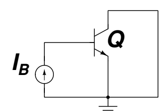
PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 17 Luglio 2017

ESERCIZIO 1

Il transistore bipolare in figura è caratterizzato da $N_{Abase} = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.11$ m^2/Vs, $\mu_p = 0.04$ m^2/Vs, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$ s, $W = 3$ μm, $S = 1$ mm^2. Il generatore di corrente impone una corrente $I_B = 100$ μA.



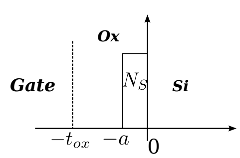
1) Si consideri il transistore n^+pn^+. Calcolare le correnti e le tensioni ai terminali.[4]

2) Si consideri il caso in cui l'emettitore ed il collettore abbiano lo stesso drogaggio $N_{Demettitore} = N_{Dcollettore} = 10^{17}$ cm^{-3}. Sia l'emettitore che il collettore sono lunghi. Determinare una espressione della I_B in funzione della tesione V_{BE}.[4]

3) Determinare le correnti e le tensioni ai terminali.[2]

ESERCIZIO 2

Si consideri un condensatore n-MOS, con $t_{ox} = 30$ nm, $N_A = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3} e $\phi_{MS} = 0$. Nell'ossido, per $-a < x < 0$, è presente uno strato con una concentrazione di difetti $N_S = 10^{17}$ cm^{-3} costante con x, come rappresentato nella figura; $a = t_{ox}/3$. Questi difetti vengono occupati da elettroni, e quindi introducono una densità di carica nell'ossido pari a $\rho = -qN_s$ tra $-a$ e 0.



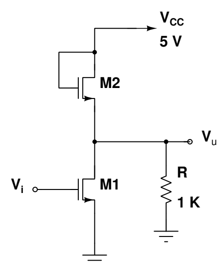
1) Per $V_{GBulk} = V_{TH}$ calcolare: 1) il campo elettrico all'interfaccia ossido-silicio, per $x = 0^-$ e $x = 0^+$; 2) il campo elettrico in $x = -a = -t_{ox}/3$; 3) il campo elettrico in prossimità del Gate (per $x = -t_{ox}$). [3]

2) Determinare la tensione di soglia V_{TH} (SUGGERIMENTO: determinare l'andamento del campo elettrico nell'ossido). [4]

3) Determinare l'espressione della V_{GBulk} in funzione della caduta di tensione nel silicio V_S, per $V_S < 2\psi_B$.[3]

ESERCIZIO 3

Nel circuito in figura, M_1 e M_2 sono transistori MOS polisilicon gate, con $W/L = 2$. La tensione di ingresso V_i è pari a 5 V. Il processo con cui sono stati fabbricati è stato caratterizzato misurando delle curve $C - V$ su condensatori MOS fabbricati insieme a M_1 e M_2. La capacità massima è risultata pari a $C_{max} = 0.863$ mF/m^2, e la capacità minima è stata misurata per $V_{GBulk} = 0.2$ V; inoltre, la resistenza di quadro (per $W/L = 1$) per piccole V_{DS}, e per $V_{GS} = 5$ V, è risultata pari a 4828 Ω.



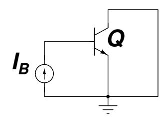
1) Determinare lo spessore dell'ossido, la tensione di soglia e la mobilità nel canale dei transistori MOS.[3]

2) Determinare le tensioni e le correnti dei transistori (attenzione, il transistore 1 è in zona lineare, verificare) e la tensione di uscita.[4]

3) La tensione di soglia del transistore 1 viene modificata introducendo della carica nell'ossido, all'interfaccia ossido-silicio. Calcolare la carica necessaria per avere $V_{TH1} = 5.2$ V e determinare la tensione di uscita con questo valore di V_{TH1}. [3]

ESERCIZIO 1

Il transistore bipolare in figura è caratterizzato da $N_{Abase} = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.11$ m^2/Vs, $\mu_p = 0.04$ m^2/Vs, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$ s, $W = 3$ μm, $S = 1$ mm^2. Il generatore di corrente impone una corrente $I_B = 100$ μA.



