PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 15 Febbraio 2017

ESERCIZIO 1

Una giunzione pn è caratterizzata da $N_A = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}, $N_D = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.10$ m^2/Vs, $\mu_p = 0.04$ m^2/Vs, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$ s, $S = 1$ mm^2.

1) Determinare la corrente ed i parametri per piccolo segnale per $V = 0.6$ V e $V = -5$ V (entrambe le basi lunghe).[3]

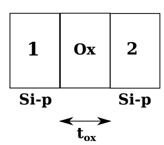
Si assuma che la parte p sia lunga, mentre la parte n sia corta ($W_n = 3$ μm):

2) si calcoli la corrente ed il circuito equivalente per le variazioni per $V = 0.6$ V.[4]

3) si calcoli la corrente e la capacità differenziale per $V = -5$ V. Stimare inoltre la massima tensione inversa applicabile.[3]

ESERCIZIO 2

Un condensatore è costituito da due pezzi di silicio, separati da ossido, come mostrato in figura. Entrambi i pezzi di silicio sono drogati di tipo p, ma la concentrazione N_A è diversa: $N_{A1} = 10^{16}$ cm^{-3} per il silicio 1, e $N_{A2} = 10^{15}$ cm^{-3} per il silicio 2. Lo spessore dell'ossido è $t_{ox} = 30$ nm.



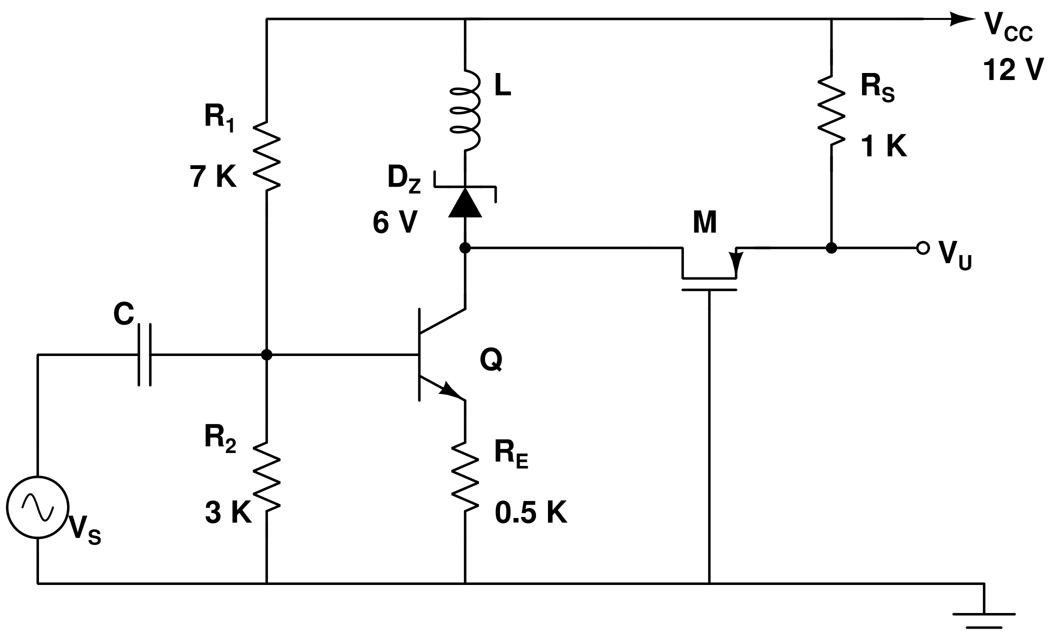
1) Si calcoli la tensione $V_{12} = V_{TH2}$ necessaria per portare all'inversione il silicio 2 (trascurare la caduta sul silicio 1).[2]

2) In accumulazione, la carica Q_p dovuta alle lacune si può approssimare con $Q_p = \sqrt{2\epsilon_s q V_T p_0 e^{\frac{V_s}{V_T}}}$. Determinare la caduta di tensione sul silicio 1 per $V_{12} = V_{TH2}$, dimostrando la validità dell'approssimazione fatta nel punto 1.[4]

3) Si calcoli la caduta di tensione sul silicio 1, V_{s1}, per avere all'interfaccia ossido-silicio (nel silicio 1) una concentrazione di lacune pari a $p = 10^{18}$ cm^{-3}. Usando la formula precedente, si calcoli Q_p e la caduta di tensione V_{12} totale.[4]

ESERCIZIO 3

Nel circuito in figura, M è un transistore pMOS a canale ultracorto (campo elettrico critico $\mathcal{E}_C = 10^6$ V/m, $W = 8$ μm, $L = 200$ nm, $\mid V_{TH} \mid = 1$ V, $t_{ox} = 30$ nm, $\mu_p = 0.04$ m^2/Vs). Q è un transistore n^+pn con $N_{Abase} = N_{Dcollettore} = 10^{16}$ cm^{-3}, $\tau_n = 10^{-6}$ s, $\mu_n = 0.11$ m^2/Vs. È stata misurata la corrente di base, ed è risultata $I_B = 10$ μA.



