PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 15 Settembre 2017

ESERCIZIO 1 Una giunzione pn, con entrambe le basi lunghe, è caratterizzata da $N_A = N_D = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.11$ m^2/Vs, $\mu_p = 0.04$ m^2/Vs, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$ s, $S = 1$ mm^2.

1) Determinare la corrente ed i parametri per piccolo segnale per $V = -1$ V.[2]

2) Determinare la corrente ed i parametri per piccolo segnale (resistenza e capacità differenziali) della giunzione per $V = 0.5$ V (ricordare che, numericamente, $\tau_n = \tau_p$). [3]

3) Partendo dall'equazione di continuità, determinare una espressione per il transitorio della corrente $I(t)$, indicando con $Q_n(t)$ e $Q_p(t)$ la carica dovuta rispettivamente agli elettroni ed alle lacune iniettate. [5]

ESERCIZIO 2 Un transistore n-MOS ha il gate drogato di tipo p^+, $t_{ox} = 20$ nm, $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $W = 4$ μm, $L = 2$ μm, $\mu_n = 800$ cm^2/Vs; il transistore è polarizzato con $V_{GS} = 5$ V.

1) Per piccole V_{DS} è stata misurata una resistenza di canale pari a $R = 905$ Ω. Determinare la tensione di soglia e la concentrazione di ioni sodio all'interfaccia ossido-silicio. [2]

2) Il transistore viene polarizzato con $V_{GS} = 5$ V e $V_{DS} = 5$ V. Calcolare i parametri differenziali g_m, r_d e C_{GS}, considerando la lunghezza effettiva di canale. [4]

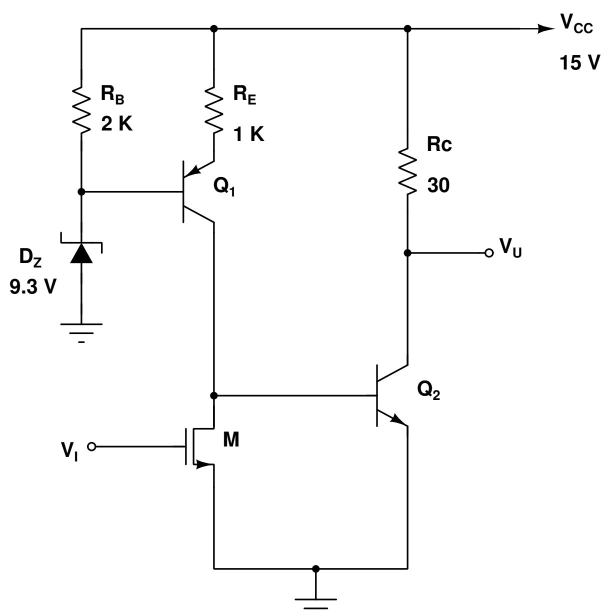
3) Il campo elettrico di break-down della giunzione Drain-Substrato è pari a 15 MV/m. Determinare la tensione V_{DS} massima (e la corrente I_{DS} corrispondente) che garantisca il funzionamento corretto del transistore. Disegnare qualitativamente la caratteristica I_{DS}, V_{DS}, evidenziando il break-down.[4]

ESERCIZIO 3 Nel circuito in figura, Q_1 è un transistore bipolare p^+np con $\beta_f = 300$, M è un transistore n-MOS con $t_{ox} = 30$ nm, $V_{TH} = 1$ V e $\mu_n = 850$ cm$^2/Vs$. Q_2 è un transistore n^+pn di potenza (capace di sopportare alte correnti), con $N_{Abase} = N_{Dcollettore} = 10^{16}$ cm^{-3}, $\tau_n = 10^{-5}$ s, $\mu_n = 1100$ cm$^2/Vs$.

1) Determinare la larghezza di base di Q_2 affinchè abbia un β_f almeno pari a 200.[2]

2) Per $V_i = 5$ V, determinare W/L del transistore MOS, in modo da avere $V_{DS} < 0.1$ V. Determinare le correnti dei transistori e la tensione di uscita (il bipolare Q_2 è polarizzato?). [4]

3) Per $V_i = 0$ V determinare la condizione di polarizzazione del bipolare Q_2 e la tensione di uscita. [4]



ESERCIZIO 1

Una giunzione pn, con entrambe le basi lunghe, è caratterizzata da $N_A = N_D = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.11$ m^2/Vs, $\mu_p = 0.04$ m^2/Vs, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$ s, $S = 1$ mm^2.