1) Si consideri il transistore n^+pn^+. Calcolare le correnti e le tensioni ai terminali.[4]

2) Si consideri il caso in cui l'emettitore ed il collettore abbiano lo stesso drogaggio $N_{Demettitore} = N_{Dcollettore} = 10^{17}$ cm^{-3}. Sia l'emettitore che il collettore sono lunghi. Determinare una espressione della I_B in funzione della tesione V_{BE}.[4]

3) Determinare le correnti e le tensioni ai terminali.[2]

SOLUZIONE 1

1) Calcoliamo i parametri:

$$
\begin{aligned}
D_n &= \frac{kT}{q}\mu_n = 2.849 \times 10^{-3} \quad \text{m}^2/\text{s} \\
L_n &= \sqrt{D_n \tau_n} = 53.40 \quad \mu\text{m} \\
D_p &= \frac{kT}{q}\mu_p = 1.036 \times 10^{-3} \quad \text{m}^2/\text{s} \\
L_p &= \sqrt{D_p \tau_p} = 32.19 \quad \mu\text{m}
\end{aligned}
$$

Dal circuito avremo subito: $V_{CB} = 0$ e $V_{BE} = V_{BC}$. Il transistore è dunque in saturazione. Il transistore è simmetrico, quindi possiamo calcolare subito $I_C = I_E = I_B/2 = 50$ μA. Per il calcolo della tensione possiamo fare riferimento al modello a controllo di carica. Il profilo dell'eccesso di portatori in base è rettangolare. Trascurando le regioni di svuotamento di entrambe le giunzioni, che sono polarizzate in diretta, possiamo scrivere:

$$\begin{aligned}
I_B &= \frac{Q_B}{\tau_n} = \frac{qS\frac{n_i^2}{N_A}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}-1\right)W}{\tau_n} \simeq \frac{qS\frac{n_i^2}{N_A}e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}W}{\tau_n} \\
e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} &= \frac{I_B}{\frac{qS\frac{n_i^2}{N_A}e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}W}{\tau_n}} \\
V_{BE} &= V_{CE} = V_T \ln\left(\frac{I_B}{\frac{qS\frac{n_i^2}{N_A}W}{\tau_n}}\right) = 0.58 \;\; \mathrm{V}
\end{aligned}$$

2) Nel caso in cui sia l'emettitore che il collettore non sono pesantemente drogati, la corrente di base è dovuta a due fattori: 1) iniezione di portatori minoritari verso la base, che da una corrente esprimibile con $\frac{Q_B}{\tau_n}$; 2) iniezione di lacune dalla base verso l'emettitore ed il collettore, che da due componenti della corrente esprimibili con $qS\frac{D_p}{L_p}\frac{n_i^2}{N_A}\left(e^{\frac{V_B}{V_T}}-1\right)$, dove $V_B = V_{BE} = V_{BC}$. Quindi:

$$\begin{aligned}
I_B &= \frac{Q_B}{\tau_n} + 2qS\frac{D_p}{L_p}\frac{n_i^2}{N_D}\left(e^{\frac{V_B}{V_T}}-1\right) \\
I_B &= \frac{qS\frac{n_i^2}{N_A}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}-1\right)W}{\tau_n} + 2qS\frac{D_p}{L_p}\frac{n_i^2}{N_D}\left(e^{\frac{V_B}{V_T}}-1\right)
\end{aligned}$$

3) Le correnti I_C ed I_E sono uguali, poichè il transistore è ancora simmetrico:

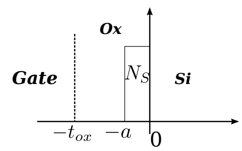
$$I_C = I_E = \frac{I_B}{2} \tag{1}$$

Le tensioni $V_{BE} = V_{BC}$ si possono calcolare con la formula ottenuta nel punto 2:

$$\begin{aligned}
I_B &\simeq \frac{qS\frac{n_i^2}{N_A}e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}W}{\tau_n} + 2qS\frac{D_p}{L_p}\frac{n_i^2}{N_D}e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \\
V_{BE} &= V_T \ln\left(\frac{I_B}{qS\frac{W}{\tau_n}\frac{n_i^2}{N_A} + 2qS\frac{D_p}{L_p}\frac{n_i^2}{N_D}}\right) = 0.56 \;\; \mathrm{V}
\end{aligned}$$

ESERCIZIO 2

Si consideri un condensatore n-MOS, con $t_{ox} = 30$ nm, $N_A = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3} e $\phi_{MS} = 0$. Nell'ossido, per $-a < x < 0$, è presente uno strato con una concentrazione di difetti $N_S = 10^{17}$ cm^{-3} costante con x, come rappresentato nella figura; $a = t_{ox}/3$. Questi difetti vengono occupati da elettroni, e quindi introducono una densità di carica nell'ossido pari a $\rho = -qN_s$ tra $-a$ e 0.



