

## PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 16 Gennaio 2019

### ESERCIZIO 1

Un transistor bipolare  $n^+pn$  ( $N_{Abase} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_{Dcollettore} = 2 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\tau_n = 10^{-6} \text{ s}$ ,  $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $S=1 \text{ mm}^2$ ) è polarizzato con  $I_B = 20 \text{ }\mu\text{A}$ ,  $V_{CE} = 5 \text{ V}$ . È stata misurata  $V_{BE} = 0.6 \text{ V}$ .

1) Determinare le tensioni e le correnti ai terminali, nonché la lunghezza metallurgica della base. [3]

2) La tensione  $V_{CE}$  viene portata a 10 V. Facendo le dovute approssimazioni per la valutazione della  $V_{CB}$  (da verificare alla fine dei calcoli) determinare le tensioni e le correnti ai terminali. [4]

3) Determinare la resistenza differenziale di uscita, cioè la pendenza della caratteristica  $I_C/V_{CE}$  con  $I_B$  costante. Suggestire inoltre quale parametro del transistor modificare per poterla diminuire. [3]

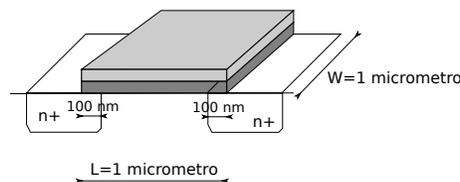
**ESERCIZIO 2** Un processo polysilicon gate è stato caratterizzato misurando alcuni condensatori  $n$ -MOS (drogaggio del substrato  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ). Dalla curva  $CV$  è stata misurata  $C_{max} = 1.73 \times 10^{-3} \text{ F/m}^2$ , e  $C_{min}$  è stata ottenuta per  $V = 1 \text{ V}$ .

1) Determinare la carica nell'ossido, nonché il valore di  $C_{min}$ . [2]

Il processo consente di fabbricare transistori  $n$ -MOS, come quello in figura ( $L = W = 1 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $\mu_n$  nel canale  $0.08 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ). Come si vede, il processo di drogaggio non è ottimizzato, ed è presente una sottodiffusione  $n+$  che si estende 100 nm sotto il Gate. Questa sottodiffusione introduce delle capacità parassite non volute. Un transistor viene polarizzato con  $V_{GS} = 3 \text{ V}$ .

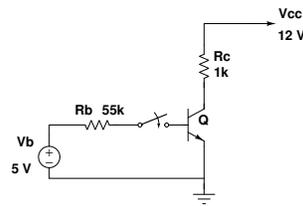
2) Per  $V_{DS} = 3 \text{ V}$  determinare  $C_{GS}$ ,  $C_{GD}$  e gli altri parametri differenziali  $g_m$  ed  $r_d$  del circuito equivalente per piccolo segnale. [4]

3) Per  $V_{DS} = 0.1 \text{ V}$  determinare le capacità differenziali  $C_{GS}$  e  $C_{GD}$ , nonché la resistenza differenziale. [4]



**ESERCIZIO 3** Nel circuito in figura, il transistor bipolare è un  $n^+pn^+$ , con  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\tau_n = 10^{-6} \text{ s}$ ,  $\mu_n = 0.09 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $S = 1 \text{ mm}^2$ .

- 1) Progettare il transistoro (determinare il  $\beta_f$  e la lunghezza metallurgica della base) in maniera tale che, a tasto chiuso, il transistoro sia in saturazione. [4]
- 2) A tasto aperto, determinare la tensione  $V_{BE}$  e la corrente  $I_C$ , dimostrando che è molto piccola rispetto alla  $I_C$  che si ha a tasto chiuso (fare le approssimazioni opportune). [3]
- 3) Determinare il tempo di accensione  $t_{on}$  e di spengimento  $t_{sd}$ . SUGGERIMENTO: considerare la  $I_B$  costante e pari a quella di regime.[3]



### ESERCIZIO 1

Un transistoro bipolare  $n^+pn$  ( $N_{Abase} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_{Dcollettore} = 2 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\tau_n = 10^{-6} \text{ s}$ ,  $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $S=1 \text{ mm}^2$ ) è polarizzato con  $I_B = 20 \text{ }\mu\text{A}$ ,  $V_{CE} = 5 \text{ V}$ . È stata misurata  $V_{BE} = 0.6 \text{ V}$ .