1) Determinare il punto di riposo dei transistori (MOS ultracorto in saturazione con $V_{DS} = L\mathcal{E}_C$), e verificare che lo zener sia correttamente polarizzato. [4]

2) Determinare il valore massimo di R_E per cui lo zener risulta polarizzato.[2]

3) Determinare la lunghezza effettiva e la lunghezza metallurgica di base ($V_{BE} \approx 0.7$ V) del transistore bipolare. [4]

ESERCIZIO 1

Una giunzione pn è caratterizzata da $N_A = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}, $N_D = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.10$ m^2/Vs, $\mu_p = 0.04$ m^2/Vs,$\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$ s, $S = 1$ mm^2.

1) Determinare la corrente ed i parametri per piccolo segnale per $V = 0.6$ V e $V = -5$ V (entrambe le basi lunghe).[3]

Si assuma che la parte p sia lunga, mentre la parte n sia corta ($W_n = 3$ μm):

2) si calcoli la corrente ed il circuito equivalente per le variazioni per $V = 0.6$ V.[4]

3) si calcoli la corrente e la capacità differenziale per $V = -5$ V. Stimare inoltre la massima tensione inversa applicabile.[3]

SOLUZIONE 1

1) Calcoliamo i parametri:

$$\begin{aligned}
D_n &= \frac{kT}{q}\mu_n = 2.59 \times 10^{-3} \quad \text{m}^2/\text{s} \\
L_n &= \sqrt{D_n \tau_n} = 50.89 \quad \mu\text{m} \\
D_p &= \frac{kT}{q}\mu_n = 1.036 \times 10^{-3} \quad \text{m}^2/\text{s} \\
L_p &= \sqrt{D_n \tau_n} = 32.19 \quad \mu\text{m}
\end{aligned}$$

Calcoliamo la corrente inversa di saturazione I_S:

$$I_S = qS\left(\frac{n_i^2}{N_A}\frac{D_n}{L_n} + \frac{n_i^2}{N_D}\frac{D_p}{L_p}\right) = 4.81 \times 10^{-13} \quad \text{A} \tag{1}$$

Quindi per $V = 0.6$ V avremo:

$$\begin{aligned}
I &= I_S\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right) = 5.5 \quad \text{mA} \\
r_D &= \frac{V_T}{I} = 4.67 \quad \Omega
\end{aligned}$$

Poiché $\tau_n = \tau_p = \tau$ avremo che la capacità di diffusione è pari a $C_{Diff} = \tau / r_D = 213$ nF. Rimane da calcolare la capacità dovuta allo svuotamento:

$$\begin{aligned} V_0 &= V_T \ln\left(\frac{N_D N_A}{n_i^2}\right) = 0.677 \ \text{ V} \\ W(0.6\text{ V}) &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q}\left(\frac{1}{N_A}+\frac{1}{N_D}\right)(V_0 - 0.6)} = 0.174 \ \ \mu\text{m} \\ C_W &= S\frac{\epsilon_s}{W} = 605 \ \text{ pF} \end{aligned}$$

Per $V = -5$ V, $I = -I_S$ e il circuito equivalente per le variazioni è costituito dalla capacità differenziale dovuta allo svuotamento:

$$\begin{aligned} W(-5\text{ V}) &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q}\left(\frac{1}{N_A}+\frac{1}{N_D}\right)(V_0 + 5)} = 1.05 \ \ \mu\text{m} \\ C_W &= S\frac{\epsilon_s}{W} = 100 \ \text{ pF} \end{aligned}$$

2) In questo caso, la base p è lunga e la base n è corta. Trascurando la regione di svuotamento (è molto piccola rispetto a W_n) avremo:

$$I_S = qS\left(\frac{n_i^2}{N_A}\frac{D_n}{L_n} + \frac{n_i^2}{N_D}\frac{D_p}{W_n}\right) = 1.61 \times 10^{-12} \ \text{ A} \tag{2}$$

Quindi avremo (la corrente e la resistenza differenziale si calcolano come sopra):

$$\begin{aligned} I &= I_S\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right) = 18 \ \text{ mA} \\ r_D &= \frac{V_T}{I} = 1.40 \ \ \Omega \end{aligned}$$

La capacità dovuta allo svuotamento è la stessa del punto 1 per $V = 0.6$ V ($C_W = 60$ nF), poiché la regione di svuotamento non dipende dalla base del diodo. La capacità dovuta alla diffusione è invece diversa, poiché contribuisce solo l'iniezione di elettroni nella parte p, che è a base lunga. Avremo:

$$Q_n = \int_{-\infty}^{0} qS\frac{n_i^2}{N_A}\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right)\ e^{\frac{x}{L_n}}$$

$$
\begin{aligned}
Q_n &= qS\frac{n_i^2}{N_A}L_n\left(e^{\frac{V}{V_T}}-1\right)\\
C_{diff} &= \frac{dQ_n}{dV} = qS\frac{n_i^2}{N_A}\frac{L_n}{V_T}e^{\frac{V}{V_T}} = 163 \quad \text{nF}
\end{aligned}
$$

