PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 26 Giugno 2017

ESERCIZIO 1

Una giunzione pn è caratterizzata da $N_A = N_D = 5\times10^{15}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.11$ m^2/Vs, $\mu_p = 0.04$ m^2/Vs, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$ s, $S = 1$ mm^2. I valori di mobilità sono gli stessi in tutto il diodo. La base n è lunga, mentre per la base p $W_p = 3$ μm. La giunzione è polarizzata con $V = 0.55$ V.

1) Determinare la corrente del diodo con il modello a controllo di carica (tenendo conto sia delle lacune che degli elettroni iniettati), e confrontare il risultato con quello ottenibile mediante la formula standard.[4]

2) Calcolare il campo elettrico sul piano della giunzione ($x = 0$), e confrontarlo con il campo elettrico per $x = 20$ μm (regione di svuotamento di ampiezza trascurabile).[3]

3) Calcolare il campo elettrico per $x < -x_p$.[3]

ESERCIZIO 2

Un transistore n-MOS, con gate in polisilicio di tipo p^+ ($N_A = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}, $t_{ox} = 30$ nm, $W = 5$ μm, $L = 5$ μm, $\mu_n = 0.08$ m^2/Vs sia nel bulk che nel canale, $\tau_n = 10^{-6}$ s) viene polarizzato con $V_{GS} = 5$ V.

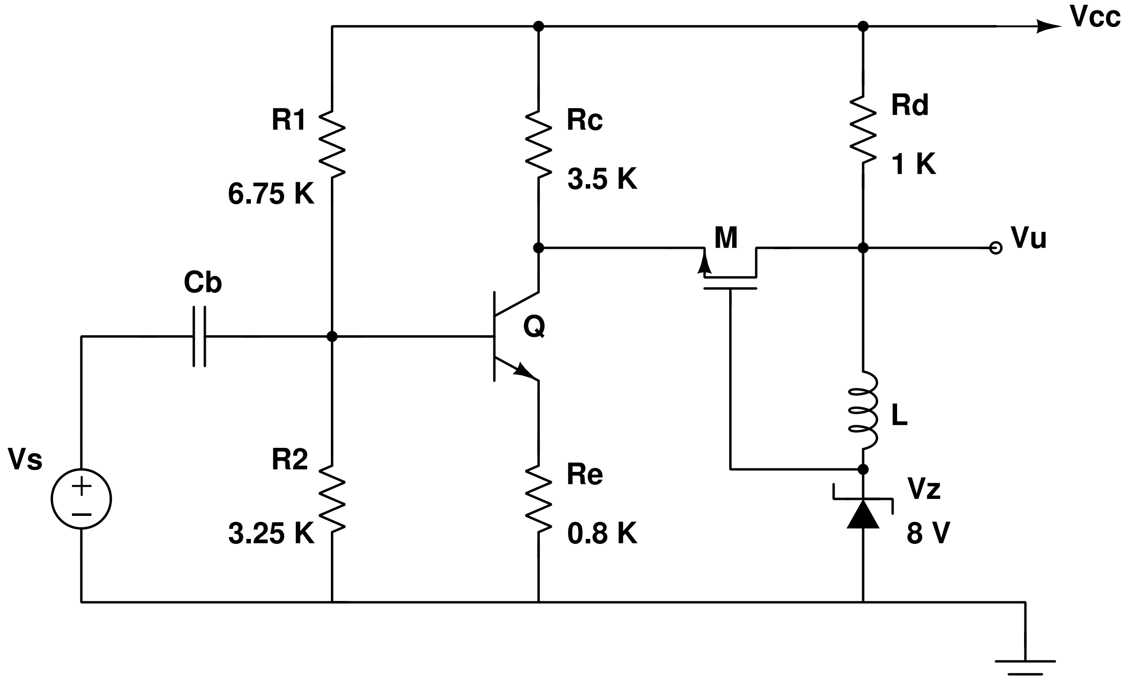
1) Calcolare la resistenza differenziale ($\frac{1}{\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{DS}}}$) per $V_{DS} = 5$ V, dovuta alla modulazione del canale (calcolare I_{DS} anche per $V_{DS} = 8$ V), e confrontarla con la resistenza differenziale per $V_{DS} = 0.6$ V. [4]

