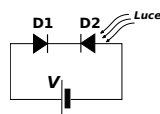


## PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 6 Febbraio 2019

### ESERCIZIO 1

In figura sono rappresentati due diodi identici:  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $\mu_p = 0.03 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $\tau_n = \tau_p = 10^{-7} \text{ s}$ ,  $S=1 \text{ mm}^2$ . Il diodo  $D2$  è illuminato uniformemente. In queste condizioni di illuminazione, la corrente di saturazione inversa è aumentata di  $I_L = 3 \text{ mA}$  (supporre la bassa iniezione).



- 1) Per  $V = 5 \text{ V}$  e  $V = -5 \text{ V}$  determinare la corrente e le cadute di tensione sui diodi. [4]
- 2) Per  $V = 5 \text{ V}$ , e per il diodo  $D1$ , determinare il campo elettrico massimo e il campo elettrico per  $x = 100 \text{ }\mu\text{m}$  (dal piano della giunzione, nella parte  $n$ ). [4]
- 3) Per  $V = 5 \text{ V}$ , e per il diodo  $D2$ , determinare il campo elettrico massimo e il campo elettrico per  $x = 100 \text{ }\mu\text{m}$  (dal piano della giunzione, nella parte  $n$ ). [2]

### ESERCIZIO 2

Un transistor  $n$ -MOS polysilicon gate, con gate in polysilicio di tipo  $p^+$ ,  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\mu_n = 0.08 \text{ m}^2/\text{Vs}$  nel canale,  $t_{ox} = 20 \text{ nm}$ ,  $W = 20 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $L = 5 \text{ }\mu\text{m}$ , è polarizzato con  $V_{GS} = 5 \text{ V}$ ,  $V_{DS} = 5 \text{ V}$ .

- 1) Determinare la lunghezza effettiva del canale e la corrente  $I_{DS}$ . [2]
- 2) Determinare l'andamento del campo elettrico  $\varepsilon_y(y)$  tra il Source ed il punto di strozzamento. SUGGERIMENTO: ricordare l'andamento di  $V(y)$ . [4]
- 3) Considerare il campo elettrico nell'ossido, in direzione perpendicolare al canale  $\varepsilon_x$ . È costante con  $y$ ? Determinare l'espressione di  $\varepsilon_x(y)$  tra il Source ed il Drain nell'ossido, e nel silicio per  $x = 0$  (interfaccia ossido-silicio). SUGGERIMENTO: ricordare l'andamento di  $Q_n(y)$  nel canale, ed applicare le approssimazioni usuali. [4]

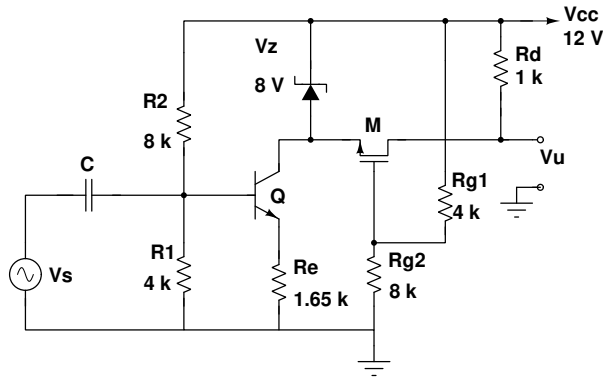
### ESERCIZIO 3

Nel circuito in figura, il transistore bipolare  $Q$  è un  $nnpn$ , con  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\tau_n = 10^{-6} \text{ s}$ ,  $\mu_n = 0.09 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $S = 1 \text{ mm}^2$ . Da misure effettuate è risultata una efficienza di emettitore  $\gamma$  pari a 0.995.

1) Determinare l'ampiezza metallurgica di base, in modo tale da garantire un  $\beta_f \text{ minimo} = 150$ . [3]

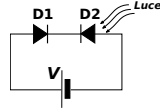
2) Il transistore  $M$  è un  $n$ -MOS, con gate metallico,  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\mu_n = 0.08 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $t_{ox} = 30 \text{ nm}$ . Determinare la funzione di lavoro del metallo di Gate per avere  $V_{TH} = 0.3 \text{ V}$ . [3]

3) Determinare  $W/L$  di  $M$  per avere  $V_C = 6 \text{ V}$ . Determinare inoltre le tensioni e le correnti nei transistori, nonché la tensione di uscita  $V_u$ . A cosa serve il diodo zener? [4]



### ESERCIZIO 1

In figura sono rappresentati due diodi identici:  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $\mu_p = 0.03 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $\tau_n = \tau_p = 10^{-7} \text{ s}$ ,  $S=1 \text{ mm}^2$ . Il diodo  $D2$  è illuminato uniformemente. In queste condizioni di illuminazione, la corrente di saturazione inversa è aumentata di  $I_L = 3 \text{ mA}$  (supporre la bassa iniezione).