1) Determinare le tensioni e le correnti ai terminali, nonché la lunghezza metallurgica della base. [3]

2) La tensione  $V_{CE}$  viene portata a 10 V. Facendo le dovute approssimazioni per la valutazione della  $V_{CB}$  (da verificare alla fine dei calcoli) determinare le tensioni e le correnti ai terminali. [4]

3) Determinare la resistenza differenziale di uscita, cioè la pendenza della caratteristica  $I_C/V_{CE}$  con  $I_B$  costante. Suggestire inoltre quale parametro del transistoro modificare per poterla diminuire. [3]

### SOLUZIONE 1

1) Facendo riferimento al modello a controllo di carica, è possibile ricavare la  $W_{effettiva}$  ( $W$ ):

$$I_B = \frac{Q_B}{\tau_n}$$
$$I_B = \frac{\frac{qS n_i^2}{N_{AB}} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} W}{2\tau_n}$$
$$W = \frac{2\tau_n I_B}{\frac{qS n_i^2}{N_{AB}} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}} = 0.92 \text{ }\mu\text{m}$$

Da questo possiamo ricavare  $I_C$ :

$$\beta_f = \frac{\tau_n}{\tau_t}$$
$$\tau_t = \frac{W^2}{2D_n}$$
$$D_n = V_T \mu_n = 2.585 \times 10^{-3}$$
$$\tau_t = 1.97 \times 10^{-9} \text{ s}$$
$$\beta_f = 6078$$
$$I_C = \beta_f I_B = 121 \text{ mA}$$

La lunghezza metallurgica della base può essere ricavata dalla  $V_{CB} = V_{CE} - V_{BE} = 4.4$  V:

$$\begin{aligned}
 V_{0BC} &= V_T \ln \frac{N_{AB} N_{DC}}{n_i^2} = 0.71 \text{ V} \\
 W_{BC} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left( \frac{1}{N_{AB}} + \frac{1}{N_{DC}} \right) (V_0 + V_{CB})} = 1 \text{ } \mu\text{m} \\
 x_{nB} &= W_{BC} \frac{N_{DC}}{N_{AB} + N_{DC}} = 0.67 \text{ } \mu\text{m} \\
 W_{metallurgica} &= W_{eff} + x_{nB} = 1.6 \text{ } \mu\text{m}
 \end{aligned}$$

2) La lunghezza effettiva di base diminuisce per l'aumento di  $V_{CE}$ , che provoca un aumento di  $V_{CB}$ . Essendo  $I_B$  costante, quindi  $Q_B$  si mantiene, la tensione  $V_{BE}$  deve aumentare. Quindi, non possiamo calcolare la  $V_{BC}$  per determinare la nuova lunghezza effettiva di base. Tuttavia, possiamo supporre che  $V_{BE}$  non sia troppo diversa da quella che si ha con  $V_{CE} = 5$  V; peraltro la concentrazione di portatori varia esponenzialmente con la tensione (quindi la tensione varia di poco) e per di più la  $W$  varia con la radice quadrata della tensione. Possiamo quindi assumere, per il calcolo della  $V_{CB}$ :  $V_{BE}(5) \simeq V_{BE}(10)$ , e  $V_{CB} = V_{CE} - V_{BE} = 10 - 0.6 = 9.4$  V. Avremo dunque:

$$\begin{aligned}
 W_{BC} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left( \frac{1}{N_{AB}} + \frac{1}{N_{DC}} \right) (V_0 + V_{CB})} = 1.45 \text{ } \mu\text{m} \\
 x_{nB} &= W_{BC} \frac{N_{DC}}{N_{AB} + N_{DC}} = 0.97 \text{ } \mu\text{m} \\
 W_{effettiva} &= W_{met} - x_{nB} = 0.62 \text{ } \mu\text{m}
 \end{aligned}$$