2) Per $V_{DS} = -0.6$V la corrente è risultata pari a -1 mA. Calcolare l'area della giunzione n^+p Drain-Substrato. [4]

3) È possibile applicare una tensione pari a $V_{DS} = -5$ V? Giustificare la risposta.[2]

ESERCIZIO 3

Nel circuito in figura, M è un transistore nMOS con $V_{TH} = 0.5$ V, $t_{ox} = 30$ nm, $\mu_n = 0.08$ m^2/Vs, $V_{CC} = 12$ V. Il transistore Q è un n^+pn ($N_{Abase} = N_{Dcollettore} = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs, $\tau_n = 10^{-6}$ s) ed è stato testato prima di essere inserito nel circuito, polarizzandolo con $V_{BE} = 0.5$ V, $V_{CE} = 5$ V; sono state misurate $I_B = 10$ μA e $I_C = 4$ mA.



1) Determinare la lunghezza effettiva di base, la lunghezza metallurgica di base e il β_f minimo garantito del transistore Q.[4]

2) Determinare W/L del transistore MOS, affinchè $I_{DS} = 2$ mA. Determinare il punto di riposo dei transistori, verificando la polarizzazione del diodo Zener.[4]

3) Determinare il massimo valore della resistenza R_D che consenta la corretta polarizzazione del diodo zener. [2]

ESERCIZIO 1

Una giunzione pn è caratterizzata da $N_A = N_D = 5\times10^{15}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.11$ m^2/Vs, $\mu_p = 0.04$ m^2/Vs, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$ s, $S = 1$ mm^2. I valori di mobilità sono gli stessi in tutto il diodo. La base n è lunga, mentre per la base p $W_p = 3$ μm. La giunzione è polarizzata con $V = 0.55$ V.

1) Determinare la corrente del diodo con il modello a controllo di carica (tenendo conto sia delle lacune che degli elettroni iniettati), e confrontare il risultato con quello ottenibile mediante la formula standard.[4]

2) Calcolare il campo elettrico sul piano della giunzione ($x = 0$), e confrontarlo con il campo elettrico per $x = 20$ μm (regione di svuotamento di ampiezza trascurabile).[3]

3) Calcolare il campo elettrico per $x < -x_p$.[3]

SOLUZIONE 1

1) Calcoliamo i parametri:

$$
\begin{aligned}
D_n &= \frac{kT}{q}\mu_n = 2.849 \times 10^{-3} \ \ \mathrm{m^2/s} \\
L_n &= \sqrt{D_n\tau_n} = 53.40 \ \ \mu\mathrm{m} \\
D_p &= \frac{kT}{q}\mu_p = 1.036 \times 10^{-3} \ \ \mathrm{m^2/s} \\
L_p &= \sqrt{D_p\tau_p} = 32.19 \ \ \mu\mathrm{m}
\end{aligned}
$$

La corrente è data dalla somma dell'effetto dovuto alle lacune iniettate Q_p/τ_p e dell'effetto dovuto agli elettroni iniettati Q_n/τ_t. Avremo che la corrente dovuta alle lacune iniettate è riferita alla parte n lunga:

$$
\begin{aligned}
I_p &= \frac{Q_p}{\tau_p} \\
Q_p &= qSL_p\frac{n_i^2}{N_D}\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right) \\
I_p &= qS\frac{L_p}{\tau_p}\frac{n_i^2}{N_D}\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right) = 0.39 \ \ \mathrm{mA}
\end{aligned}
$$

mentre la corrente dovuta agli elettroni iniettati è dovuta alla parte p corta:

$$\begin{aligned}
I_n &= \frac{Q_n}{\tau_t} \\
Q_n &= qS\frac{n_i^2}{N_A}\left(e^{\frac{V}{V_T}}-1\right)\frac{W_p}{2} \\
\tau_t &= \frac{W_p^2}{2D_n} \\
I_n &= qS\frac{D_n}{W_p}\frac{n_i^2}{N_D}\left(e^{\frac{V}{V_T}}-1\right) = 11.43 \;\; \text{mA}
\end{aligned}$$