1) Determinare la corrente ed i parametri per piccolo segnale per $V = -1$ V.[2]

2) Determinare la corrente ed i parametri per piccolo segnale (resistenza e capacità differenziali) della giunzione per $V = 0.5$ V (ricordare che, numericamente, $\tau_n = \tau_p$). [3]

3) Partendo dall'equazione di continuità, determinare una espressione per il transitorio della corrente $I(t)$, indicando con $Q_n(t)$ e $Q_p(t)$ la carica dovuta rispettivamente agli elettroni ed alle lacune iniettate. [5]

SOLUZIONE 1

1) Calcoliamo i parametri:

$$\begin{aligned}
D_n &= \frac{kT}{q}\mu_n = 2.849 \times 10^{-3} \ \ \text{m}^2/\text{s} \\
L_n &= \sqrt{D_n \tau_n} = 53.40 \ \ \mu\text{m} \\
D_p &= \frac{kT}{q}\mu_p = 1.036 \times 10^{-3} \ \ \text{m}^2/\text{s} \\
L_p &= \sqrt{D_p \tau_p} = 32.19 \ \ \mu\text{m}
\end{aligned}$$

In polarizzazione inversa, la corrente è data da:

$$I = I_0 = qSn_i^2 \left(\frac{D_n}{L_n N_A} + \frac{D_p}{L_p N_D} \right) = 6.17 \times 10^{-13} \ \ \text{A} \tag{1}$$

La resistenza differenziale è ovviamente infinita. La capacità differenziale è solo quella dovuta alla regione di svuotamento:

$$\begin{aligned}
V_0 &= V_T \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = 0.659 \ \text{V} \\
W &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q}\left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D}\right)(V_0 + V)} = 0.934 \ \ \mu\text{m} \\
C_W &= \frac{\epsilon_{Si}}{W} S = 113 \ \ \text{pF}
\end{aligned}$$

2) Avremo per la corrente:

$$I = qSn_i^2 \left(\frac{D_n}{L_n N_A} + \frac{D_p}{L_p N_D} \right) \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) = 0.15 \ \ \mathrm{mA} \tag{2}$$

La resistenza differenziale è data da $r_d = V_T/I = 173 \ \Omega$. La capacità differenziale dovuta allo svuotamento si calcola come:

$$\begin{aligned}
V_0 &= V_T \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = 0.659 \ \mathrm{V} \\
W &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) (V_0 - V)} = 0.289 \ \ \mu\mathrm{m} \\
C_W &= \frac{\epsilon_{Si}}{W} S = 364 \ \ \mathrm{pF}
\end{aligned}$$

Per la capacità differenziale dovuta alla diffusione di portatori minoritari, bisogna considerare separatamente l'iniezione di lacune nella parte n e di elettroni nella parte p. La carica totale è la somma delle due cariche $Q_n(V)$ e $Q_p(V)$. Basta calcolarle separatamente. Per le lacune iniettate nella parte p avremo:

$$\begin{aligned}
Q_p &= \int_0^\infty qS\delta p(x) = \int_0^\infty qS \frac{n_i^2}{N_D} \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) e^{\frac{-x}{L_p}} \\
Q_p &= qSL_p \frac{n_i^2}{N_D} \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) \\
\frac{\partial Q_p}{\partial V} &= qS \frac{L_p}{V_T} \frac{n_i^2}{N_D} \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right)
\end{aligned}$$

e lo stesso per gli elettroni iniettati nella parte n:

$$\begin{aligned}
Q_n &= \int_{-\infty}^0 qS\delta n(x) = \int_{-\infty}^0 qS \frac{n_i^2}{N_A} \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) e^{\frac{x}{L_n}} \\
Q_n &= qSL_n \frac{n_i^2}{N_A} \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) \\
\frac{\partial Q_n}{\partial V} &= qS \frac{L_n}{V_T} \frac{n_i^2}{N_A} \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right)
\end{aligned}$$

La capacità dovuta alla diffusione risulta:

$$C_{diff} = \frac{\partial Q}{\partial V} = \frac{\partial Q_p + Q_n}{\partial V} \tag{3}$$

Tuttavia, poichè il tempo di ricombinazione è lo stesso ($\tau_n = \tau_p = \tau$), è facile verificare che possiamo procedere semplicemente in questo modo:

$$\begin{aligned} r_d C_{diff} &= \tau \\ C_{diff} &= \frac{\tau}{r_d} = 5.8 \ \ \text{nF} \end{aligned}$$

