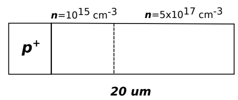
PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 22 Febbraio 2019

ESERCIZIO 1

In figura è rappresentata una giunzione p^+n (S=1 mm^2, $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs, $\mu_p = 0.04$ m^2/Vs, $\tau_p = \tau_n = 10^{-6}$ s). La parte n è drogata $N_D = 10^{15}$ cm^{-3} per $x < 20$ μm e $N_D = 5 \times 10^{17}$ cm^{-3} per $x > 20$ μm.



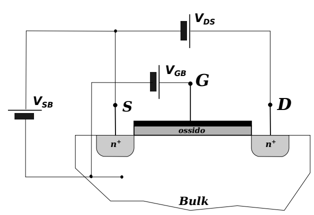
1) Per $V = 0.35$ V verificare l'approssimazione di bassa iniezione; determinare l'eccesso di portatori minoritari per $x = 19$ μm e per $x = 21$ μm (trascurare l'ampiezza della regione di svuotamento), nonché la corrente nel diodo. [3]

2) Determinare il campo elettrico per $x = 0$ e per $x = x_n$. [3]

3) Determinare il campo elettrico per $x = 19$ μm, per $x = 21$ μm e per $x >> L_p$. [4]

ESERCIZIO 2

In figura, è rappresentato un transistore n-MOS polysilicon gate, $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.08$ m^2/Vs nel canale, $t_{ox} = 30$ nm, $W = 20$ μm, $L = 5$ μm. Per $t < 0$ il transistore è polarizzato con $V_{DS} = 0.1$ V, $V_{SB} = 5$ V e $V_{GB} = 0$.



1) A $t = 0$ V_{GB} viene portato a 5 V. Determinare la caduta di tensione nel silicio e le cariche fisse e mobili per $t = 0^+$ e per $t = 5$ ms. [4]

2) A $t_0 = 5$ ms V_{SB} viene ridotta a 1 V (V_{GB} viene mantenuta a 5 V). Determinare la caduta di tensione nel silicio per t_0^+ e $t \to \infty$.[3]

3) Determinare le cariche fisse e mobili totali nel canale per t_0^+ e $t \to \infty$. [3]

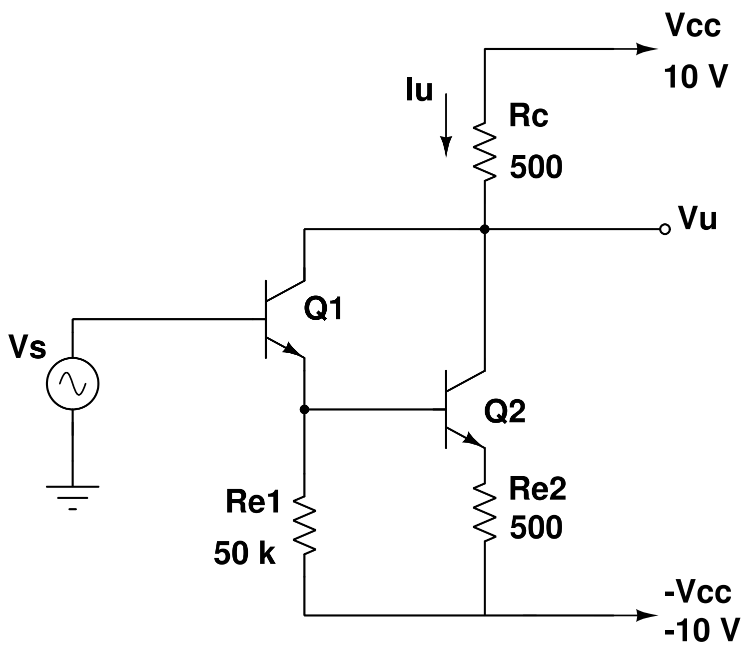
ESERCIZIO 3

Nel circuito in figura, i transistori bipolari Q_1 e Q_2 sono n^+pn, con $N_A = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}, $N_D = 10^{16}$ cm^{-3}, $\tau_n = 10^{-6}$ s, $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs, $S = 1$ mm^2.

