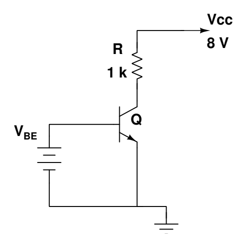
PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 19 Settembre 2018

ESERCIZIO 1

Nel circuito in figura (V_{CC} = 8 V, R = 1 kΩ), il transistore *npn* ha $N_{Demettitore} = 10^{17}$ cm^{-3} (emettitore lungo), $N_{Abase} = 10^{16}$ cm^{-3}, $N_{Ccollettore} = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$ s, $\mu_n = 0.09$ m^2/Vs, $\mu_p = 0.03$ m^2/Vs, S=1 mm^2, $W_{metallurgica} = 3$ μm. La tensione V_{BE} è incognita, ed è stata misurata I_C pari a 3 mA.



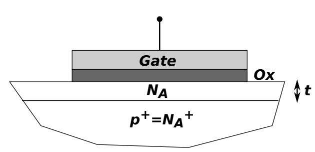
1) Determinare la lunghezza effettiva di base (per il calcolo della regione di svuotamento si usi l'approssimazione $V_{BE} \approx V_\gamma$) e, in seguito, il valore esatto della tensione V_{BE}. [3]

2) Determinare il fattore di trasporto della base α_T e la corrente totale di base (emettitore lungo). [4]

3) Determinare l'efficienza di emettitore, nonchè α_f e β_f. [3]

ESERCIZIO 2

Il condensatore MOS in figura, ideale con t_{ox} = 30 nm, è fabbricato su un substrato di silicio p^+ con in top un sottile strato drogato $p = N_A = 10^{15}$ cm^{-3}, spesso t = 400 nm (vedi figura).



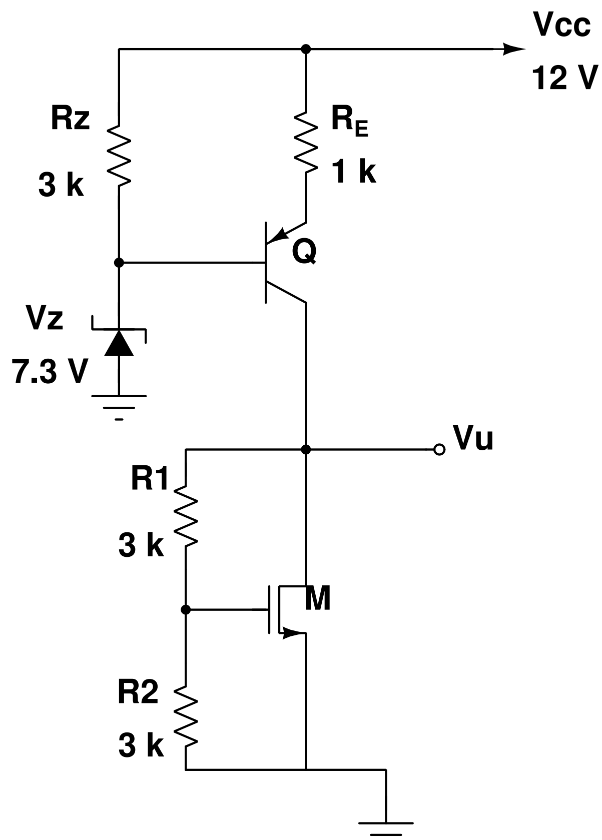
1) Disegnare qualitativamente l'andamento del campo elettrico all'inversione, in funzione di x, e scrivere un'espressione analitica di $\mathcal{E}(x)$ in $0 < x < t$ (0 all'interfaccia ossido-silicio). (Per inversione si intende $n_s = N_A$, non $n_s = N_A^+$). [4]

2) Calcolare il campo elettrico all'inversione, per $x = 0$ (interfaccia ossido-silicio) e $x = t$. [3]

3) Calcolare la tensione di soglia, usando il valore del campo elettrico alla superficie determinato nel punto 2. [3]

ESERCIZIO 3

Nel circuito in figura, il transistore Q è un p^+np con $\beta_{fmin} = 300$, M è un trasistore n-MOS polysilicon gate, con gate di tipo p^+, $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $t_{ox} = 30$ nm, $\mu_n = 0.08$ m^2/Vs, $V_{TH} = 1$ V, $W/L = 18$, $L = 3$ μm.



