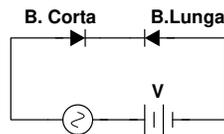


PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 25 Luglio 2018

ESERCIZIO 1

Nel circuito in figura, il diodo p^+n a destra è a base lunga con $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $S = 10 \text{ cm}^2$. Il diodo p^+n a sinistra ha $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $W_n = 3 \text{ }\mu\text{m}$, $S = 1 \text{ mm}^2$. In entrambi i diodi $\mu_p = 0.04 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\tau_p = 10^{-6} \text{ s}$.



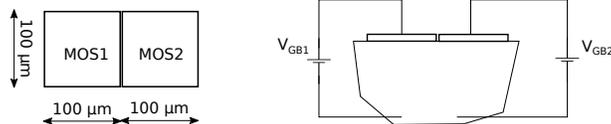
1) Per $V = 5 \text{ V}$ determinare le cadute di tensione sui diodi. Disegnare inoltre il circuito equivalente per le variazioni, determinando i valori dei parametri differenziali. Considerare trascurabile l'ampiezza delle regioni di svuotamento delle giunzioni polarizzate in diretta. [3]

2) Per $V = -5 \text{ V}$ determinare le cadute di tensione sui diodi. Attenzione: si faccia una approssimazione opportuna per il calcolo della regione di svuotamento del diodo a base corta. [3]

3) Disegnare il circuito equivalente per le variazioni per $V = -5 \text{ V}$; determinare i parametri differenziali e, in particolare, la resistenza differenziale del diodo a base corta, dovuta alla modulazione della base (è molto grande). [4]

ESERCIZIO 2

In figura sono mostrati due condensatori MOS contigui (ideali, $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $t_{ox} = 30 \text{ nm}$). Il condensatore a sinistra è illuminato con un laser rosso, con $\lambda = 630 \text{ nm}$ e potenza $1 \text{ }\mu\text{W}/\text{mm}^2$, che produce una generazione di coppie elettroni-lacune pari a circa $3 \times 10^{18} \text{ coppie}/(\text{m}^2 \text{ s})$. La generazione termica è trascurabile.



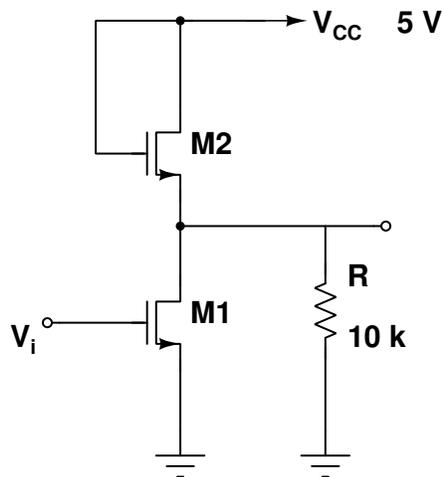
1) Al primo MOS viene applicato un gradino di tensione $V_{GB1} = 5 \text{ V}$ ($V_{GB1} = 0$ per $t < 0$ e $V_{GB1} = 5 \text{ V}$ per $t > 0$. Calcolare la carica mobile e fissa per $t = 0^+$. [3]

2) Calcolare la carica mobile e fissa per $t = 5 \text{ ms}$, verificando che il condensatore MOS non abbia raggiunto l'equilibrio. Determinare anche la carica mobile totale (moltiplicare per la superficie). [3]

3) A $t = 5 \text{ ms}$ anche il secondo MOS viene polarizzato con $V_{GB2} = 1.5 \text{ V}$, in maniera tale che la carica si ridistribuisca nei due MOS. Calcolare la carica fissa e mobile del primo e del secondo MOS (è all'equilibrio?).[4]

ESERCIZIO 3

Nel circuito in figura, i transistori sono n -MOS polysilicon gate con gate in polisilicio di tipo p^+ , $t_{ox} = 30 \text{ nm}$, $N_A = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_n = 0.07 \text{ m}^2/\text{Vs}$ nel canale, $W/L = 10$, source cortocircuitato al substrato. Nel transistore M1 è presente nell'ossido uno strato di difetti molto prossimo all'interfaccia ossido-silicio; i difetti possono essere caricati con una carica elementare negativa.