Possiamo calcolare adesso  $V_{BE}$  tramite il modello a controllo di carica:

$$\begin{aligned}
 I_B &= \frac{\frac{qS n_i^2}{N_{AB}} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} W}{2\tau_n} \\
 e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} &= \frac{2\tau_n I_B}{\frac{qS n_i^2}{N_{AB}} W} \\
 V_{BE} &= V_T \ln \frac{2\tau_n I_B}{qS \frac{n_i^2}{N_{AB}} W} = 0.61 \text{ V}
 \end{aligned}$$

Quindi l'approssimazione usata per il calcolo della  $V_{CB}$  è molto buona. A questo punto non rimane che calcolare  $I_C$ , determinando il nuovo  $\beta_f$ :

$$\begin{aligned}\beta_f &= \frac{\tau_n}{\tau_t} \\ \tau_t &= \frac{W^2}{2D_n} \\ \tau_t &= 1.62 \times 10^{-9} \text{ s} \\ \beta_f &= 13449 \\ I_C &= \beta_f I_B = 269 \text{ mA}\end{aligned}$$

3) la resistenza differenziale è pari a:

$$r_d = \frac{V_{CE2} - V_{CE1}}{I_{C2} - I_{C1}} = 34 \text{ } \Omega \quad (1)$$

La resistenza differenziale è minore se il collettore viene drogato di meno, in maniera tale che la regione di svuotamento si estenda principalmente nel collettore.

## ESERCIZIO 2

Un processo polysilicon gate è stato caratterizzato misurando alcuni condensatori  $n$ -MOS (drogaggio del substrato  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ). Dalla curva  $CV$  è stata misurata  $C_{max} = 1.73 \times 10^{-3} \text{ F/m}^2$ , e  $C_{min}$  è stata ottenuta per  $V = 1 \text{ V}$ .

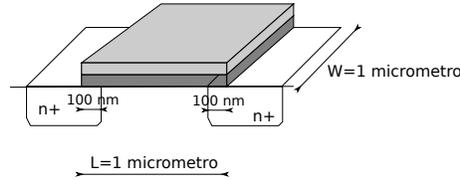
1) Determinare la carica nell'ossido, nonché il valore di  $C_{min}$ . [2]

Il processo consente di fabbricare transistori  $n$ -MOS, come quello in figura ( $L = W = 1 \text{ } \mu\text{m}$ ,  $\mu_n$  nel canale  $0.08 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ). Come si vede, il processo di drogaggio non è ottimizzato, ed è presente una sottodiffusione  $n+$  che si estende  $100 \text{ nm}$  sotto il Gate. Questa sottodiffusione introduce delle capacità parassite non volute. Un transistorore viene polarizzato con  $V_{GS} = 3 \text{ V}$ .

2) Per  $V_{DS} = 3 \text{ V}$  determinare  $C_{GS}$ ,  $C_{GD}$  e gli altri parametri differenziali  $g_m$  ed  $r_d$  del circuito equivalente per piccolo segnale. [4]

3) Per  $V_{DS} = 0.1 \text{ V}$  determinare le capacità differenziali  $C_{GS}$  e  $C_{GD}$ , nonché la resistenza differenziale. [4]

## SOLUZIONE 2



1) La tensione di soglia vale  $V_{TH} = 1$  V, mentre dal valore di  $C_{max} = 1.73 \times 10^{-3}$  F/m<sup>2</sup> possiamo ricavare lo spessore dell'ossido:

$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}}$$

$$t_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{C_{ox}} = 20 \text{ nm}$$

Calcoliamo adesso la tensione di soglia ideale, senza carica nell'ossido:

$$\psi_B = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.347$$

$$\Phi_{MS} = - \left( \frac{E_g}{2q} + \psi_B \right) = -0.9 \text{ V}$$

$$V_{THid} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_b}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} = 0.07 \text{ V}$$

Quindi:

$$V_{TH} = V_{THid} - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}} = 1 \text{ V}$$

$$C_{ox} = \frac{Q_{ox}}{V_{THid} - V_{TH}} = -1.6 \times 10^{-3} \text{ C/m}^2$$