Quindi la corrente totale risulta pari alla somma delle due: $I = 11.82$ mA. La formula standard è proprio la somma delle due componenti:

$$I = qS\frac{n_i^2}{N_D}\frac{D_p}{L_p} + \frac{n_i^2}{N_A}\frac{D_n}{W_p}\left(e^{\frac{V}{V_T}}-1\right) \tag{1}$$

e ovviamente da lo stesso risultato.

2) Per il campo elettrico sul piano della giunzione:

$$\begin{aligned}
V_0 &= V_T \ln\frac{N_D N_A}{n_i^2} = 0.658 \\
W(\text{V} = 5\text{V}) &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q}\left(\frac{1}{N_D}+\frac{1}{N_A}\right)(V_0 - V)} = 0.238 \;\; \mu\text{m} \\
x_p &= x_n = \frac{W}{2} \\
\mathcal{E} &= \frac{qN_D}{\epsilon_s}x_n = 906 \;\; \text{kV/m}
\end{aligned}$$

Il campo elettrico per $x = 20$ μm, nella parte n, può essere calcolato con la formula (vedi pag. 127 della dispensa, o alternativamente provare a ricavare:

$$\begin{aligned}
Sq\mu_n N_D \mathcal{E}(x = 20 \; \mu\text{m}) &= I - qS\left(D_n - D_p\right)\frac{d\delta p(x)}{dx} \\
Sq\mu_n N_D \mathcal{E}(x = 20 \; \mu\text{m}) &= I + qS\left(\frac{D_n - D_p}{L_p}\right)\frac{n_i^2}{N_D}\left(e^{\frac{V}{V_T}}-1\right)e^{-\frac{x}{L_p}} = 12.18 \;\; \text{mA} \\
(E) &= \frac{12.18\times 10^{-3}}{Sq\mu_n N_D} = 138 \;\; \text{V/m}
\end{aligned}$$

3) Per $x < -x_p$ sia la corrente dovuta alle lacune che quella dovuta agli elettroni iniettati sono costanti. Avremo dunque che il campo elettrico è costante. Per il resto, possiamo procedere come nel punto precedente, assumendo la quasi-neutralità che implica:

$$\delta p(x) = \delta_n(x) = \frac{n_i^2}{N_A}\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right)\left(1 - \frac{x}{W_p}\right) \tag{2}$$

Quindi:

$$\begin{aligned} Sq\mu_p N_A \mathcal{E}(x = 20\ \mu\text{m}) &= I - qS\left(D_n - D_p\right)\frac{d\delta n(x)}{dx} \\ Sq\mu_p N_A \mathcal{E}(x = 20\ \mu\text{m}) &= I + qS\left(\frac{D_n - D_p}{W_p}\right)\frac{n_i^2}{N_D}\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right) = 19.09\ \ \text{mA} \\ (E) &= \frac{19.09 \times 10^{-3}}{Sq\mu_p N_A} = 596\ \ \text{V/m} \end{aligned}$$

ESERCIZIO 2

Un transistore n-MOS, con gate in polisilicio di tipo p^+ ($N_A = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}, $t_{ox} = 30$ nm, $W = 5$ μm, $L = 5$ μm, $\mu_n = 0.08$ m^2/Vs sia nel bulk che nel canale, $\tau_n = 10^{-6}$ s) viene polarizzato con $V_{GS} = 5$ V.