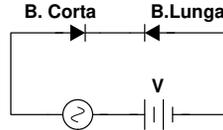
1) Determinare la concentrazione di difetti, per unità di superficie, in maniera tale da avere Q_{ox} all'interfaccia ossido-silicio pari a 10 volte la carica nel silicio all'inversione. Disegnare l'andamento del campo elettrico alla soglia e determinare la tensione di soglia. [4]

2) Calcolare la tensione di uscita nel circuito in figura, nonché le correnti e le tensioni dei transistori, per $V_i = 5 \text{ V}$ e stato di difetti scarico ($Q_{ox} = 0$); M1 non in saturazione.[3]

3) Calcolare la tensione di uscita nel circuito in figura, nonché le correnti e le tensioni dei transistori, per $V_i = 5 \text{ V}$ e stato di difetti carico.[3]

ESERCIZIO 1

Nel circuito in figura, il diodo p^+n a destra è a base lunga con $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $S = 10 \text{ cm}^2$. Il diodo p^+n a sinistra ha $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $W_n = 3 \text{ }\mu\text{m}$, $S = 1 \text{ mm}^2$. In entrambi i diodi $\mu_p = 0.04 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\tau_p = 10^{-6} \text{ s}$.



1) Per $V = 5 \text{ V}$ determinare le cadute di tensione sui diodi. Disegnare inoltre il circuito equivalente per le variazioni, determinando i valori dei parametri differenziali. Considerare trascurabile l'ampiezza delle regioni di svuotamento delle giunzioni polarizzate in diretta. [3]

2) Per $V = -5 \text{ V}$ determinare le cadute di tensione sui diodi. Attenzione: si faccia una approssimazione opportuna per il calcolo della regione di svuotamento del diodo a base corta. [3]

3) Disegnare il circuito equivalente per le variazioni per $V = -5 \text{ V}$; determinare i parametri differenziali e, in particolare, la resistenza differenziale del diodo a base corta, dovuta alla modulazione della base (è molto grande). [4]

SOLUZIONE 1

1) Con $V = 5 \text{ V}$ il diodo a base corta è in diretta, mentre quello a base lunga è polarizzato in inversa. Facendo una piccola approssimazione, per il calcolo della corrente trascuriamo la regione di svuotamento del diodo a base corta. Calcoliamo i vari parametri:

$$\begin{aligned}
 D_p &= V_T \mu_p = 1.034 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s} \\
 L_p &= \sqrt{D_p \tau_p} = 32.15 \text{ }\mu\text{m} \\
 I_{Sl} &= q S_l \frac{D_p}{L_p} \frac{n_i^2}{N_D} = 1.16 \times 10^{-10} \text{ A} \\
 I_{Sc} &= q S_c \frac{D_p}{W_n} \frac{n_i^2}{N_D} = 7.454 \times 10^{-13} \text{ A}
 \end{aligned}$$

Avremo che la corrente che scorre nel circuito è pari a I_{Sl} . Quindi sul diodo a base corta, in diretta, cade una tensione V_c tale da far passare questa

corrente. Quindi avremo:

$$\begin{aligned}
 I_{Sc} \left(e^{\frac{V_c}{V_T}} - 1 \right) &= I_{Sl} \\
 V_c &= V_T \ln \frac{I_{Sl}}{I_{Sc} + 1} = 0.13 \text{ V} \\
 V_l &= V - V_c = 4.87 \text{ V}
 \end{aligned}$$

I parametri per piccolo segnale del diodo a base corta sono la resistenza differenziale e la capacità dovuta alla regione di svuotamento. C'è anche la capacità dovuta alla diffusione, che può essere trascurata.

$$\begin{aligned}
 V_0 &= V_T \ln \frac{N_D N_A}{n_i^2} = 0.872 \text{ V} \\
 W_l &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A} (V_0 + V_l)} = 0.869 \text{ } \mu\text{m} \\
 C_{Wl} &= \frac{\epsilon_s}{W_l} S_l = 121 \text{ nF} \\
 W_c &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A} (V_0 - V_C)} = 0.312 \text{ } \mu\text{m} \\
 C_{Wc} &= \frac{\epsilon_s}{W_l} S_l = 337 \text{ pF}
 \end{aligned}$$

2) Con queste condizioni di polarizzazione, il diodo a base lunga è polarizzato in diretta, quello a base corta è polarizzato in inversa. Per il calcolo dell'ampiezza della base del diodo a base corta dobbiamo fare una approssimazione. Possiamo assumere che la tensione del diodo polarizzato in diretta sia molto piccola, quindi gran parte dei 5 V applicati cadono sul diodo a base corta. Avremo:

$$\begin{aligned}
 W_C &= X_n = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A} (V_0 + 5 \text{ V})} = 0.88 \text{ } \mu\text{m} \\
 I_{Sc} &= qS_c \frac{D_p}{W_n - X_n} \frac{n_i^2}{N_D} = 1.76 \text{ pA}
 \end{aligned}$$