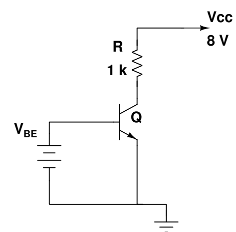
1) Determinare la carica nell'ossido per il transistore n-MOS. [2]

2) Determinare la tensione di uscita ed il punto di riposo dei transistori. [4]

3) Date V_{DS} e V_{GS} calcolate nel punto 2, determinare la lunghezza effettiva di canale e la corrente I_{DS} corrispondente, confrontandola con quella del punto 2. Il circuito può funzionare? [4]

ESERCIZIO 1

Nel circuito in figura ($V_{CC} = 8$ V, $R = 1$ kΩ), il transistore *npn* ha $N_{Demettitore} = 10^{17}$ cm^{-3} (emettitore lungo), $N_{Abase} = 10^{16}$ cm^{-3}, $N_{Ccollettore} = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$ s, $\mu_n = 0.09$ m^2/Vs, $\mu_p = 0.03$ m^2/Vs, S=1 mm^2, $W_{metallurgica} = 3$ μm. La tensione V_{BE} è incognita, ed è stata misurata I_C pari a 3 mA.



1) Determinare la lunghezza effettiva di base (per il calcolo della regione di svuotamento si usi l'approssimazione $V_{BE} \approx V_\gamma$) e il valore esatto della tensione V_{BE}. [4]

2) Determinare il fattore di trasporto della base e la corrente di base (emettitore lungo)[3].

3) Determinare l'efficienza di emettitore, nonchè α_f e β_f. [3]

SOLUZIONE 1

1) Per il calcolo della lunghezza effettiva di base bisogna ricavare la regione di svuotamento base-collettore, determinata da V_{CB}. Facendo l'approssimazione suggerita dal testo abbiamo $V_{CB} = V_{CE} - V_{BE} \simeq V_{CE} - V_\gamma$ dove $V_{CE} = V_{CC} - RI_C = 5$ V, e quindi $V_{CB} \simeq 4.3$ V. Abbiamo quindi:

$$\begin{aligned}
V_{0BE} &= V_T \ln \frac{N_{Abase} N_{Dcollettore}}{n_i^2} = 0.677 \ \text{ V} \\
W_{BE}(V = 4.3 \text{ V}) &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q}\left(\frac{1}{N_{Abase}} + \frac{1}{N_{Dcollettore}}\right)(V_0 + V_{CB})} = 1.40 \ \mu\text{m} \\
X_{BE} &= W_{BE} \frac{N_{Dcollettore}}{N_{Abase} + N_{Dcollettore}} = 0.47 \ \mu\text{m} \\
W_{effettiva} &= W_{metallurgica} - 0.47 = 2.53 \ \mu\text{m}
\end{aligned}$$

Per il calcolo del valore esatto della V_{BE} possiamo fare riferimento al modello a controllo di carica ($W = W_{effettivo}$):

$$\begin{aligned}
I_C &= \frac{Q_B}{\tau_t} \\
Q_B &= qS\frac{n_i^2}{N_A}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1\right)\frac{W}{2} \\
\tau_t &= \frac{W^2}{2D_n} \\
I_C &= qS\frac{n_i^2}{N_A}\frac{D_n}{W}\left(e^{V_{BE}/overV_T} - 1\right)
\end{aligned}$$

Trascurando l'1 sottratto all'esponenziale avremo:

$$\begin{aligned}
D_n &= V_T\mu_n = 2.33 \times 10^{-3} \ \ \mathrm{m^2/s} \\
V_{BE} &= V_T \ln\frac{I_C W}{qS\frac{n_i^2}{N_A}D_n} = 0.51 \ \ \mathrm{V}
\end{aligned}$$

2) Il calcolo di α_T è immediato:

$$\begin{aligned}
L_n &= \sqrt{D_n\tau_n} = 48.27 \ \ \mu\mathrm{m} \\
\alpha_T &= \frac{1}{1 + \frac{W^2}{2L_n^2}} = 0.9986283
\end{aligned}$$