1) Calcolare la resistenza differenziale $\left(\frac{1}{\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{DS}}}\right)$ per $V_{DS} = 5$ V, dovuta alla modulazione del canale (calcolare I_{DS} anche per $V_{DS} = 8$ V), e confrontarla con la resistenza differenziale per $V_{DS} = 0.6$ V. [4]

2) Per $V_{DS} = -0.6$V la corrente è risultata pari a -1 mA. Calcolare l'area della giunzione n^+p Drain-Substrato. [4]

3) È possibile applicare una tensione pari a $V_{DS} = -5$ V? Giustificare la risposta.[2]

SOLUZIONE 2

1) Calcoliamo la tensione di soglia:

$$\psi_B = V_T ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right) = 0.329\ \ \text{V}$$

$$\begin{aligned}
\Phi_{MS} &= \frac{E_g}{2q} - \psi_B = 0.211 \ \ \text{V} \\
C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.15 \times 10^{-3} \ \ \text{F/m} \\
V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B - \mid \Phi_{MS} \mid = 1.16 \ \ \text{V}
\end{aligned}$$

Per $V_{DS} = 5$ V il MOS è sicuramente in saturazione. Calcoliamo la lunghezza effettiva del canale:

$$\begin{aligned}
V_{0\ DSubs} &= \frac{E_g}{2q} + \psi_B = 0.869 \ \ \text{V} \\
V_{DS\ Sat} &= V_{GS} - V_{TH} = 5 - 1.16 = 3.84 \ \ \text{V} \\
V_{DP} &= V_{DS} - V_{DS\ Sat} = 1.16 \ \ \text{V} \\
W(V_{DP}) &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A}\left(V_0 + V_{DP}\right)} = 0.73 \ \ \mu\text{m} \\
L_{eff}(V_{DS} = 5 \text{ V}) &= L - W(V_{DP}) = 4.27 \ \ \mu\text{m} \\
I_{DS} &= \frac{\mu_n C_{ox}}{2}\frac{W}{L_{eff}}\left(V_{GS} - V_{TH}\right)^2 = 0.79 \ \ \text{mA}
\end{aligned}$$

Per $V_{DS} = 8$ V avremo:

$$\begin{aligned}
V_{DP} &= V_{DS} - V_{DS\ Sat} = 4.16 \ \ \text{V} \\
W(V_{DP}) &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A}\left(V_0 + V_{DP}\right)} = 1.15 \ \ \mu\text{m} \\
L_{eff}(V_{DS} &= 5 \text{ V}) = L - W(V_{DP}) = 3.85 \ \ \mu\text{m} \\
I_{DS} &= \frac{\mu_n C_{ox}}{2}\frac{W}{L_{eff}}\left(V_{GS} - V_{TH}\right)^2 = 0.88 \ \ \text{mA}
\end{aligned}$$

Quindi la resistenza differenziale risulta $(8 - 5)/(0.88 - 0.79) \times 10^3 = 35$ kΩ. Per $V_{DS} = 0.6$ V possiamo considerare di essere in zona lineare, quindi avremo:

$$\begin{aligned}
I_{DS} &= \mu_n C_{ox}\frac{W}{L}\left(V_{GS} - V_{TH}\right) V_{DS} = 0.21 \ \ \text{mA} \\
r_{diff} &= \frac{1}{\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}\left(V_{GS} - V_{TH}\right)} = 7863 \ \ \Omega
\end{aligned}$$

2) Se $V_{DS} = -0.6$ V alla corrente del canale, che è pari a $I_{DS} = -0.21$ mA (vedi punto precedente), si somma la corrente del diodo n^+p Drain-Substrato

polarizzato in diretta. Avremo che la corrente dovuta alla giunzione polarizzata in diretta $I_{Substrato-Drain}$:

$$\begin{aligned}
I_{Substrato-Drain} &= 1-0.21 = 0.79 \quad \text{mA} \\
I_{Substrato-Drain} &= qS\frac{n_i^2}{N_A}\frac{D_n}{L_n}\left(e^{\frac{V_{DS}}{V_T}}-1\right) \\
D_n &= \frac{kT}{q}\mu_n = 2.28\times 10^{-3} \quad \text{m}^2/\text{s} \\
L_n &= \sqrt{D_n\tau_n} = 47.75 \quad \mu\text{m} \\
S &= \frac{I_{Substrato-Drain}}{q\frac{n_i^2}{N_A}\frac{D_n}{L_n}\left(e^{\frac{V_{DS}}{V_T}}-1\right)} = 0.2\times 10^{-6} \quad \text{m}^2
\end{aligned}$$

3) Una tensione $V_{DS} = -5$ V polarizzerebbe in diretta la giunzione n^+p, e quindi, per quando detto sui diodi polarizzati indiretta, è impossibile perchè la giunzione si romperebbe per tensioni in valore assoluto ben minori di 5 V.

