equazione di continuità senza approssimazione lineare. Considerando le condizioni a contorno:

$$\begin{aligned} \delta p(0) &= p_0 e^{\frac{V_{EB}}{V_T}} = \frac{n_i^2}{N_D} e^{\frac{V_{EB}}{V_T}} = 5.6 \times 10^{18} \text{ m}^{-3} \\ \delta p(W) &= 0 \end{aligned}$$

abbiamo:

$$\begin{aligned} \delta p(0) &= A + B \\ 0 &= Ae^{\frac{W}{L_p}} + Be^{-\frac{W}{L_p}} = 1.86 A + 0.54B \end{aligned}$$

dove abbiamo fatto la piccola approssimazione  $W \simeq W_{eff}$ , dato che la lunghezza della base è molto maggiore dell'ampiezza della regione di svuotamento base-collettore. NOTA: se non si fa questa approssimazione va bene uguale, anzi è più precisa. Risolvendo il sistema avremo:

$$\begin{aligned} A &= -2.3 \times 10^{18} \text{ m}^{-3} \\ B &= 7.9 \times 10^{18} \text{ m}^{-3} \end{aligned}$$

2) La corrente di collettore si può ricavare dalla derivata del profilo in  $x = W$  (con il segno positivo):

$$I_C = qSD_p \left. \frac{d\delta p(x)}{dx} \right|_{x=W}$$

$$I_C = qSD_p \frac{A}{L_p} e^{\frac{W}{L_p}} - \frac{B}{L_p} e^{-\frac{W}{L_p}} = -42 \mu\text{A}$$

Da notare che la corrente viene correttamente negativa, cioè uscente.

3) L'emettitore è poco drogato, quindi la corrente di emettitore è data sia dall'iniezione di lacune verso la base ( $I_{Ep}$ ) che dall'iniezione di elettroni dalla base verso l'emettitore ( $I_{En}$ ). Per  $I_{Ep}$  avremo:

$$I_{Ep} = -qSD_p \left. \frac{d\delta p(x)}{dx} \right|_{x=0}$$

$$I_{Ep} = -qSD_p \frac{A}{L_p} - \frac{B}{L_p} = 53 \mu\text{A}$$

La corrente viene positiva, poiché è entrante. A questa va sommata  $I_{En}$ :

$$I_{En} = qS \frac{D_n}{L_n} \frac{n_i^2}{N_{Aem}} e^{\frac{V_{EB}}{V_T}}$$

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n = 2.33 \times 10^{-3} \text{ m}^2\text{s}$$

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = 48.23 \mu\text{m}$$

$$I_{En} = 44 \mu\text{A}$$

Quindi avremo:

$$I_C = -42 \mu\text{A}$$

$$I_E = I_{En} + I_{Ep} = 97 \mu\text{A}$$

$$I_B = -I_E - I_C = -55 \mu\text{A}$$

$$\beta_f = \frac{I_C}{I_B} = 0.8$$

$$\gamma_E = \frac{I_{En}}{I_{Ep} + I_{En}} = 0.55$$

Il  $\beta_f$  è ovviamente molto piccolo, poiché la base è tutt'altro che corta, ed inoltre l'efficienza di emettitore è di molto inferiore a 1.

### ESERCIZIO 2

Si consideri un transistor  $n$ -MOS ideale, con  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\mu_n = 0.08 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $L = 5 \mu\text{m}$ ,  $W = 2 \mu\text{m}$ ,  $V_{GS} = 5 \text{ V}$ . L'ossido non ha uno spessore

uniforme: si ha  $t_{ox} = 10$  nm in prossimità del Source e  $t_{ox} = 30$  nm in prossimità del Drain ( $t_{ox}(0) = 10$  nm e  $t_{ox}(L) = 30$  nm).