- 1) Per  $V = 5 \text{ V}$  e  $V = -5 \text{ V}$  determinare la corrente e le cadute di tensione sui diodi. [4]
- 2) Per  $V = 5 \text{ V}$ , e per il diodo  $D1$ , determinare il campo elettrico massimo e il campo elettrico per  $x = 100 \text{ }\mu\text{m}$  (dal piano della giunzione, nella parte  $n$ ). [4]
- 3) Per  $V = 5 \text{ V}$ , e per il diodo  $D2$ , determinare il campo elettrico massimo e il campo elettrico per  $x = 100 \text{ }\mu\text{m}$  (dal piano della giunzione, nella parte  $n$ ). [2]

### SOLUZIONE 1

1) Per  $V = 5 \text{ V}$   $D1$  è polarizzato in diretta, mentre  $D2$  è polarizzato in inversa, e quindi la corrente nel circuito è quella  $I_0$  determinata dall'illuminazione. Avremo:

$$\begin{aligned}
 D_n &= V_T \mu_n = 2.585 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s} \\
 L_n &= \sqrt{D_n \tau_n} = 16.1 \text{ }\mu\text{m} \\
 D_p &= V_T \mu_p = 0.7755 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s} \\
 L_p &= \sqrt{D_p \tau_p} = 8.8 \text{ }\mu\text{m} \\
 I_S &= qS \left( \frac{D_n}{L_n} \frac{n_i^2}{N_A} + \frac{D_p}{L_p} \frac{n_i^2}{N_D} \right) = 3.75 \text{ pA}
 \end{aligned}$$

Quindi avremo:

$$\begin{aligned}
 I_{D1} &= I_{D2} = I_0 \\
 I_{D1} &= I_S \left( e^{\frac{V_{D1}}{V_T}} - 1 \right) \\
 V_{D1} &= V_T \ln \left( \frac{I_0}{I_S} \right) = 0.53 \text{ V}
 \end{aligned}$$

Quindi avremo  $V_{D2} = 5 - V_{D1} = 4.47$  V, applicati dal catodo all'anodo (negativa secondo le convenzioni solite).

Per  $V = -5$  V è il diodo  $D1$  ad essere polarizzato in inversa, e quindi la corrente è pari alla corrente di saturazione inversa di  $D1$ :  $I = I_S$ . Avremo dunque che  $D2$  è polarizzato in diretta con una corrente bassissima:

$$I_{D2} = I_S \left( e^{\frac{V_{D2}}{V_T}} - 1 \right) - I_0 = I_S$$

$$V_{D2} = V_T \ln \left( \frac{I_S + I_0}{I_S} \right) = 0.53 \text{ V}$$

Quindi la tensione di polarizzazione è praticamente la stessa di  $D1$  con  $V = 5$  V.

2) Avremo che il campo elettrico massimo è sul piano della giunzione, ed è pari a:

$$\mathcal{E} = \frac{qN_D}{\epsilon_s} x_n = \frac{qN_A}{\epsilon_s} x_p \quad (1)$$

Calcoliamo la regione di svuotamento per  $V = 0.53$  V ed il campo elettrico:

$$V_0 = V_T \ln \left( \frac{N_D N_A}{n_i^2} \right) = 0.634 \text{ V}$$

$$W = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left( \frac{1}{N_A + 1N_D} \right) (V_0 - V)} = 0.369 \text{ } \mu\text{m}$$

$$x_n = W \frac{N_A}{N_D + N_A} = 0.335 \text{ } \mu\text{m}$$

$$\mathcal{E} = \frac{qN_D}{\epsilon_s} x_n = 510 \text{ kV/m}$$

Per  $x = 100 \text{ } \mu\text{m}$ , nella parte  $n$ , essenzialmente la corrente è tutta di drift, poiché  $L_p \ll 100 \text{ } \mu\text{m}$ . Quindi avremo semplicemente:

$$I_0 = qS\mu_n n \mathcal{E}$$

$$\mathcal{E} = \frac{I_0}{qS\mu_n N_D} = 234 \text{ V/m}$$

3) Nel caso di  $D2$ , il campo elettrico per  $x = 100 \text{ } \mu\text{m}$  non cambia, perchè siamo in condizioni di bassa iniezione. Cambia il campo elettrico massimo,