3) Scriviamo le equazioni di continuità dipendenti dal tempo per le lacune iniettate nella parte n e per gli elettroni iniettati nella parte p:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta p(x,t)}{\partial t} &= -\frac{1}{q}\frac{\partial J_p(x,t)}{\partial x} - \frac{\delta p(x,t)}{\tau_p} \\ \frac{\partial \delta n(x,t)}{\partial t} &= \frac{1}{q}\frac{\partial J_n(x,t)}{\partial x} - \frac{\delta n(x,t)}{\tau_n} \end{aligned}$$

Risolviamo la forma integrale, ricordando che $J_p(x,t) \to 0$ per $x \to \infty$ e $J_n(x,t) \to 0$ per $x \to -\infty$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ qS \int_0^\infty \delta p(x,t)dx}{\partial t} &= -\frac{1}{q} \ qS \int_0^\infty \frac{\partial J_p(x,t)}{\partial x} dx - \frac{qS \int_0^\infty \delta p(x,t)dx}{\tau_p} \\ \frac{\partial \ qS \int_0^\infty \delta n(x,t)dx}{\partial t} &= \frac{1}{q} qS \int_0^\infty \frac{\partial J_n(x,t)}{\partial x} dx - \frac{qS \int_0^\infty \delta n(x,t)dx}{\tau_n} \end{aligned}$$

Integrando avremo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_p(t)}{\partial t} &= I_p(0,t) - \frac{Q_p(t)}{\tau_p} \\ \frac{\partial Q_n(t)}{\partial t} &= I_n(0,t) - \frac{Q_n(t)}{\tau_p} \end{aligned}$$

Da notare che $I_p(0,t) + I_n(0,t) = I(t)$. Sommando le due equazioni, e raccogliendo i membri, avremo che:

$$I(t) = \frac{Q_p(t)}{\tau_p} + \frac{Q_n(t)}{\tau_n} + \frac{\partial Q_p(t) + Q_n(t)}{\partial t} \tag{4}$$

ESERCIZIO 2

Un transistore n-MOS ha il gate drogato di tipo p^+, $t_{ox} = 20$ nm, $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $W = 4$ μm, $L = 2$ μm, $\mu_n = 800$ cm^2/Vs; il transistore è polarizzato con $V_{GS} = 5$ V.

1) Per piccole V_{DS} è stata misurata una resistenza di canale pari a $R = 905$ Ω. Determinare la tensione di soglia e la concentrazione di ioni sodio all'interfaccia ossido-silicio. [2]

2) Il transistore viene polarizzato con $V_{GS} = 5$ V e $V_{DS} = 5$ V. Calcolare i parametri differenziali g_m, r_d e C_{GS}, considerando la lunghezza effettiva di canale. [4]

3) Il campo elettrico di break-down della giunzione Drain-Substrato è pari a 15 MV/m. Determinare la tensione V_{DS} massima (e la corrente I_{DS} corrispondente) che garantisca il funzionamento corretto del transistore. Disegnare qualitativamente la caratteristica I_{DS}, V_{DS}, evidenziando il break-down.[4]

SOLUZIONE 2

1) Ricordiamo che in zona lineare (per piccole V_{DS}) avremo:

$$\begin{aligned} I_{DS} &= \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left(V_{GS} - V_{TH}\right) V_{DS} \\ R_{canale} &= \frac{V_{DS}}{I_{DS}} = \frac{1}{\mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left(V_{GS} - V_{TH}\right)} \end{aligned}$$

Quindi:

$$\begin{aligned} C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.726 \times 10^{-3} \quad \mathrm{F/m^2} \\ V_{TH} &= V_{GS} - \frac{1}{\mu_n C_{ox} \frac{W}{L} R_{canale}} = 1 \quad \mathrm{V} \end{aligned}$$

Esprimendo V_{TH} con i parametri fisici del condensatore MOS, possiamo ricavare Q_{ox} e quindi la concentrazione superficiale di ioni sodio $\frac{Q_{ox}}{q}$ m^{-2}:

$$V_{TH} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}}$$

$$
\begin{aligned}
\psi_B &= V_T \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right) = 0.347 \\
\Phi_{MS} &= \frac{E_g}{2q} - \psi_B = 0.193 \ \ \mathrm{V} \\
Q_{ox} &= C_{ox}\left(V_{TH} - \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} - 2\psi_B - \Phi_{MS}\right) = 4.89 \times 10^{-4} \ \ \mathrm{C/m^2}
\end{aligned}
$$

Quindi avremo $[N_A^+] = Q_{ox}/q = 3 \times 10^{15}$ ioni/m^2.