Il minimo valore della capacit  si ottiene facilmente:

$$C_{min} = \frac{C_{Si} C_{ox}}{C_{Si} + C_{ox}}$$

$$C_{Si} = \frac{\epsilon_{Si}}{W(2\psi_B)}$$

$$W(2\psi_B) = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q N_A 2\psi_B}} = 0.302 \text{ } \mu\text{m}$$

$$C_{Si} = 3.49 \times 10^{-4} \text{ F/m}^2$$

$$C_{min} = 2.9 \times 10^{-4} \text{ F/m}^2$$

2) A causa della sottodiffusione, il canale non è  $L = 1 \mu\text{m}$ , ma  $L = 0.8 \mu\text{m}$ . Oltre a questo, la sottodiffusione aumenta la  $C_{GS}$  e la  $C_{GD}$ . Senza sottodiffusione, la  $C_{GS}$  è quella dovuta al canale in saturazione ( $V_{DS} = V_{GS} > V_{GS} - V_{TH}$ , pari a  $2/3C_{ox}WL$ , dove  $L = 0.8 \mu\text{m}$ ). A questa si aggiunge la capacità dovuta alla sottodiffusione, che si può calcolare come quella di un condensatore a facce piane e parallele:

$$\begin{aligned} C_{GS\text{canale}} &= \frac{2}{3}C_{ox}WL = 9.23 \times 10^{-16} \text{ F} \\ C_{sottodiff} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}}W \times 0.1 \mu\text{m} = 1.73 \times 10^{-16} \text{ F} \end{aligned}$$

Le due capacità sono in parallelo, quindi la capacità totale è la somma delle due:  $C_{GS} = 1.1 \times 10^{-15} \text{ F}$ . Per quanto riguarda la  $C_{GD}$  l'unica capacità da considerare è quella della sottodiffusione:  $C_{GD} = 1.73 \times 10^{-16} \text{ F}$ .

Calcoliamo adesso il  $g_m$  e la  $r_d$ . Per quanto riguarda il  $g_m$ , il transistor è in saturazione:

$$g_m = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{TH}) = 1.75 \times 10^{-4} \quad (2)$$

Per quanto riguarda la resistenza differenziale, dobbiamo calcolare la lunghezza effettiva del canale per  $V_{DS} = 3 \text{ V}$ :

$$\begin{aligned} V_{0Dcan} &= |\Phi_{MS}| = 0.9 \text{ V} \\ W_{Dstrozz}(V_{DS} - V_{DSSat}) &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A} (V_{0Dcan} + V_{DS} - V_{DSSat})} = 0.5 \mu\text{m} \\ L_{eff} &= 0.8 - 0.5 = 0.3 \mu\text{m} \end{aligned}$$

Calcoliamo la  $I_{DS}$  per  $V_{DS} = V_{DSSat} = 2 \text{ V}$  e per  $V_{DS} = 3 \text{ V}$ , e da questa otteniamo  $r_d$  come spiegato nella dispensa:

$$\begin{aligned} I_{DS}(V_{DSSat}) &= \frac{\mu_n C_{ox}}{2} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{TH})^2 = 3.5 \times 10^{-4} \text{ A} \\ I_{DS}(V_{DS} = 3) &= 9.3 \times 10^{-4} \text{ A} \\ r_d &= \frac{V_{DS} - V_{DSSat}}{I_{DS}(V_{DS} = 3) - I_{DS}(V_{DSSat})} = 1724 \Omega \end{aligned}$$

3) Per  $V_{DS} = 0.1 \text{ V}$  siamo in regime lineare. Quindi, se non ci fosse la sottodiffusione avremo:  $C_{GS} = C_{GD} = \frac{C_{ox}}{2}WL = 1.4 \times 10^{-15} \text{ F}$ . Con la sottodiffusione, alle due capacità si somma semplicemente la capacità dovuta alla

sottodiffusione, calcolata nel punto precedente. La resistenza differenziale è semplicemente la resistenza di canale:

$$\frac{1}{r_d} = \frac{1}{R_{can}} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{TH}) = 3.5 \times 10^{-4}$$

$$r_d = 2857 \ \Omega$$

### ESERCIZIO 3

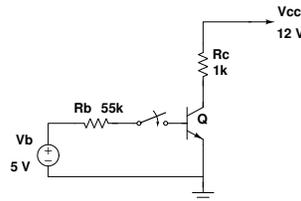
#### ESERCIZIO 3

Nel circuito in figura, il transistorore bipolare è un  $n^+pn^+$ , con  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\tau_n = 10^{-6} \text{ s}$ ,  $\mu_n = 0.09 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $S = 1 \text{ mm}^2$ .