1) Determinare la lunghezza metallurgica della base dei transistori per ottenere un β_f almeno pari a 100. Determinare inoltre il valore di V_{CB} per cui il β_f raggiunge 150. [3]

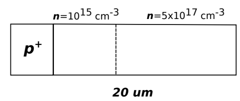
2) Per $V_S = 0$, determinare le correnti e le tensioni nei transistori (facendo le approssimazioni opportune). [3]

3) Determinare il guadagno in corrente complessivo minimo garantito $\beta_{ftot\ minimo} = \frac{I_U}{I_{B1}}$. [4]



ESERCIZIO 1

In figura è rappresentata una giunzione p^+n (S=1 mm^2, $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs, $\mu_p = 0.04$ m^2/Vs, $\tau_p = \tau_n = 10^{-6}$ s). La parte n è drogata $N_D = 10^{15}$ cm^{-3} per $x < 20$ μm e $N_D = 5 \times 10^{17}$ cm^{-3} per $x > 20$ μm.



1) Per $V = 0.35$ V verificare l'approssimazione di bassa iniezione; determinare l'eccesso di portatori minoritari per $x = 19$ μm e per $x = 21$ μm (trascurare l'ampiezza della regione di svuotamento), nonché la corrente nel diodo. [3]

2) Determinare il campo elettrico per $x = 0$ e per $x = x_n$. [3]

3) Determinare il campo elettrico per $x = 19$ μm, per $x = 21$ μm e per $x >> L_p$. [4]

SOLUZIONE 1

1) Avremo:

$$
\begin{aligned}
D_p &= V_T \mu_p = 1.034 \times 10^{-3} \ \ \text{m}^2/\text{s} \\
L_p &= \sqrt{D_p \tau_p} = 32.15 \ \ \mu\text{m} \\
\delta p(0) &= \frac{n_i^2}{N_D} \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) = 1.71 \times 10^{17} \ \ \text{m}^{-3}
\end{aligned}
$$

Quindi siamo in condizioni di bassa iniezione, poiché $\delta p(0) >> p_0 = \frac{n_i^2}{N_D} = 2.25 \times 10^{11}$ m^{-3} e $\delta p(0) << n_0 = N_D$. Il profilo di portatori minoritari non cambia in $x = 20$ μm,poiché l'eccesso è dovuto all'iniezione in x_n e alla diffusione di lacune. Una volta verificata la bassa iniezione, un aumento di portatori maggioritari non cambia la situazione. Quindi avremo:

$$
\begin{aligned}
\delta p(19 \ \mu\text{m}) &= \delta p(0) e^{-\frac{19 \times 10^{-6}}{L_p}} = 9.5 \times 10^{16} \ \ \text{m}^{-3} \\
\delta p(21 \ \mu\text{m}) &= \delta p(0) e^{-\frac{21 \times 10^{-6}}{L_p}} = 8.9 \times 10^{16} \ \ \text{m}^{-3}
\end{aligned}
$$

Essendo il profilo di portatori minoritari inalterato, la corrente nel diodo si calcola come sempre:

$$I = qS\frac{D_p}{L_p}\frac{n_i^2}{N_D}\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right) = 1.16 \times 10^{-12}\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right) = 0.88 \;\; \mu\text{A} \tag{1}$$

2) Avremo che il campo elettrico per $x = 0$ è quello dovuto alla regione di svuotamento, ed è pari a:

$$\mathcal{E} = \frac{qN_D}{\epsilon_s}x_n = \frac{qN_D}{\epsilon_s}W \tag{2}$$

Calcoliamo la regione di svuotamento per $V = 0.35$ V ed il campo elettrico:

$$\begin{aligned}
V_0 &= V_T \ln\left(\frac{N_D N_A}{n_i^2}\right) = 0.812 \;\; \text{V} \\
W &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_D}(V_0 - V)} = 0.78 \;\; \mu\text{m} \\
\mathcal{E} &= \frac{qN_D}{\epsilon_s}W = 1.18 \;\; \text{MV/m}
\end{aligned}$$