La corrente di base è data da due contributi: iniezione di elettroni dall'emettitore alla base, il cui contributo è Q_B/τ_n, e iniezione di lacune dalla base all'emettitore, che non è trascurabile poichè l'emettitore non è fortemente drogato.

$$\begin{aligned}
I_{B\ emettitore-base} &= \frac{Q_B}{\tau_n} = qS\frac{n_i^2}{N_A}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1\right)\frac{W}{2\tau_n} = \frac{I_C}{\frac{\alpha_T}{1-\alpha_T}} = 4.12 \ \ \mu\mathrm{A} \\
I_{B\ base-emettitore} = I_{Ep} &= qS\frac{n_i^2}{N_{Demettitore}}\frac{D_p}{L_p}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1\right) \\
D_p &= V_T\mu_p = 0.777 \times 10^{-3} \ \ \mathrm{m^2/s} \\
L_p &= \sqrt{D_p\tau_p} = 27.87 \ \ \mu\mathrm{m} \\
I_{B\ base-emettitore} = I_{Ep} &= 30.65 \ \ \mu\mathrm{A} \\
I_B &= 34.77 \ \ \mu\mathrm{A}
\end{aligned}$$

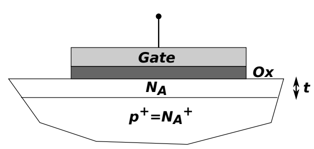
3) L'efficienza di emettitore è data dal rapporto tra la corrente "utile" dell'emettitore, dovuta agli elettroni iniettati nella base e la cui massima parte arriva sul collettore, e la corrente totale, che comprende anche la frazione dovuta all'iniezione della base verso l'emettitore.

$$\gamma_E = \frac{I_{En}}{I_{Ep} + I_{En}}$$
$$\gamma_E = \frac{I_{E0n}}{I_{E0p} + I_{E0n}}$$

Si possono fare tutti i conti, oppure far riferimento ai conti del punto precedente, considerando la piccolissima approssimazione $I_{En} \approx I_C$ e ricordando che $I_{B\ base-emettitore} = I_{Ep}$. Otteniamo $\gamma_E = 0.9899$ Abbiamo allora $\alpha_f = \gamma_E \alpha_T = 0.98852883$ e $\beta_f = \frac{\alpha_f}{1-\alpha_f} = 86.17$.

ESERCIZIO 2

Il condensatore MOS in figura, ideale con $t_{ox} = 30$ nm, è fabbricato su un substrato di silicio p^+ con in top un sottile strato drogato $p = N_A = 10^{15}$ cm^{-3}. Lo strato è spesso $t = 400$ nm.



1) Disegnare qualitativamente l'andamento del campo elettrico all'inversione, in funzione di x, e scriverne un'espressione analitica in funzione di $\mathcal{E}(x = t)$ per $0 < x < t$ ($x = 0$ all'interfaccia ossido-silicio). Per inversione si intende $n_s = N_A$ (non N_A^+).[4]

2) Calcolare il campo elettrico all'inversione, per $x = 0$ (interfaccia ossido-silicio) e $x = t$. [3]

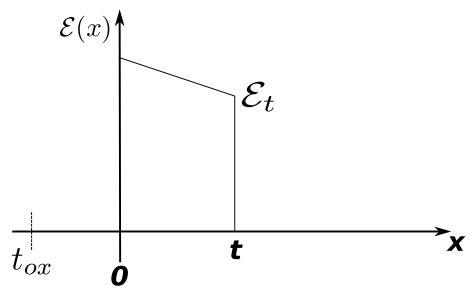
3) Calcolare la tensione di soglia.[3]

SOLUZIONE 2

1) La prima cosa da notare è che la regione di svuotamento all'inversione $W(2\psi_B)$ è più grande di t:

$$\begin{aligned}
\psi_B &= \frac{kT}{q}\ln\frac{N_A}{n_i} = 0.288 \\
W(2\psi_B) &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A}2\psi_B} = 870 \quad \mathrm{nm}
\end{aligned}$$