poiché il diodo è polarizzato in inversa Calcoliamo la regione di svuotamento per  $V = -4.47$  V ed il campo elettrico:

$$W = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left( \frac{1}{N_A + 1N_D} \right) (V_0 + 4.47)} = 1.08 \text{ } \mu\text{m}$$

$$x_n = W \frac{N_A}{N_D + N_A} = 9.87 \text{ } \mu\text{m}$$

$$\mathcal{E} = \frac{qN_D}{\epsilon_s} x_n = 1.5 \text{ MV/m}$$

## ESERCIZIO 2

Un transistor  $n$ -MOS polysilicon gate, con gate in polysilicio di tipo  $p^+$ ,  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\mu_n = 0.08 \text{ m}^2/\text{Vs}$  nel canale,  $t_{ox} = 20 \text{ nm}$ ,  $W = 20 \text{ } \mu\text{m}$ ,  $L = 5 \text{ } \mu\text{m}$ , è polarizzato con  $V_{GS} = 5 \text{ V}$ ,  $V_{DS} = 5 \text{ V}$ .

- 1) Determinare la lunghezza effettiva del canale e la corrente  $I_{DS}$ . [2]
- 2) Determinare l'andamento del campo elettrico  $\epsilon_y(y)$  tra il Source ed il punto di strozzamento. SUGGERIMENTO: ricordare l'andamento di  $V(y)$ . [4]
- 3) Considerare il campo elettrico nell'ossido, in direzione perpendicolare al canale  $\epsilon_x$ . È costante con  $y$ ? Determinare l'espressione di  $\epsilon_x(y)$  tra il Source ed il Drain nell'ossido, e nel silicio per  $x = 0$  (interfaccia ossido-silicio). SUGGERIMENTO: ricordare l'andamento di  $Q_n(y)$  nel canale, ed applicare le approssimazioni usuali.[4]

## SOLUZIONE 2

- 1) Calcoliamo la tensione di soglia:

$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.73 \times 10^{-3}$$

$$\psi_B = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.347$$

$$\Phi_{MS} = \frac{E_g}{2q} - \psi_B = 0.213 \text{ V}$$

$$V_{TH} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_b}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} = 1.19 \text{ V}$$

La lunghezza effettiva di canale:

$$\begin{aligned}
 W(D\ Strozz) &= W(V_{DS} - V_{DSSat}) = W(V_{DS} - (V_{GS} - V_{TH})) \\
 V_0(DSubst) &= \frac{E_g}{2q} + \psi_B = 0.907\ \text{V} \\
 W &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A} (V_0 + V_{TH})} = 0.52\ \mu\text{m} \\
 L_{eff} &= L - W(D\ Strozz) = 4.48\ \mu\text{m}
 \end{aligned}$$

Da cui è immediato calcolare la corrente (siamo in saturazione  $V_{DS} = V_{GS} > V_{GS} - V_{TH}$ ):

$$I_{DS} = \frac{\mu_n C_{ox}}{2} \frac{W}{L_{eff}} (V_{GS} - V_{TH})^2 = 4.48\ \text{mA} \quad (2)$$

2) Sulla dispensa è stato ricavato, con le approssimazioni usuali applicate al transistor MOS (regione di svuotamento costante sotto il gate  $W(V(y)) \approx W(2\psi_B)$ ), l'andamento del potenziale tra il Source ( $y = 0$ ) ed il punto di strozzamento  $y = L_{eff}$ :

$$V(y) = (V_{GS} - V_{TH}) \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{y}{L_{eff}}} \right) \quad (3)$$

Per ottenere il campo elettrico lungo  $y$ ,  $\varepsilon_y(y)$ , basta fare la derivata di questa espressione:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_y(y) &= -\frac{\partial V(y)}{\partial y} \\
 \varepsilon_y(y) &= -\frac{V_{GS} - V_{TH}}{L_{eff}} \frac{1}{2\sqrt{1 - \frac{y}{L_{eff}}}}
 \end{aligned}$$

3) Il campo elettrico lungo  $x$   $\varepsilon_x$  nell'ossido è costante con  $x$  (supponendo l'ossido ideale), ma varia con  $y$  poiché dipende dalla carica nel silicio. Quindi avremo che  $\varepsilon_x(y)$ , costante tra  $-t_{ox}$  e 0 (0 posto all'interfaccia ossido-silicio) si può scrivere come:

$$\varepsilon_x(y) = -\frac{Q_{Si}(y)}{\epsilon_{ox}}$$

$$\begin{aligned}
Q_{Si}(y) &= Q_W(y) + Q_n(y) \approx Q_W(2\psi_B) + Q_n(y) \\
\varepsilon_x(y) &= -\frac{Q_W(2\psi_B) + Q_n(y)}{\epsilon_{ox}}
\end{aligned}$$