Per $x = x_n$ avremo che il campo elettrico è molto piccolo (zero, per l'approssimazione di svuotamento completo). Tuttavia è calcolabile, considerando $n \approx n_0 = N_D$ e $\delta n(x) \approx \delta p(x)$. Facendo riferimento alla formula riportata sulla dispensa abbiamo:

$$\begin{aligned}
qS\mu_n N_D \mathcal{E}(x) &= I + qS\frac{(D_n - D_p)}{L_p}\delta p(0)e^{-\frac{x}{L_p}} \\
\mathcal{E}(x) &= \frac{I}{qS\mu_n N_D} + \frac{(D_n - D_p)}{L_p \mu_n N_D}\delta p(0)e^{-\frac{x}{L_p}} \\
D_n &= V_T \mu_n = 2.585 \times 10^{-3} \;\; \text{m}^2/\text{s} \\
\mathcal{E}(0) &= \frac{I}{qS\mu_n N_D} + \frac{(D_n - D_p)}{L_p \mu_n N_D}\delta p(0) = 0.137 \;\; \text{V/m}
\end{aligned}$$

3) Nel primo caso ($x = 19$ μm) avremo che $n = N_{D1} = 10^{21}$ m^{-3}:

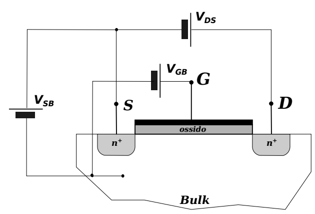
$$\mathcal{E}(19 \;\mu\text{m}) = \frac{I}{qS\mu_n N_{D1}} + \frac{(D_n - D_p)}{L_p \mu_n N_{D1}}\delta p(0)e^{-\frac{19\times 10^{-6}}{L_p}} = 0.1 \;\; \text{V/m} \tag{3}$$

Negli altri due casi abbiamo che $n = N_{D2} = 5\ 10^{23}$ m^{-3}:

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}(21\ \mu\text{m}) &= \frac{I}{qS\mu_n N_{D2}} + \frac{(D_n - D_p)}{L_p \mu_n N_{D2}} \delta p(0) e^{-\frac{21\times 10^{-6}}{L_p}} = 1.95 \times 10^{-4}\ \ \text{V/m} \\
\mathcal{E}(x \to \infty) &= \frac{I}{qS\mu_n N_{D2}} = 1.10 \times 10^{-4}\ \ \text{V/m}
\end{aligned}$$

ESERCIZIO 2

In figura, è rappresentato un transistore n-MOS polysilicon gate, $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.08$ m^2/Vs nel canale, $t_{ox} = 30$ nm, $W = 20$ μm, $L = 5$ μm. Per $t < 0$ il transistore è polarizzato con $V_{DS} = 0.1$ V, $V_{SB} = 5$ V e $V_{GB} = 0$.



1) A $t = 0$ V_{GB} viene portato a 5 V. Determinare la caduta di tensione nel silicio e le cariche fisse e mobili per $t = 0^+$ e per $t = 5$ ms. [4]

2) A $t_0 = 5$ ms V_{SB} viene ridotta a 1 V (V_{GB} viene mantenuta a 5 V). Determinare la caduta di tensione nel silicio per t_0^+ e $t \to \infty$.[3]

3) Determinare le cariche fisse e mobili totali nel canale per t_0^+ e $t \to \infty$. [3]

SOLUZIONE 2

1) Calcoliamo:

$$\begin{aligned}
C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.15 \times 10^{-3} \\
\psi_B &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.347 \\
\Phi_{MS} &= -\frac{E_g}{2q} - \psi_B = -0.907\ \ \text{V}
\end{aligned}$$

Per $V_{GB} = 5$ V e $V_{SB} = 5$ V abbiamo che $V_{GS} = 0$, e quindi non siamo all'inversione. Infatti, per raggiungere l'inversione abbiamo bisogno di $V_{Si} = 2\psi_B + V_{SB}$, e quindi V_{GB} non è sufficientemente elevata per ottenere questa caduta nel silicio. Abbiamo dunque che, all'aumentare della V_{GB} a 5 V, il silicio va in svuotamento profondo in un tempo molto rapido, limitato dalla mobilità delle lacune che si devono allontanare dall'interfaccia. Quindi a $t = 0^+$ la situazione è la stessa di quella a $t = 5$ ms: il canale è svuotato, la carica mobile è trascurabile e tutta la carica è costituita da $Q_W(V_{Si})$. Dobbiamo dunque scrivere l'equazione:

$$V_{GB} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A V_{Si}}}{C_{ox}} + V_{Si} + \Phi_{MS} \tag{4}$$

con $\Phi_{MS} = -0.907$ V. Risolvendo questa equazione abbiamo che il valore accettabile di $V_{Si} = 4.8$ V. La carica, sia a $t = 0^+$ che a $t = t_0 = 5$ ms, è pari a (in valore assoluto, negativa in segno):

$$Q = Q_W = \sqrt{2\epsilon_s q N_A V_{Si}} = 1.27 \times 10^{-3} \ \ \mathrm{C/m^2} \tag{5}$$

per un totale nel canale pari a $Q_W LW = 1.27 \times 10^{-13}$ s.