Quindi, all'inversione, la regione di svuotamento prende tutto lo strato t. Il campo elettrico non penetra nella regione p^+, o meglio penetra in uno strato piccolissimo, svuotandolo per uno spessore trascurabile. Il campo elettrico ha un andamento qualitativo come riportato in figura: La pendenza



del campo elettrico tra 0 e t è determinato dalla carica $-qN_A$ nello strato t che è completamente svuotato. Indicando con E_t il campo elettrico in $x = t$ è immediato verificare che l'andamento del campo elettrico può essere scritto come:

$$\mathcal{E}(x) = \mathcal{E}_t + \frac{qN_A}{\epsilon_s}(t - x) \tag{1}$$

Quindi per $x = t$ avremo $\mathrm{E}(t)$=E_t, e per $x = 0$ (alla superficie) avremo $\mathrm{E}_s = \mathcal{E}_t + \frac{qN_A}{\epsilon_s}t$

2) L'area del profilo del campo elettrico (integrale) è pari alla differenza di potenziale nel silicio che all'inversione è pari a $2\psi_B$. Facendo l'area del trapezio avremo dunque:

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\mathcal{E}_t + \mathcal{E}_s}{2}\right) t &= 2\psi_B \\
\left(\frac{\mathcal{E}_t + \mathcal{E}_t + \frac{qN_A}{\epsilon_s}t}{2}\right) t &= 2\psi_B
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{E}_t + \frac{qN_A}{2\epsilon_s}t &= \frac{2\psi_B}{t} \\
\mathcal{E}_t &= \frac{2\psi_B}{t} - \frac{qN_A}{2\epsilon_s}t = 1.136 \ \ \mathrm{MV/m} \\
\mathcal{E}_s = \mathcal{E}(x=0) &= 1.744 \ \ \mathrm{MV/m}
\end{aligned}
$$

3) La caduta di tensione all'inversione (cioè la tensione di soglia) è data dalla caduta nell'ossido più la caduta di tensione nel silicio, che è pari a $2\psi_B$:

$$
\begin{aligned}
V_{TH} &= V_{ox} + 2\psi_B \\
V_{TH} &= \mathcal{E}_{ox}\ t_{ox} + 2\psi_B \\
V_{TH} &= \frac{\mathcal{E}_s}{\epsilon_{ox}}\epsilon_{Si}\ t_{ox} + 2\psi_B = 0.68 \ \ \mathrm{V}
\end{aligned}
$$

ESERCIZIO 3

Nel circuito in figura, il transistore Q è un p^+np con $\beta_{fmin} = 300$, M è un trasistore n-MOS polysilicon gate, con gate di tipo p^+, $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $t_{ox} = 30$ nm, $\mu_n = 0.08$ m^2/Vs, $V_{TH} = 1$ V, $W/L = 18$, $L = 3$ μm.

1) Determinare la carica nell'ossido per il transistore n-MOS. [2]

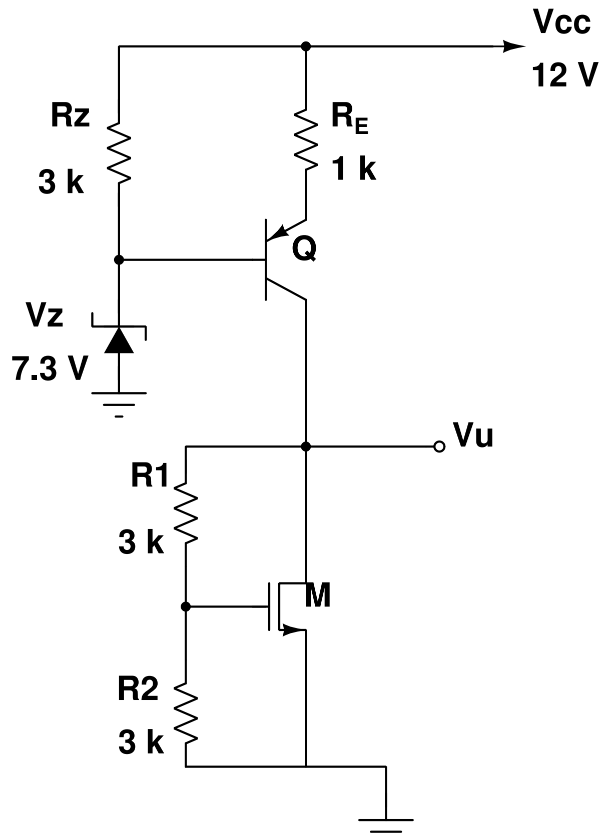
2) Determinare la tensione di uscita ed il punto di riposo dei transistori. [4]