Quindi la corrente che scorre nel circuito è pari a I_{Sc} dal polo positivo al polo negativo della batteria. Avremo dunque che la maggior parte della tensione

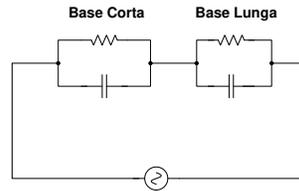
cade sul diodo a base corta, mentre sul diodo a base lunga polarizzato in diretta avremo:

$$I_{Sl} \left(e^{\frac{V_l}{V_T}} - 1 \right) = I_{Sc}$$

$$V_l = V_T \ln \frac{I_{Sc}}{I_{Sl} + 1} = 0.38 \text{ mV}$$

$$V_c = V - V_l \approx 5 \text{ V}$$

3) Il circuito equivalente per le variazioni appare come in figura: La cor-



rente di saturazione inversa del diodo a base corta non è costante con la tensione applicata, per la modulazione della base. Quindi, oltre alla capacità parassita dovuta alla regione di svuotamento, il diodo a base corta polarizzato in inversa ha anche una resistenza in parallelo, che tiene conto della variazione della corrente di saturazione inversa per la modulazione della base. Basta calcolare la I_{Sc} per un'altra tensione di polarizzazione inversa, ad esempio 10 V:

$$W_C(10 \text{ V}) = X_n = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A} (V_0 + 10 \text{ V})} = 1.19 \text{ } \mu\text{m}$$

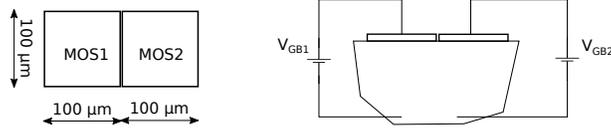
$$I_{Sc}(10 \text{ V}) = qS_c \frac{D_p}{W_n - X_n} \frac{n_i^2}{N_D} = 2.06 \text{ pA}$$

Quindi la resistenza parallelo è comunque molto grande, pari a $5 - 10 / 1.76 - 2.06 = 1.63 \times 10^{13} \Omega$.

ESERCIZIO 2

In figura sono mostrati due condensatori MOS contigui (ideali, $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $t_{ox} = 30 \text{ nm}$). Il condensatore a sinistra è illuminato con un laser rosso,

con $\lambda = 630 \text{ nm}$ e potenza $1 \mu\text{W}/\text{mm}^2$, che produce una generazione di coppie elettroni-lacune pari a circa 3×10^{18} coppie/ $(\text{m}^2 \text{ s})$. La generazione termica è trascurabile.



1) Al primo MOS viene applicato un gradino di tensione $V_{GB1} = 5 \text{ V}$ ($V_{GB1} = 0$ per $t < 0$ e $V_{GB1} = 5 \text{ V}$ per $t > 0$). Calcolare la carica mobile e fissa per $t = 0^+$. [3]

2) Calcolare la carica mobile e fissa per $t = 5 \text{ ms}$, verificando che il condensatore MOS non abbia raggiunto l'equilibrio. Determinare anche la carica mobile totale (moltiplicare per la superficie). [3]

3) A $t = 5 \text{ ms}$ anche il secondo MOS viene polarizzato con $V_{GB2} = 1.5 \text{ V}$, in maniera tale che la carica si ridistribuisca nei due MOS. Calcolare la carica fissa e mobile del primo e del secondo MOS (è all'equilibrio?).[4]

SOLUZIONE 2

1) Calcoliamo la tensione di soglia:

$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.15 \times 10^{-3}$$

$$\psi_B = V_T \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.347 \text{ V}$$

$$V_{TH} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B = 1.11 \text{ V}$$

A $t = 0^+$ la carica mobile è zero, e quindi la regione di svuotamento si deve spingere in profondità per fornire tutta la carica necessaria. Per $V_{GB} = 5 \text{ V}$ a $t = 0^+$ possiamo scrivere:

$$V_{GB} = 5 \text{ V} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A V_s}}{C_{ox}} + V_s \quad (1)$$

Da questa equazione possiamo ricavarci V_S . La soluzione utile è $V_S = 3.99$ V. Quindi avremo, in valore assoluto (le cariche sono negative):

$$\begin{aligned} Q_n(0^+) &= 0 \\ Q_W(0^+) &= \sqrt{2\epsilon_s q N_A V_S} = 1.16 \times 10^{-3} \text{ C/m}^2 \end{aligned}$$