1) Progettare il transistorore (determinare il  $\beta_f$  e la lunghezza metallurgica della base) in maniera tale che, a tasto chiuso, il transistorore sia in saturazione. [4]

2) A tasto aperto, determinare la tensione  $V_{BE}$  e la corrente  $I_C$ , dimostrando che è molto piccola rispetto alla  $I_C$  che si ha a tasto chiuso (fare le approssimazioni opportune). [3]

3) Determinare il tempo di accensione  $t_{on}$  e di spengimento  $t_{sd}$ . SUGGERIMENTO: considerare la  $I_B$  costante e pari a quella di regime. [3]



### SOLUZIONE 3

1) A tasto chiuso la corrente di base risulta pari a:

$$V_B = R_B I_B + V_\gamma$$

$$I_B = \frac{V_B - V_\gamma}{R_B} = 78 \ \mu\text{A}$$

In saturazione  $I_C \simeq \frac{V_{CC}}{R_C} = 12 \text{ mA}$ . In polarizzazione attiva diretta, per ottenere questa  $I_C = 12 \text{ mA}$  con  $I_B = 78 \text{ }\mu\text{A}$  basterebbe un  $\beta_f = 12/0.078 = 153$ . Per forzare la saturazione, il  $\beta_f$  deve essere molto più grande; questo equivale a dire che per avere una  $I_{C\text{sat}} = 12 \text{ mA}$  bisogna usare una corrente di base almeno doppia rispetto alle condizioni in zona attiva diretta. Quindi dovremo dimensionare la lunghezza di base in maniera tale da avere un  $\beta_f = 2I_C/I_B = 306$ :

$$\begin{aligned}\beta_f &= \frac{\tau_n}{\tau_t} = \frac{\tau_n}{\frac{W^2}{2D_n}} \\ W &= \sqrt{\frac{2\tau_n D_n}{\beta_f}} \\ D_n &= V_T \mu_n = 2.33 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s} \\ W &= 3.9 \text{ }\mu\text{m}\end{aligned}$$

2) Dalle dispense, possiamo calcolare subito che  $\delta n(0) = n_0 = \frac{n_i^2}{N_D}$ ,  $n(0) = 2n_0$ ,  $V_{BE} = V_T \ln 2 = 0.018 \text{ V}$ . A tasto aperto avremo che la corrente  $I_C$  è piccola, quindi  $V_{CB} \simeq V_{CE} = 12 \text{ V}$  trascurando la caduta sulla  $R_C$ . Avremo dunque:

$$\begin{aligned}I_C &= qSD_n \frac{2n_0}{W_{eff}} \\ W_{eff} &= W - x_{pBC} \\ V_{0BC} &= V_T \ln \frac{N_{AB} N_{DC}}{n_i^2} = 0.87 \text{ V} \\ x_{pBC} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_{AB}}} (V_0 + V_{BC}) = 1.3 \text{ }\mu\text{A}\end{aligned}$$

Quindi:

$$\begin{aligned}W_{eff} &= 3.9 - 1.3 = 2.6 \text{ }\mu\text{m} \\ I_C &= 3.2 \text{ pA}\end{aligned}$$

Quindi avremo  $I_C \ll I_{C\text{sat}}$ , ed inoltre la caduta su  $R_C$  è pari a 3.2 nV, assolutamente trascurabile.

3) Dalle dispense abbiamo:

$$t_{on} = \tau_n \ln \frac{1}{1 - \frac{I_{CSat}}{\beta_f I_B}} = 0.7 \mu s$$

$$t_{sd} = \tau_n \ln \frac{\beta_f I_B}{I_{CSat}} = 0.7 \mu s$$