ESERCIZIO 3

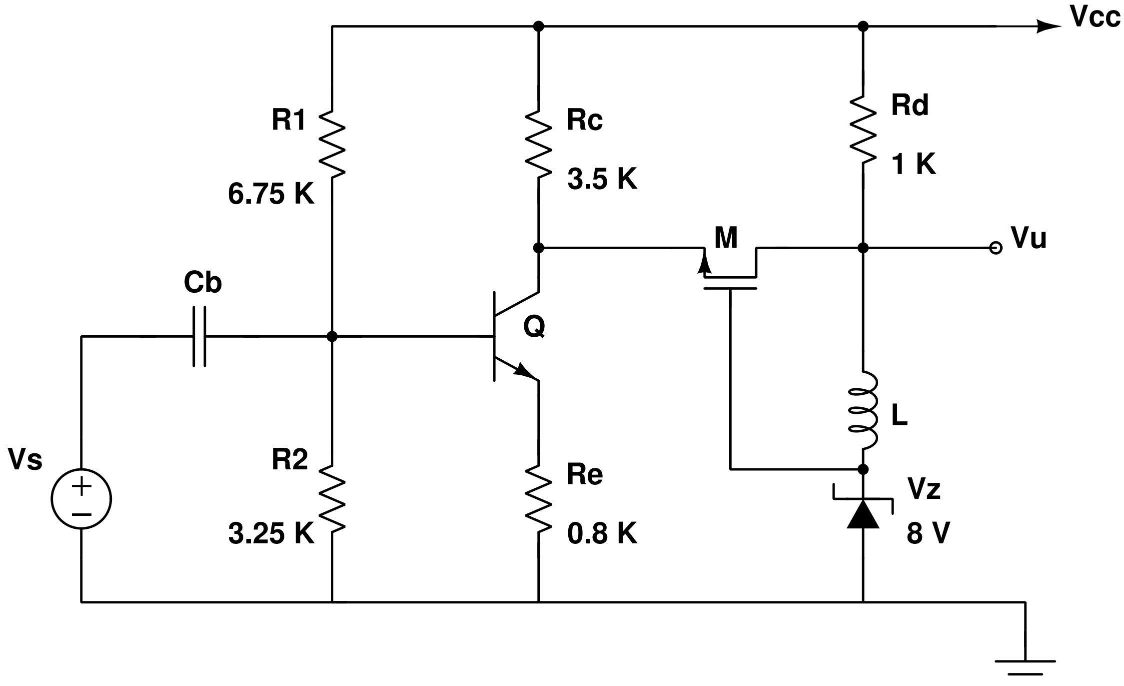
Nel circuito in figura, M è un transistore nMOS con $V_{TH} = 0.5$ V, $t_{ox} = 30$ nm, $\mu_n = 0.08$ m^2/Vs, $V_{CC} = 12$ V. Il transistore Q è un n^+pn ($N_{Abase} = N_{Dcollettore} = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs, $\tau_n = 10^{-6}$ s) ed è stato testato prima di essere inserito nel circuito, polarizzandolo con $V_{BE} = 0.5$ V, $V_{CE} = 5$ V; è stata misurata $I_B = 10$ μA e $I_C = 4$ mA.