1) Determinare l'espressione di  $V_{TH}$  in funzione di  $y$ . [3]

2) Per  $V_{DS} = 0.1$  V determinare l'espressione della carica mobile nel canale, in funzione di  $y$ . [4]

3) Determinare la tensione  $V_{DS}$  di saturazione. [3]

SOLUZIONE 2

1) Possiamo scrivere, con ovvio significato dei simboli:

$$\begin{aligned}
 t_{ox} &= t_{ox0} + \left( \frac{t_{oxL} - t_{ox0}}{L} \right) y \\
 t_{ox} &= 10 \times 10^{-9} + 4 \times 10^{-3} y \text{ m} \\
 V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}(y)} + 2\psi_B \\
 \psi_B &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.347 \text{ V} \\
 V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{\epsilon_{ox}} (10 \times 10^{-9} + 4 \times 10^{-3} y) + 0.694 \\
 V_{TH} &= 0.834 + 56 \times 10^3 y \text{ V}
 \end{aligned}$$

2) Dato che la tensione  $V_{DS}$  è piccola, possiamo supporre che l'andamento della carica nel canale sia dovuta soltanto alla variazione di spessore dell'ossido. Possiamo dunque usare la formula:

$$\begin{aligned}
 Q_n(y) &= qC_{ox}(y) (V_{GS} - V_{TH}(y)) \\
 Q_n(y) &= qC_{ox}(y)V_{GS} - \sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B} - C_{ox} 2\psi_B \\
 Q_n(y) &= q \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}(y)} (V_{GS} - 2\psi_B) - \sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B} \\
 Q_n(y) &= q \left( \frac{1.49 \times 10^{-10}}{10 \times 10^{-9} + 4 \times 10^{-3} y} - 4.84 \times 10^{-4} \right) \text{ C/m}^2
 \end{aligned}$$

3) La saturazione si ha per il valore di  $V_{DS}$  per cui la carica mobile in prossimità del Drain è pari a 0. Si può procedere in questo modo:

$$V_{GD} = V_{GS} - V_{DS}$$

$$\begin{aligned}
V_{GD \text{ sat}} &= V_{TH}(L) \\
V_{DS \text{ sat}} &= V_{GS} - V_{GD \text{ sat}} = V_{GS} - V_{TH}(L) \\
V_{TH}(L) &= 1.114 \\
V_{DS \text{ sat}} &= 5 - 1.114 = 3.89 \text{ V}
\end{aligned}$$

### ESERCIZIO 3

Il circuito in figura si propone di generare una corrente controllata e stabile sul carico  $R_L$ . I transistori  $M1$  e  $M2$  sono  $p$ -MOS con  $W_1/L_1 = 50$  e  $W_2/L_2 = 100$ , substrato drogato  $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $t_{ox} = 30 \text{ nm}$ ,  $\mu_p = 0.03 \text{ m}^2/\text{Vs}$ . All'interfaccia ossido-silicio è presente una concentrazione superficiale di ioni sodio pari a  $10^{11} \text{ cm}^{-2}$ .

1) Si progetti il metallo del gate affinché la tensione di soglia  $V_{TH}$  sia pari a  $-1 \text{ V}$  (si determini la funzione di lavoro del metallo). [3]

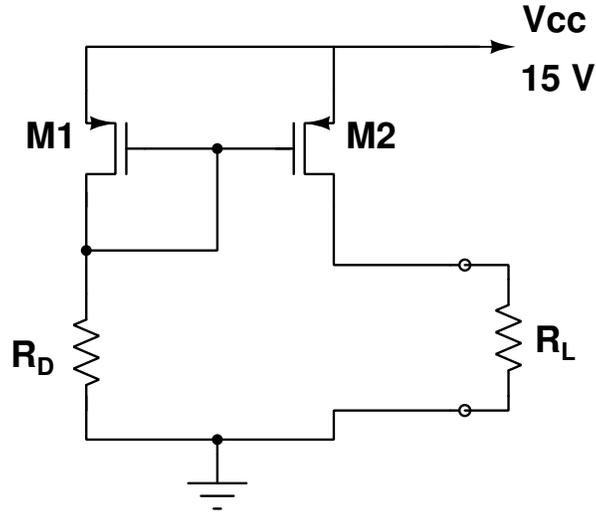
2) Si determini  $R_D$  affinché in uscita venga generata una corrente  $I_L = 50 \text{ mA}$ , per  $V_{SD2} = V_{SD2 \text{ sat}}$ , e si determinino il valore minimo e massimo ammessi per il carico  $R_L$ . [4]

3) La lunghezza di canale del transistor  $M_2$  è pari a  $L_2 = 2 \mu\text{m}$ . Determinare la variazione di corrente (dovuta alla modulazione di canale) tra le condizioni di carico minimo e carico massimo. Determinare inoltre il parametro differenziale di  $M_2$  che tiene conto di questa variazione indesiderata di corrente. [3]