Basta ricordare l'espressione di  $Q_n(y)$ , che dipende dall'espressione di  $V(y)$ :

$$\begin{aligned}
Q_n(y) &= -C_{ox}(V_{GS} - V_{TH} - V(y)) \\
Q_n(y) &= -C_{ox} \left( V_{GS} - V_{TH} - (V_{GS} - V_{TH}) \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{y}{L_{eff}}} \right) \right) \\
Q_n(y) &= -C_{ox} (V_{GS} - V_{TH}) \sqrt{1 - \frac{y}{L_{eff}}}
\end{aligned}$$

Quindi:

$$\varepsilon_x(y) = \frac{\sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A} 2\psi_B} + C_{ox} (V_{GS} - V_{TH}) \sqrt{1 - \frac{y}{L_{eff}}}}{\epsilon_{ox}} \quad (4)$$

Questo è il campo elettrico nell'ossido, costante con  $x$  tra  $-t_{ox}$  e 0, ma variabile lungo  $y$ . All'interfaccia ossido-silicio, nel silicio, l'espressione è la stessa, a parte la costante dielettrica, che è quella del silicio:

$$\varepsilon_x(y) = \frac{\sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A} 2\psi_B} + C_{ox} (V_{GS} - V_{TH}) \sqrt{1 - \frac{y}{L_{eff}}}}{\epsilon_{Si}} \quad (5)$$

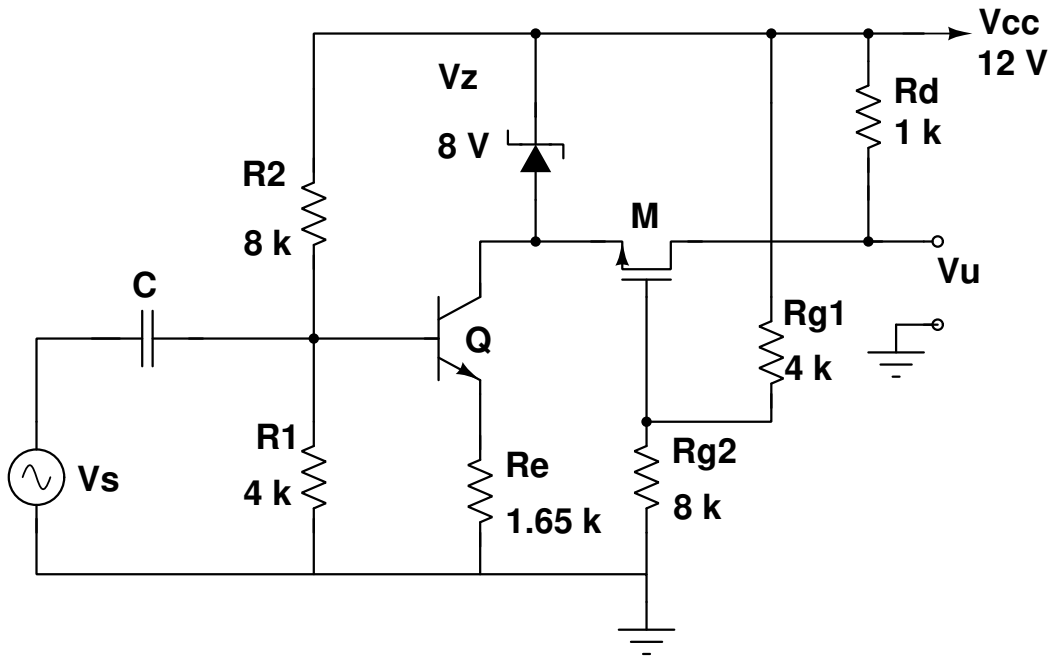
### ESERCIZIO 3

Nel circuito in figura, il transistor bipolare  $Q$  è un  $nnpn$ , con  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\tau_n = 10^{-6} \text{ s}$ ,  $\mu_n = 0.09 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $S = 1 \text{ mm}^2$ . Da misure effettuate è risultata una efficienza di emettitore  $\gamma$  pari a 0.995.