1) Determinare la lunghezza effettiva di base, la lunghezza metallurgica di base e il β_f minimo garantito del transistore Q.[4]

2) Determinare W/L del transistore MOS, affinchè $I_{DS} = 2$ mA. Determinare il punto di riposo dei transistori, verificando la polarizzazione del diodo Zener.[4]

3) Determinare il massimo valore della resistenza R_D che consenta la corretta polarizzazione del diodo zener. [2]

SOLUZIONE 3



1) Avremo:

$$
\begin{aligned}
\beta_f &= \frac{I_C}{I_B} = 400 = \frac{\tau_n}{\tau_t} \\
\tau_t &= \frac{W_{eff}^2}{2D_n} \\
D_n &= V_T \mu_n = 2.59 \times 10^{-3} \ \ \mathrm{m^2/s} \\
W_{eff} &= \sqrt{\frac{2\tau_n D_n}{\beta_f}} = 3.6 \ \ \mu\mathrm{m}
\end{aligned}
$$

Calcoliamo la lunghezza metallurgica, conoscendo $V_{CB} = V_{CE} - V_{BE} = 4.5$ V e trascurando la regione di svuotamento della giunzione BE polarizzata in diretta:

$$
\begin{aligned}
V_{0BC} &= V_T \ln \frac{N_{Abase} N_{Dcollettore}}{n_i^2} = 0.695 \ \ \mathrm{V} \\
W_{BC}(4.5 \ \mathrm{V}) &= 1.17 \ \ \mu\mathrm{m} \\
x_{BC} &= \frac{W_{BC}}{2} = 0.58 \ \ \mu\mathrm{m}
\end{aligned}
$$

$$W_{met} = W_{eff} + X_{BC} = 4.18 \ \ \mu\text{m}$$

Quindi il transistore bipolare ha un β_f pari ad almeno:

$$\beta_{f\ min} = \frac{\tau_n}{\frac{W_{met}^2}{2D_n}} = 296 \tag{3}$$

2) Avremo ($C_{ox} = \epsilon_{ox}/t_{ox} = 1.15 \times 10^{-3}$ F/m^2, $V_G = 8$ V):

$$\begin{aligned}
V_B &= V_{CC}\frac{R_2}{R_1 + R_2} = 3.90 \ \ \text{V} \\
V_E &= V_B - V_\gamma = 3.20 \ \ \text{V} \\
I_E &= \frac{V_E}{R_E} = 4.0 \ \ \text{mA} \\
I_{R_C} &= I_E - I_S = 2.0 \ \ \text{mA} \\
V_S &= V_{CC} - R_C I_{R_C} = 5.0 \ \ \text{V} \\
I_{DS} &= \frac{\mu_n C_{ox}}{2}\frac{W}{L}\left(V_{GS} - V_{TH}\right)^2 \\
\frac{W}{L} &= \frac{I_{DS}}{\frac{\mu_n C_{ox}}{2}\left(V_{GS} - V_{TH}\right)^2} = 6.9 \approx 7
\end{aligned}$$

Avremo dunque per il bipolare:

$$\begin{aligned}
V_{CE} &= V_C - V_E = 5 - 3.2 = 1.8 \ \ \text{V} \\
V_{BE} &\approx V_\gamma = 0.7 \ \ \text{V} \\
I_C &\simeq I_E = 4 \ \ \text{mA} \\
I_{B\ max} &= \frac{I_C}{\beta_{f\ min}} = 13 \ \ \mu\text{A} \ll \frac{V_{CC}}{R_1 + R_2} = 1.2 \ \ \text{mA}
\end{aligned}$$

Per il MOS:

$$\begin{aligned}
V_{GS} &= V_G - V_S = 3 \ \ \text{V} \\
I_{DS} &= 2 \ \ \text{mA} \\
V_{DS} &= V_{GS} > V_{GS} - V_{TH}
\end{aligned}$$

La corrente che scorre in R_D è pari a $I_{R_D} = \frac{V_{CC} - V_Z}{R_D} = 4$ mA, quindi la corrente che scorre nello zener è pari a $I_Z = I_{R_D} - I_{DS} = 2$ mA. Lo zener è correttamente polarizzato.

3) Il valore massimo di R_D è pari a quello che garantisce una corrente I_Z almeno pari a 1 mA, e quindi $R_{Dmax} = \frac{V_{CC}-V_Z}{3\times10^{-3}} = 1.3$ kΩ. Otteniamo $R_{D\ Max} = 940\ \Omega$.