2) Nel caso $V_{SB} = 1$ V e $V_{GB} = 5$ V il condensatore MOS è in inversione. Infatti, calcoliamo la tensione di soglia (riferita al Source) con $V_{SB} = 1$ V, e ricordiamo che $V_{GS} = V_{GB} - V_{SB} = 4$ V.

$$V_{TH} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_a \left(2\psi_B + V_{SB}\right)}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} = 0.44 \ \ V \tag{6}$$

Quindi avremo semplicemente che la caduta di tensione nel silicio è pari a $2\psi_B$ più la tensione di polarizzazione source-substrato: $V_{Si} = 2\psi_B + V_{SB} = 1.694$ V. È ovviamente la stessa a t_0^+ e a $t \to \infty$, dato che il tempo di formazione del canale è legato al drift di elettroni dal pozzetto di Source verso il canale stesso. Una stima del tempo di formazione del canale è il tempo di transito nel canale stesso (vedi formula sulla dispensa).

3) Come detto nel punto precedente, le cariche fisse e mobili sono le stesse a t_0^+ (per tempi superiori al tempo di transito) e per $t \to \infty$. La carica fissa è quella della regione di svuotamento dovuta alla caduta di tensione nel silicio

(in valore assoluto, é negativa):

$$\begin{aligned} Q_W &= \sqrt{2\epsilon_s q N_A (2\psi_B + V_{SB})} = 7.56 \times 10^{-4} \ \ \mathrm{C/m^2} \\ Q_{W\ tot} &= LWQ_W = 7.56 \times 10^{-14} \ \ \mathrm{C} \end{aligned}$$

La carica mobile è quella del canale. Dato che V_{DS} è piccola (regime lineare), la carica è costante sotto il canale, e può essere scritta come (in valore assoluto, è negativa):

$$\begin{aligned} Q_n &= C_{ox}(V_{GS} - V_{TH}) = 4.09 \times 10^{-3} \ \ \mathrm{C/m^2} \\ Q_{n\ tot} &= WLQ_n = 4.09 \times 10^{-13} \ \ \mathrm{C} \end{aligned}$$

ESERCIZIO 3

Nel circuito in figura, i transistori bipolari Q_1 e Q_2 sono n^+pn, con $N_A = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}, $N_D = 10^{16}$ cm^{-3}, $\tau_n = 10^{-6}$ s, $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs, $S = 1$ mm^2.

1) Determinare la lunghezza metallurgica della base dei transistori per ottenere un β_f almeno pari a 100. Determinare inoltre il valore di V_{CB} per cui il β_f raggiunge 150. [3]

2) Per $V_S = 0$, determinare le correnti e le tensioni nei transistori (facendo le approssimazioni opportune). [3]

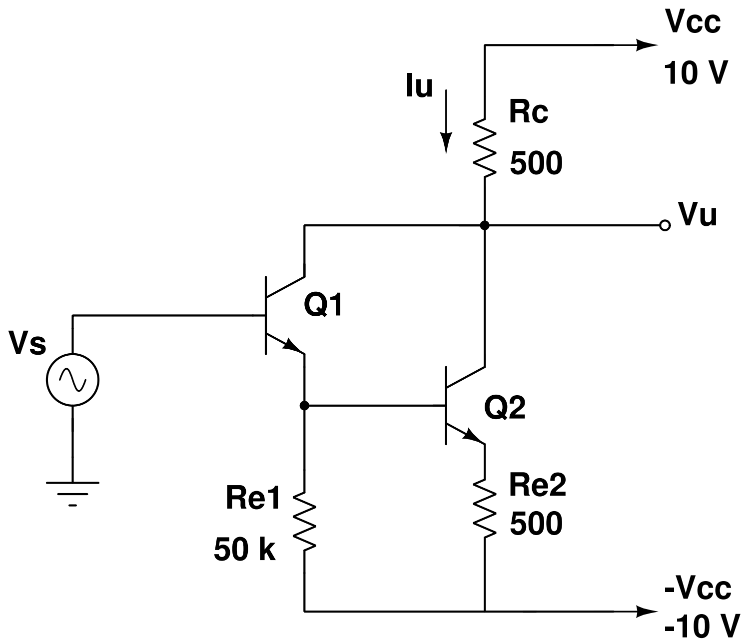
3) Determinare il guadagno in corrente complessivo minimo garantito $\beta_{ftot\ minimo} = \frac{I_U}{I_{B1}}$. [4]