3) Date V_{DS} e V_{GS} calcolate nel punto 2, determinare la lunghezza effettiva di canale e la corrente I_{DS} corrispondente, confrontandola con quella del punto 2. Il circuito può funzionare? [4]

SOLUZIONE 3

1) Calcoliamo i parametri del condensatore MOS:

$$
\begin{aligned}
C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.15 \times 10^{-3} \\
\psi_B &= V_T \ln\frac{N_A}{n_i} = 0.347 \ \ \mathrm{V} \\
\Phi_{MS} &= \frac{E_g}{2q} - \psi_B = 0.213 \ \ \mathrm{V}
\end{aligned}
$$



$$V_{TH} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}} = 1 \text{ V}$$
$$Q_{ox} = \sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B} - C_{ox}(2\psi_B + \Phi_{MS}) - C_{ox}V_{TH} = 3.76 \times 10^{-4} \text{ C/m}^2$$

2) La tensione di base di Q è pari a 7.3 V, quindi $V_E = 8$ V $I_E = (12-8)/1 = 4$ mA. La corrente di base è al massimo $I_{Bmax} = 4/300 = 0.013$ mA. Poichè la corrente in R_Z può essere stimata come $(12-7.3)/R_Z = 1.6$ mA $>> I_B$, quindi lo zener è correttamente polarizzato con $I_Z > 1$ mA. La corrente I_C di 4 mA si divide tra la I_{DS} e la corrente di polarizzazione del partitore per la V_{GS}. Possiamo scrivere:

$$I_{DS} = I_C - \frac{V_{GS}}{R_2}$$

$$I_C - \frac{V_{GS}}{R_2} = \frac{\mu_n C_{ox}}{2}\frac{W}{L}\left(V_{GS} - V_{TH}\right)^2$$

Questa seconda equazione è una equazione in V_{GS} risolvibile facilmente. Come soluzione accettabile da $V_{GS} = 3$ V, quindi $I_{DS} = 3$ mA, $V_{DS} = V_u = 6$ V. Quindi M è correttamente polarizzato in saturazione con $V_{DS} > V_{GS} - V_{TH}$ e Q è in zona attiva diretta, con $V_{EC} = 8 - 6 = 2$ V.

$$\begin{aligned}
V_{GS} &= 3 \ \ \mathrm{V} \\
V_{DS} &= V_u = 6 \ \ \mathrm{V} \\
I_{DS} &= 3 \ \ \mathrm{mA}
\end{aligned}$$

E per Q:

$$\begin{aligned}
I_E \approx I_C &= 4 \ \ \mathrm{mA} \\
V_{EB} &= \approx V_\gamma = 0.7 \ \ \mathrm{V} \\
V_{EC} &= 2 \ \ \mathrm{V} \\
I_{Bmax} &= 13 \ \ \mu\mathrm{A}
\end{aligned}$$

3) Calcoliamo l'ampiezza della regione di svuotamento drain-substrato:

$$\begin{aligned}
V_{0DBulk} &= \frac{E_g}{2q} + \psi_B = 0.907 \ \ \mathrm{V} \\
V_{DSSat} &= V_{GS} - V_{TH} = 2 \ \ \mathrm{V} \\
V_{DS} - V_{DSSat} &= 4 \ \ \mathrm{V} \\
W_{DBulk} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A}\left(V_{0DBulk} + 4\right)} = 0.803 \ \ \mu\mathrm{m} \\
L_{eff} &= L - W_{DBulk} = 2.2 \ \ \mu\mathrm{m} \\
I_{DS} &= \frac{\mu_n C_{ox}}{2}\frac{W}{L_{eff}}\left(V_{GS} - V_{TH}\right)^2 = 4.52 \ \ \mathrm{mA}
\end{aligned}$$