1) Per $V_{GBulk} = V_{TH}$ calcolare: 1) il campo elettrico all'interfaccia ossido-silicio, per $x = 0^-$ e $x = 0^+$; 2) il campo elettrico in $x = -a = -t_{ox}/3$; 3) il campo elettrico in prossimità del Gate (per $x = -t_{ox}$). [3]

2) Determinare la tensione di soglia V_{TH} (SUGGERIMENTO: determinare l'andamento del campo elettrico nell'ossido). [4]

3) Determinare l'espressione della V_{GBulk} in funzione della caduta di tensione nel silicio V_S, per $V_S < 2\psi_B$.[3]

SOLUZIONE 2

1) Calcoliamo:

$$\psi_B = V_T ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right) = 0.329 \ \ \text{V}$$
$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.15 \times 10^{-3} \ \ \text{F/m}$$

Per $x = 0^+$, applicando il teorema di Gauss (vedi dispensa del corso), il campo elettrico è determinato dalla carica nel silicio $Q_{Si} = -\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}$ diviso la costante dielettrica del silicio:

$$\mathcal{E}(x = 0^+) = -\frac{Q_{Si}}{\epsilon_{Si}}$$
$$\mathcal{E}(x = 0^+) = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{\epsilon_{Si}} = 3.16 \text{ MV/m}$$

Per $x = 0^-$, applicando ancora il teorema di Gauss, il campo elettrico è determinato dalla carica nel silicio $Q_{Si} = -\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}$ diviso la costante dielettrica dell'ossido:

$$\mathcal{E}(x = 0^-) = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{\epsilon_{ox}} = 9.65 \text{ MV/m} \tag{2}$$

Applichiamo ancora il teorema di Gauss in $x = -a$. In questo caso dovremo tener conto anche della carica nell'ossido $Q_{ox} = -qN_S a$, dove $a = -\frac{t_{ox}}{3}$:

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}(x = -a) &= -\frac{Q_{Si} + Q_{ox}}{\epsilon_{ox}} \\
\mathcal{E}(x = -a) &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B} + qN_S a}{\epsilon_{ox}} = 14.29 \text{ MV/m}
\end{aligned}$$

Questo valore di campo elettrico si mantiene costante tra $-t_{ox} < x < -a$.

2) Per $V_{GBulk} = V_{TH}$ la caduta di tensione nel silicio è per definizione pari a $2\psi_B$. Per la caduta di tenione nell'ossido possiamo determinare l'andamento del campo elettrico e calcolare l'area sottesa dalla curva. Il campo elettrico è lineare tra $-a < x < 0$, aumentando da $x = 0^-$ a $x = -a$. Rimane poi costante tra $-t_{ox} < x < -a$. La caduta di tensione nell'ossido è pari all'area sotto la curva sottesa dal campo elettrico. Avremo dunque la somma dell'area di un trapezio più l'area di un rettangolo:

$$\begin{aligned}
V_{ox} &= \frac{\mathcal{E}(0) + \mathcal{E}(-\mathrm{a})}{2}\mathrm{a} + \mathcal{E} \\
V_{ox} &= \frac{9.65 \times 10^6 + 14.29 \times 10^6}{2}\mathrm{a} + 14.29 \times 10^6 \left(t_{ox} - \mathrm{a}\right) = 0.4055 \ \text{ V}
\end{aligned}$$

Quindi la tenione di soglia risulta:

$$\begin{aligned}
V_{TH} &= V_{ox} + V_{Si\ inv} \\
V_{TH} &= V_{ox} + 2\psi_B = 1.06 \ \text{ V}
\end{aligned}$$

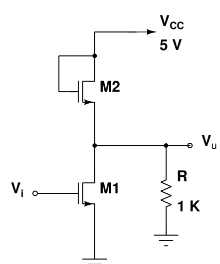
3) Basta sostituire ai vari pezzi della V_{ox} le espressioni relative, riportate al punto 1) con $V_S = 2\psi_B$:

$$\mathcal{E}(0) = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A V_S}}{\epsilon_{ox}}$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{E}(-a) &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A V_S} + q N_S a}{\epsilon_{ox}} \\
\frac{\mathcal{E}(0)+\mathcal{E}(-a)}{2} a &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A V_S}\, a + q N_S \frac{a^2}{2}}{\epsilon_{ox}} \\
V_{ox} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A V_S}}{C_{ox}} + \frac{q N_S \frac{a^2}{2}}{\epsilon_{ox}} \\
V_{GBulk} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A V_S}}{C_{ox}} + V_S + \frac{q N_S \frac{a^2}{2}}{\epsilon_{ox}}
\end{aligned}
$$

ESERCIZIO 3

Nel circuito in figura, M_1 e M_2 sono transistori MOS polisilicon gate, con $W/L = 2$. La tensione di ingresso V_i è pari a 5 V. Il processo con cui sono stati fabbricati è stato caratterizzato misurando delle curve $C - V$ su condensatori MOS fabbricati insieme a M_1 e M_2. La capacità massima è risultata pari a $C_{max} = 0.863$ mF/m^2, e la capacità minima è stata misurata per $V_{GBulk} = 0.2$ V; inoltre, la resistenza di quadro (per $W/L = 1$) per piccole V_{DS}, e per $V_{GS} = 5$ V, è risultata pari a 4828 Ω.