SOLUZIONE 3

1) Per avere un β_f almeno pari a 100 ($\beta_{f\ minimo} = 100$):

$$\begin{aligned} \beta_f &= \frac{\tau_n}{\tau_t} = \frac{\tau_n}{\frac{W^2}{2D_n}} \\ D_n &= V_T \mu_n = 2.585 \times 10^{-3} \ \ \mathrm{m^2}/Vs \\ W &= \sqrt{2D_n \frac{\tau_n}{\beta_f}} = 7.2 \ \ \mu\mathrm{m} \end{aligned}$$

dove W è la lunghezza metallurgica della base. La lunghezza effettiva di base in zona attiva diretta è senz'altro più piccola, quindi sicuramente $\beta_f > \beta_{f\ min}$.



Un $\beta_f = 150$ significa una $W_{effettiva} = \sqrt{2D_n \frac{\tau_n}{150}} = 5.9\ \mu$m. Quindi abbiamo che $x_{nBC} = 7.2 - 5.9 = 1.3\ \mu$m. Per cui:

$$\begin{aligned}
W_{BC} &= X_{nBC}\frac{N_{AB}+N_{DC}}{N_{DC}} = 1.95\ \ \mu\text{m} \\
W_{BC} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q}\left(\frac{1}{N_A}+\frac{1}{N_D}\right)(V_0+V_{BC})} \\
V_0 + V_{BC} &= \frac{qW_{BC}^2}{2\epsilon_s}\frac{N_{AB}N_{DC}}{N_{AB}+N_{DC}} = 9.63\ \ \text{V} \\
V_0 &= V_T \ln\frac{N_A N_D}{n_i^2} = 0.675\ \ \text{V} \\
V_{BC} &= 8.95\ \ \text{V}
\end{aligned}$$

2) Avremo:

$$\begin{aligned}
V_{E1} &= -0.7\ \ \text{V} \\
V_{E2} &= -1.4\ \ \text{V} \\
I_{E2} &= \frac{V_{E2}-(-V_{CC})}{R_{E2}} = 17.2\ \ \text{mA}
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
I_{E1\ max} &= \frac{V_{E1} - (-V_{CC})}{R_{E1}} + \frac{I_{E2}}{\beta_{f\ min}} = 0.358 \ \ \mathrm{mA} \\
I_{C2} &\approx I_{E2} \\
I_{C1} &\approx I_{E1} \\
I_{R_C} &= I_{C2} + I_{C1} \approx I_{C2} = 17.2 \ \ \mathrm{mA} \\
V_u &= V_{CC} - R_C I_{R_C} = 1.4 \ \ \mathrm{V}
\end{aligned}
$$

Quindi i transistori risultano polarizzati correttamente:

$$
\begin{aligned}
V_{CE1} &= V_u - V_{E1} = 2.1 \ \ \mathrm{V} \\
I_{C1} &\approx I_{E1} = 0.36 \ \ \mathrm{mA} \\
I_{B1\ max} &= 3.6 \ \ \mu\mathrm{A}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
V_{CE2} &= V_u - V_{E2} = 2.8 \ \ \mathrm{V} \\
I_{C2} &\approx I_{E2} = 17.2 \ \ \mathrm{mA} \\
I_{B2\ max} &= 0.172 \ \ \mu\mathrm{A}
\end{aligned}
$$

3) Il guadagno in corrente complessimo è semplicemente dato da I_u diviso la corrente I_{B1} massima, che si ottiene con il $\beta_{f\ minimo}$:

$$
\beta_{f\ complessivo\ minimo} = \frac{I_u}{I_{B1\ max}} = 4778 \tag{7}
$$