1) Determinare l'ampiezza metallurgica di base, in modo tale da garantire un  $\beta_f \text{ minimo} = 150$ . [3]

2) Il transistor  $M$  è un  $n$ -MOS, con gate metallico,  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\mu_n = 0.08 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $t_{ox} = 30 \text{ nm}$ . Determinare la funzione di lavoro del metallo di Gate per avere  $V_{TH} = 0.3 \text{ V}$ . [3]

3) Determinare  $W/L$  di  $M$  per avere  $V_C = 6 \text{ V}$ . Determinare inoltre le tensioni e le correnti nei transistori, nonché la tensione di uscita  $V_u$ . A cosa serve il diodo zener? [4]



### SOLUZIONE 3

1) Per avere un  $\beta_f$  pari a 150,  $\alpha_f$  deve essere almeno pari a:

$$\alpha_f = \frac{\beta_f}{\beta_f + 1} = 0.993377 \quad (6)$$

e quindi il fattore di trasporto in base  $\alpha_T$  deve valere:

$$\alpha_T = \frac{\alpha_f}{\gamma} = 0.9983688 \quad (7)$$

Quindi:

$$\alpha_T = \frac{1}{1 + \frac{W^2}{2L_n^2}}$$

$$W = \sqrt{\frac{2L_n^2(1 - \alpha_T)}{\alpha_T}}$$

$$D_n = V_T \mu_n = 2.326 \times 10^{-3} \text{ m}^2/s$$

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = 48.23 \text{ } \mu\text{m}$$

$$W = 2.75 \text{ } \mu\text{m}$$



2) Calcoliamo i vari parametri:

$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{C_{ox}} = 1.15 \times 10^{-3} \text{ F/m}^2$$

$$\psi_B = V_T \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.347$$

$$V_{TH} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} = 0.3$$

$$\Phi_{MS} = 0.3 - \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} - 2\psi_B = -0.81 \text{ V}$$

$$\Phi_{MS} = \Phi_M - \Phi_S$$

$$\Phi_M = \Phi_{MS} + \Phi_S = -0.81 + \chi + \frac{E_G}{2q} + \psi_B = 4.2 \text{ V}$$

3) Supponendo valido il corto circuito virtuale, abbiamo che  $V_B = V_{CC} \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 4 \text{ V}$ , quindi  $V_E = V_B - V_{BE} \simeq V_B - V_\gamma = 3.3 \text{ V}$ . Possiamo ricavare  $I_E = V_E/R_E = 2 \text{ mA}$ , con  $I_E \simeq I_C$ . Se  $V_C = V_S = 6 \text{ V}$  il diodo zener non è attivo, e quindi  $I_C = I_{DS}$ . Avremo dunque:

$$V_G = V_{CC} \frac{R_{G2}}{R_{G2} + R_{G1}} = 8 \text{ V}$$

$$V_{GS} = 2 \text{ V}$$

$$I_{DS} = \frac{\mu_n C_{ox} W}{2 L} (V_{GS} - V_{TH})^2$$

$$\frac{W}{L} = \frac{I_{DS}}{\frac{\mu_n C_{ox}}{2} (V_{GS} - V_{TH})^2} = 15$$

La tensione di uscita  $V_u = V_D = V_{CC} - R_D I_{DS} = 10 \text{ V}$ . Avremo dunque per il bipolare:

$$I_E = 2 \text{ mA}$$

$$I_C \approx I_E$$

$$I_{Bmax} = \frac{I_C}{\beta_{Fmin}} = 13 \text{ } \mu\text{A}$$

$$V_{BE} \approx V_\gamma$$

$$V_{CE} = V_C - V_E = 6 - 3.3 = 2.7 \text{ V}$$

Avremo dunque che il transistor è polarizzato correttamente in zona attiva diretta, con  $V_{CE} > V_{CESat}$  e  $I_{Bmax} = 0.013 \text{ mA} \ll V_{CC}/(R_1 + R_2) = 1 \text{ mA}$ .

Per il MOS:

$$I_{DS} = 2 \text{ mA}$$

$$V_{DS} = V_u - V_S = 4 \text{ V}$$

$$V_{GS} = 2 \text{ V}$$

Quindi il MOS è polarizzato correttamente in saturazione con  $V_{DS} = 4 \text{ V} > V_{GS} - V_{TH} = 1.7 \text{ V}$ . Il diodo zener impedisce che la tensione di collettore, in presenza di segnale  $V_S$  troppo grande, diminuisca al di sotto di  $V_{CC} - V_Z = 4 \text{ V}$ , così da evitare la saturazione del transistor bipolare.