1) Determinare lo spessore dell'ossido, la tensione di soglia e la mobilità nel canale dei transistori MOS.[3]

2) Determinare le tensioni e le correnti dei transistori (attenzione, il transistore 1 è in zona lineare, verificare) e la tensione di uscita.[4]

3) La tensione di soglia del transistore 1 viene modificata introducendo della carica nell'ossido, all'interfaccia ossido-silicio. Calcolare la carica necessaria per avere $V_{TH1} = 5.2$ V e determinare la tensione di uscita con questo valore di V_{TH1}. [3]

SOLUZIONE 3

1) La capacità dell'ossido è pari a $C_{ox} = C_{max} = 0.863e-3$ F/m^2, quindi $t_{ox} = \epsilon_{ox}/C_{ox} = 40$ nm, e la tensione di soglia è pari a $V_{TH} = V_{GS\ Cmin} = 0.2$ V. Per quanto riguarda la mobilità, in zona lineare (per piccole V_{DS}) abbiamo:

$$\begin{aligned} R_{can} &= \frac{1}{\mu_n C_{ox}\left(V_{GS} - V_{TH}\right)} \\ \mu_n &= \frac{1}{R_{can} C_{ox}\left(V_{GS} - V_{TH}\right)} = 0.05 \ \ \mathrm{m^2/Vs} \end{aligned}$$

2) Dal circuito, abbiamo che M_2 è sicuramente in saturazione $V_{DS} = V_{GS} > V_{GS} - V_{TH}$. Abbiamo quindi:

$$\begin{aligned} I_{DS2} &= I_R + I_{DS1} \\ I_{DS2} &= \frac{\mu_n C_{ox}}{2}\frac{W}{L}\left(V_{GS} - V_{TH}\right)^2 = \frac{\mu_n C_{ox}}{2}\frac{W}{L}\left(V_{DS} - V_{TH}\right)^2 = \frac{\mu_n C_{ox}}{2}\frac{W}{L}\left(V_{CC} - V_u - V_{TH}\right)^2 \\ I_{DS1} &= \mu_n C_{ox}\frac{W}{L}\left(V_{GS} - V_{TH}\right) V_{DS} = \mu_n C_{ox}\frac{W}{L}\left(V_{GS} - V_{TH}\right) V_u \\ I_R &= \frac{V_u}{R} \end{aligned}$$

Otteniamo quindi l'equazione:

$$\frac{\mu_n C_{ox}}{2}\frac{W}{L}\left(V_{CC} - V_u - V_{TH}\right)^2 = \mu_n C_{ox}\frac{W}{L}\left(V_{GS} - V_{TH}\right) V_u + \frac{V_u}{R} \tag{3}$$

che può essere risolta in V_u ottenendo come unica soluzione possibile $V_u = 0.55$ V. Quindi avremo:

$$\begin{aligned} I_{DS1} &= 0.228 \ \ \mathrm{mA} \\ V_{DS1} &= V_u = 0.55 \ \ \mathrm{V} \\ V_{GS1} &= V_i = 5 \ \ \mathrm{V} \\ I_{DS2} &= 0.779 \ \ \mathrm{mA} \\ V_{DS2} &= V_{GS2} = V_{CC} - V_u = 4.45 \ \ \mathrm{V} \end{aligned}$$

3) Con carica nell'ossido, all'interfaccia ossido-silicio, la tensione di soglia si modifica come:

$$V_{TH\ new} = V_{TH} - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}} \tag{4}$$

Quindi, per avere $V_{TH\ new} = 5$ V dovremo avere una carica negativa paria a $Q_{ox} = -C_{ox}\left(V_{TH\ new} - V_{TH}\right) = -4.31 \times 10^{-4}$ C/m^2. Con questo nuovo valore della tensione di soglia, il transistore $M1$ è interdetto $V_{GS} < V_{TH}$. Possiamo quindi scrivere l'equazione:

$$\begin{aligned} I_{DS2} &= I_R \\ \frac{\mu_n C_{ox}}{2}\frac{W}{L}\left(V_{CC} - V_u - V_{TH}\right)^2 &= \frac{V_u}{R} \end{aligned}$$

che risolta da, come soluzione accettabile, $V_u = 1.8$ V.