2) Per $t = 5$ ms la carica mobile è pari a $Q_n(5 \text{ ms}) = q \cdot 3 \times 10^{18} \cdot 5 \times 10^{-3} = 2.4 \times 10^{-3} \text{ C/m}^2$. Per l'equilibrio è richiesta una carica mobile pari a $Q_n = C_{ox} (V_{GS} - V_{TH}) = 4.47 \times 10^{-3} \text{ C/m}^2$, quindi il MOS non è all'equilibrio. Per il calcolo della carica fissa impostiamo l'equazione:

$$V_{GS} = 5 \text{ V} = -\frac{Q_n + Q_W}{C_{ox}} + V_S = \frac{|Q_n|}{C_{ox}} + \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A V_S}}{C_{ox}} + V_S \quad (2)$$

Risolvendo ancora questa equazione otteniamo, come soluzione utile $V_S = 2.17$ V. Quindi avremo (cariche negative):

$$\begin{aligned} Q_n(5 \text{ ms}) &= 2.4 \times 10^{-3} \text{ C/m}^2. \\ Q_W(5 \text{ ms}) &= \sqrt{2\epsilon_s q N_A V_S} = 0.86 \times 10^{-3} \text{ C/m}^2 \end{aligned}$$

La carica mobile totale risulta: $Q_{n \text{ tot}} = Q_n \times W \times L = 2.4 \times 10^{-11} \text{ C}$.

3) Quando il secondo condensatore MOS viene acceso, parte della carica si trasferisce sotto di lui. Per l'equilibrio del secondo MOS è richiesta una carica pari a $Q_n = C_{ox} (V_{GS2} - V_{TH}) = 4.48 \times 10^{-4} \text{ C/m}^2$. La carica mobile totale richiesta dal secondo MOS per essere all'equilibrio è pari a $Q_{n2 \text{ tot}} W L = 4.48 \times 10^{-12} \text{ C}$. La carica disponibile è quella immagazzinata sotto il primo MOS, pari a $2.4 \times 10^{-11} \text{ C}$, quindi molta di più. La situazione è dunque che il secondo MOS è all'equilibrio. Quindi $V_{S2} = 2\psi_B$ e:

$$\begin{aligned} Q_{n2} &= C_{ox} (V_{GS} - V_{TH}) = 4.48 \times 10^{-4} \text{ C/m}^2 \\ Q_{W2} &= \sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B} = 4.84 \times 10^{-4} \text{ C/m}^2 \end{aligned}$$

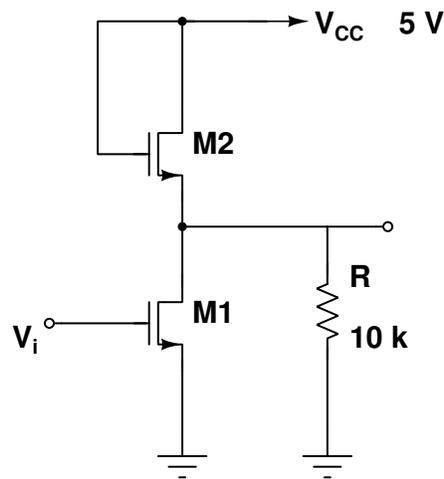
Al primo MOS rimane dunque una carica totale pari a $Q_{n1 \text{ tot}} = Q_{n \text{ tot}} - Q_{n2 \text{ tot}} = 2.4 \times 10^{-11} - 4.48 \times 10^{-12} = 1.95 \times 10^{-11} \text{ C}$, che significa $Q_{n1} = 1.95 \times 10^{-3} \text{ C/m}^2$. Ripetendo i conti del punto precedente avremo:

$$V_{GS} = 5 \text{ V} = -\frac{Q_n + Q_W}{C_{ox}} + V_S = \frac{|Q_n|}{C_{ox}} + \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A V_S}}{C_{ox}} + V_S \quad (3)$$

che da $V_s = 2.50 \text{ V}$ e $Q_W = 9.18 \times 10^{-4} \text{ C/m}^2$

ESERCIZIO 3

Nel circuito in figura, i transistori sono n -MOS polysilicon gate con gate in polisilicio di tipo p^+ , $t_{ox} = 30 \text{ nm}$, $N_A = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_n = 0.07 \text{ m}^2/\text{Vs}$ nel canale, $W/L = 10$, source cortocircuitato al substrato. Nel transistore M1 è presente nell'ossido uno strato di difetti molto prossimo all'interfaccia ossido-silicio; i difetti possono essere caricati con una carica elementare negativa.