2) Calcoliamo la regione di svuotamento Drain-canale (P è il punto di strozzamento):

$$
\begin{aligned}
V_{0DBulk} &= \frac{E_g}{2q} + \psi_B = 0.887 \ \ \mathrm{B} \\
V_{DP} &= V_{DS} - V_{DSSat} = V_{DS} - (V_{GS} - V_{TH}) = 1 \ \ \mathrm{V} \\
W_{DP} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A}\left(V_{0DBulk} + V_{DP}\right)} = 0.498 \ \ \mu\mathrm{m} \\
L_{eff} &= L - W_{DP} = 1.5 \ \ \mu\mathrm{m} \\
I_{DS} &= \mu_n C_{ox} \frac{W}{L_{eff}} \left(V_{GS} - V_{TH}\right)^2 = 5.9 \ \ \mathrm{mA}
\end{aligned}
$$

Quindi avremo:

$$
\begin{aligned}
g_m &= \mu_n C_{ox} \frac{W}{L_{eff}} \left(V_{GS} - V_{TH}\right) = 1.84 \times 10^{-3} \ \ \Omega^{-1} \\
C_{GD} &= 0 \\
C_{GS} &= \frac{2}{3} C_{ox} W L_{eff} = 6.9 \times 10^{-15} \ \ \mathrm{F}
\end{aligned}
$$

Per quanto riguarda r_d possiamo calcolare I_{DS} alla saturazione, per cui $L_{eff} = L$ ($V_{DSSat} = V_{GS} - V_{TH} = 4$ V), e poi fare il rapporto:

$$
\begin{aligned}
I_{DSsat} &= \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left(V_{GS} - V_{TH}\right)^2 = 4.4 \ \ \mathrm{mA} \\
r_d &= \frac{V_{DS} - V_{DSsat}}{I_{DS} - I_{DSsat}} = 2662 \ \ \Omega
\end{aligned}
$$

3) Abbiamo che ($V_{DBulk} = V_{DS}$):

$$
\mathcal{E}_{max} = \frac{qN_A}{\epsilon_s} x_p = \frac{qN_A}{\epsilon_s} W_{DBulk}
$$

$$\mathcal{E}_{max} = \frac{qN_A}{\epsilon_s} x_p = \frac{qN_A}{\epsilon_s} \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A} (V_{0DBulk} + V_{DS})}$$

Quindi la tensione V_{DS} di break-down è pari a:

$$\begin{aligned} V_{DS\ breakdown} + V_{0DBulk} &= \frac{\epsilon_s \mathcal{E}_{max}{}^2}{2qN_A} = 7.4 \ \ \mathrm{V} \\ V_{DS\ breakdown} &= 6.5 \ \ \mathrm{V} \end{aligned}$$

Per questa tensione, la corrente di canale risulta pari a:

$$\begin{aligned} V_{DP} &= V_{DS} - V_{DSSat} = V_{DS} - (V_{GS} - V_{TH}) = 2.5 \ \ \mathrm{V} \\ W_{DP} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A} (V_{0DBulk} + V_{DP})} = 0.667 \ \ \mu\mathrm{m} \\ L_{eff} &= L - W_{DP} = 1.3 \ \ \mu\mathrm{m} \\ I_{DS\ break-down} &= \mu_n C_{ox} \frac{W}{L_{eff}} (V_{GS} - V_{TH})^2 = 12.8 \ \ \mathrm{mA} \end{aligned}$$

ESERCIZIO 3

Nel circuito in figura, Q_1 è un transistore bipolare p^+np con $\beta_f = 300$, M è un transistore n-MOS con $t_{ox} = 30$ nm, $V_{TH} = 1$ V e $\mu_n = 850$ cm$^2/Vs$. Q_2 è un transistore n^+pn di potenza (capace di sopportare alte correnti), con $N_{Abase} = N_{Dcollettore} = 10^{16}$ cm^{-3}, $\tau_n = 10^{-5}$ s, $\mu_n = 1100$ cm$^2/Vs$.