### SOLUZIONE 3

1) La carica per unità di superficie all'interfaccia ossido-silicio è positiva e pari a  $Q_{ox} = q \times 10^{15} = 1.602 \times 10^{-4} \text{ C/m}^2$ . Quindi avremo:

$$\begin{aligned}
V_{TH} &= -\frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_D 2\psi_B}}{C_{ox}} - 2\psi_B + \Phi_{MS} - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}} \\
\Phi_{MS} &= V_{TH} + \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_D 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \frac{Q_{ox}}{C_{ox}} \\
C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{C_{ox}} = 1.15 \times 10^{-3}
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\psi_B &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_D}{n_i^2} = 0.347 \text{ V} \\ \Phi_{MS} &= 0.254 \text{ V} \\ \Phi_S &= \chi + \left( \frac{E_g}{2q} - \psi_B \right) = 4.313 \text{ V} \\ \Phi_M &= 4.567 \text{ V}\end{aligned}$$

2) Determiniamo  $V_{SG2}$ :

$$\begin{aligned}I_{SD2} &= \frac{\mu_p C_{ox} W_2}{2 L_2} (V_{GS2} - V_{TH})^2 \\ V_{GS2} &= -\sqrt{\frac{I_{SD2}}{\frac{\mu_p C_{ox} W_2}{2 L_2}}} + V_{TH} = -6.38 \text{ V}\end{aligned}$$

Per come è fatto il circuito avremo che  $V_{SG2} = V_{SG1} = V_{SD1}$ . Da notare che  $M_1$  è sempre in saturazione. La corrente  $I_{SD1}$  risulta:

$$I_{SD1} = \frac{\mu_p C_{ox} W_1}{2 L_1} (V_{GS2} - V_{TH})^2 = 25 \text{ } \mu\text{A} \quad (2)$$

Da notare che il rapporto tra le correnti è uguale al rapporto geometrico  $\frac{W_1/L_1}{W_2/L_2}$ . La resistenza  $R_D$  si determina facilmente:

$$R_D = \frac{V_{D1}}{I_{SD1}} = \frac{V_{CC} - V_{SD1}}{I_{SD1}} = \frac{V_{CC} - V_{SG1}}{I_{SD1}} = 385 \text{ } \Omega \quad (3)$$

I valori limite della resistenza  $R_L$  sono ovviamente quello che permette a  $M2$  di lavorare in saturazione:  $R_L = \frac{V_{CC} - V_{SD2}}{I_{SD2}} = 192 \Omega$ ; il transistor  $M1$  lavora bene con  $V_{SD2} = V_{CC}$ , per cui  $R_L = 0$ .

3) La tensione di saturazione di  $M2$  è  $V_{DS sat} = V_{GS} - V_{TH} = -5.38 \text{ V}$ . Quindi la regione di svuotamento Drain-punto di strozzamento è determinata da  $V_{DS max} - V_{DS sat} = -V_{CC} - V_{DS sat} = -9.62 \text{ V}$ . Avremo dunque:

$$\begin{aligned}
 L_{eff} &= L_{met} - W(V_{DS max} - V_{DS sat}) \\
 W &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_D} (V_{0Dsubst} + 9.62 \text{ V})} \\
 V_{0Dsubst} &= \frac{E_g}{2q + \psi_B} = 0.907 \text{ V} \\
 W &= 1.18 \mu\text{m} \\
 L_{eff} &= 2 - 1.17 = 0.82 \mu\text{m} \\
 I_{SD} &= \frac{\mu_p C_{ox}}{2} \frac{W_2}{L_{2 eff}} (V_{GS2} - V_{TH})^2 = 122 \text{ mA}
 \end{aligned}$$

Quindi in condizioni di carico minimo (resistenza massima  $R_L = 192 \Omega$ ) abbiamo  $I_L = 50 \text{ mA}$  ( $V_{SD2} = V_{SD2 sat}$ ), in condizioni di carico massimo abbiamo  $I_L = 122 \text{ mA}$ , per  $V_{SD2} = V_{CC}$ . Il parametro dinamico (differenziale) che tiene conto della variazione della  $I_L = I_{SD2}$  rispetto alla variazione della  $V_L = V_{CC} - V_{SD2}$  è  $r_d = (V_{CC} - V_{SD2 sat}) / (I_{Lmax} I_{Lmin}) = 134 \Omega$ .