1) Determinare la concentrazione di difetti, per unità di superficie, in maniera tale da avere Q_{ox} all'interfaccia ossido-silicio pari a 10 volte la carica nel silicio all'inversione. Disegnare l'andamento del campo elettrico alla soglia e determinare la tensione di soglia. [4]

2) Calcolare la tensione di uscita nel circuito in figura, nonché le correnti e le tensioni dei transistori, per $V_i = 5 \text{ V}$ e strato di difetti scarico ($Q_{ox} = 0$); M1 non in saturazione.[3]

3) Calcolare la tensione di uscita nel circuito in figura, nonché le correnti e le tensioni dei transistori, per $V_i = 5 \text{ V}$ e strato di difetti carico.[3]

SOLUZIONE 3

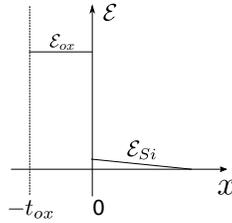
1) Calcoliamo i vari parametri:

$$\begin{aligned}
C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.15 \times 10^{-3} \\
\psi_B &= V_T \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.329 \text{ V} \\
\Phi_{MS} &= \frac{E_g}{2q} - \psi_B = 0.231 \text{ V} \\
V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} = 1.12 \text{ V}
\end{aligned}$$

questa è la tensione di soglia con i difetti scarichi. La carica nel silicio alla soglia è pari a $Q_W = \sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B} = 3.33 \times 10^{-4} \text{ C/m}^2$, ed è negativa perché costituita dagli accettori ionizzati. Quindi, quando i difetti sono carichi negativamente, $Q_{ox} = 10Q_W = 3.33 \times 10^{-3} \text{ C/m}^2$. La concentrazione di difetti è pari a $Q_{ox}/q = 3 \times 10^{16} \text{ difetti/m}^2$ e, quando sono carichi con $-q$, la tensione di soglia risulta:

$$V_{TH} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}} = 4.07 \text{ V} \quad (4)$$

Il campo elettrico appare come in figura. Essenzialmente, all'interfaccia ossido-silicio c'è una discontinuità dovuta sia al rapporto tra le costanti dielettriche che alle cariche nell'ossido, all'interfaccia.



2) Se i difetti sono scarichi le tensioni di soglia dei due transistori sono uguali, e pari a $V_{TH} = 1.12 \text{ V}$. Avremo $I_{DS2} = I_R + I_{DS1}$, $V_u = V_{S2} = V_{D1}$ e $I_R = V_u/R$. M2 è in saturazione, poiché $V_{GS} = V_{DS} > V_{DS} - V_{TH}$, e $V_G = V_{CC} = 5 \text{ V}$. Supponendo M1 in zona triodo (come suggerito dal testo), e dato che per M1 $V_G = V_i$, $V_S = 0$, $V_{DS} = V_u$, avremo:

$$\frac{\mu_n C_{ox} W}{2} \frac{W}{L} (V_G - V_u - V_{TH})^2 = \frac{V_u}{R} + \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left((V_i - V_{TH})V_u - \frac{V_u^2}{2} \right) \quad (5)$$

Da questa equazione otteniamo $V_u = V_{S2} = V_{D1} = 1.11$ V. Quindi è confermato che M1 è in zona triodo con $V_{DS} = V_D < V_{GS1} - V_{TH}$. Avremo inoltre per M1:

$$\begin{aligned} V_{GS} &= 5 \text{ V} \\ V_{DS} &= V_u = 1.11 \text{ V} \\ I_{DS} &= \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left((V_i - V_{TH}) V_u - \frac{V_u^2}{2} \right) = 4.1 \text{ mA} \end{aligned}$$

E per M2:

$$\begin{aligned} V_{GS} &= V_{DS} = V_{CC} - V_u = 3.89 \text{ V} \\ I_{DS} &= \frac{\mu_n C_{ox} W}{2 L} (V_G - V_u - V_{TH})^2 = 3 \text{ mA} \end{aligned}$$

3) In questo caso avremo che il MOS 1 non è in zona triodo, perchè V_{TH} è molto grande, $V_{GS} - V_{TH}$ è molto piccola, e quindi $V_{DS} > V_{GS} - V_{TH}$. Quindi:

$$\frac{\mu_n C_{ox} W}{2 L} (V_G - V_u - V_{TH})^2 = \frac{V_u}{R} + \frac{\mu_n C_{ox} W}{2 L} (V_{GS} - V_{TH})^2 \quad (6)$$

che ha come soluzione accettabile $V_u = 2.52$ V. Quindi $V_{DS1} = V_u > V_{GS1} - V_{TH} = 0.93$ V.