1) Determinare la larghezza di base di Q_2 affinchè abbia un β_f almeno pari a 200.[2]

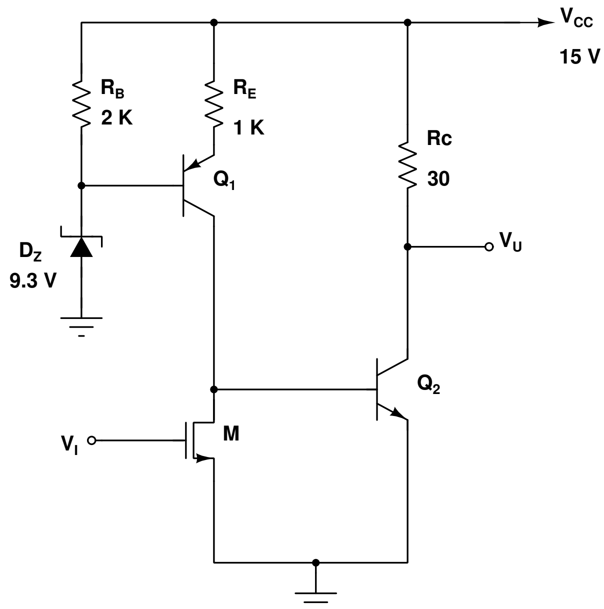
2) Per $V_i = 5$ V, determinare W/L del transistore MOS, in modo da avere $V_{DS} < 0.1$ V. Determinare le correnti dei transistori e la tensione di uscita (il bipolare Q_2 è polarizzato?). [4]

3) Per $V_i = 0$ V determinare la condizione di polarizzazione del bipolare Q_2 e la tensione di uscita. [4]

SOLUZIONE 3

1) β_f dipende dalla larghezza effettiva di base, che è senz'altro inferiore alla larghezza metallurgica di base. Avremo:

$$\beta_f = \frac{\tau_n}{\tau_t}$$



$$
\begin{aligned}
\tau_t &= \frac{W^2}{2D_n} \\
\beta_f &= \frac{2\tau_n D_n}{W^2} \\
W_{max} &= \sqrt{\frac{2\tau_n D_n}{\beta_f}} = \sqrt{\frac{2L_n^2}{\beta_f}} \\
D_n &= V_T \mu_n = 2.849 \times 10^{-3} \quad \mathrm{m^2/s} \\
W_{max} &= 16.9 \quad \mu\mathrm{m}
\end{aligned}
$$

2) Se $V_{DS} = V_{BE2} = 0.1$ V il transistore Q_2 è interdetto, e avremo immediatamente $I_{C2} = 0 \rightarrow V_u = V_{CC}$. Il MOS è in zona lineare. Avremo $I_{DS} = I_{C1} \simeq I_{E1}$, $V_{B1} = V_Z = 9.3$ V, $V_{E1} = 10$ V, $I_{E1} = (V_{CC} - V_{E1})/R_E = 5$ mA. Quindi avremo:

$$
\begin{aligned}
I_{DS} &= \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left(V_{GS} - V_{TH} \right) V_{DS} = 5 \quad \mathrm{mA} \\
C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.15 \times 10^{-3} \quad \mathrm{F/m^2} \\
\frac{W}{L} &= \frac{I_{DS}}{\mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left(V_{GS} - V_{TH} \right) V_{DS}} = 128
\end{aligned}
$$

Il transistore Q_1 è polarizato in zona attiva diretta, poiché $V_{EC1} = V_{E1} - V_{C1} = V_{E1} - V_{DS} = 9.9$ V. Verifichiamo che la corrente di base di Q_1, $I_{B1} = I_{C1}/\beta_{F1} = 17\ \mu$A, sia molto minore della corrente che polarizza lo zener, pari a $(V_{CC} - V_Z)/R_B = 2.8$ mA.

3) Per $V_i = 0$ il MOS è interdetto, quindi $I_{C1} = I_{B2} = 5$ mA. Dovremo avere per Q_2 una corrente di collettore $I_{C2} = \beta_{F2} I_{B2} = 1$ A. LA corrente massima che può scorrere sulla maglia di uscita, per Q_2 in saturazione ($V_{CE2} \approx 0.2$ V), è pari a $(V_{CC} - V_{CE2sat})/R_C \simeq V_{CC}/R_C = 500$ mA. Quindi avremo che Q_2 è in saturazione, $V_u = V_{CEsat} \approx 0.2$ V. Q_1 rimane correttamente polarizzato, poichè $V_{C1} = V_{BE2} \approx 0.7$, $V_{EC1} = 9.3$ V.