3) Per $V = -5$ V non possiamo trascurare la regione di svuotamento nella base n che è corta. Avremo:

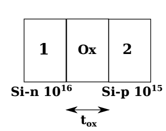
$$
\begin{aligned}
W(-5 \text{ V}) &= 1.05 \quad \mu\text{m}\\
x_n &= W\frac{N_A}{N_D+N_A} = 0.35 \quad \mu\text{m}\\
I_S &= I_S = qS\left(\frac{n_i^2}{N_A}\frac{D_n}{L_n} + \frac{n_i^2}{N_D}\frac{D_p}{W_n - x_n}\right) = 1.77\times 10^{-12} \quad \text{A}
\end{aligned}
$$

Quindi $I = I_S = 1.77$ pA. La capacità differenziale dipende dalla regione di svuotamento, e quindi è la stessa del punto precedente. La massima tensione inversa applicabile è quella che svuota completamente la base n corta. Quindi avremo:

$$
\begin{aligned}
x_n(V_{max}) &= 3 \quad \mu\text{m}\\
W &= 9 \quad \mu\text{m}\\
V_{max} &= \frac{W^2}{\frac{2\epsilon_s}{q}\left(\frac{1}{N_A}+\frac{1}{N_D}\right)} - V_0 = 204.6 \quad \text{V}
\end{aligned}
$$

ESERCIZIO 2

Un condensatore è fabbricato come mostrato in figura. Entrambi i pezzi di silicio sono drogati di tipo p, ma la concentrazione N_A è diversa: $N_{A1} = 10^{16}$ cm^{-3} per il silicio 1, e $N_{A2} = 10^{15}$ cm^{-3} per il silicio 2. Lo spessore dell'ossido è $t_{ox} = 30$ nm.



1) Si calcoli la tensione $V_{12} = V_{TH2}$ necessaria per portare all'inversione il silicio 2 (trascurare la caduta sul silicio 1).[2]

2) In accumulazione, la carica Q_p dovuta alle lacune si può approssimare con $Q_p = \sqrt{2\epsilon_s q V_T p_0 e^{\frac{V_s}{V_T}}}$. Determinare la caduta di tensione sul silicio 1 per $V_{12} = V_{TH2}$, dimostrando la validità dell'approssimazione fatta nel punto 1.[4]

3) Si calcoli la caduta di tensione sul silicio 1 V_{s1} per avere all'interfaccia ossido-silicio (nel silicio 1) una concentrazione di lacune pari a $p = 10^{18}$ cm^{-3}. Usando la formula precedente, si calcoli Q_p e la caduta di tensione V_{12} totale.[4]

SOLUZIONE 2

1) All'equilibrio la differenza di potenziale di contatto o, nel gergo delle strutture MOS, la Φ_{12} (positiva) è pari a:

$$\Phi_{12} = V_T \ln\left(\frac{N_{A1}}{N_{A2}}\right) = 0.059 \tag{3}$$

È facile verificare che questa tensione corrisponde alla differenza delle due ψ_B:

$$\begin{aligned}\psi_{B1} &= V_T \ln\left(\frac{N_{A1}}{n_i}\right) = 0.347\\ \psi_{B2} &= V_T \ln\left(\frac{N_{A2}}{n_i}\right) = 0.287\end{aligned}$$

Quando il silicio 2 è all'inversione, il silicio 1 è in accumulazione, quindi possiamo trascurare V_{s1} come suggerito dal testo. Avremo dunque che la tensione di soglia si può calcolare considerando un MOS tradizionale:

$$\begin{aligned}C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.15 \times 10^{-3} \ \ \mathrm{F/m^2}\\ V_{TH2} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_{A2} 2\psi_{B2}}}{C_{ox}} + 2\psi_{B2} + \Phi_{12} = 0.754 \ \ \mathrm{V}\end{aligned}$$

2) Per $V_{12} = V_{TH2}$ avremo che la carica del condensatore si può calcolare come quella della regione di svuotamento dovuta a $2\psi_{B2}$. Avremo che la

carica negativa (in valore assoluto) è:

$$Q_{negativa} = Q_W = \sqrt{2\epsilon_s q N_{A2} 2\psi_{B2}} = 1.39 \times 10^{-4}\ \text{C/m}^2 \tag{4}$$

Quindi avremo:

$$Q_{positiva} = Q_p = Q_{negativa} = 1.39 \times 10^{-4}\ \text{C/m}^2 \tag{5}$$

da cui si ricava la caduta di tensione V_{s1} nel silicio 1:

$$\begin{aligned} Q_p &= \sqrt{2\epsilon_s q V_T p_0 e^{\frac{V_s}{V_T}}} \\ V_{s1} &= V_T \ln\left(\frac{Q_p^2}{2\epsilon_s q V_T N_A}\right) = 0.021\ \ \text{V} \end{aligned}$$

Quindi l'approssimazione è pari a circa il 10%.

3) Avremo ($p_0 = N_A$):

$$\begin{aligned} p_s &= p_0 e^{\frac{V_s}{V_T}} \\ V_s &= V_T \ln\left(\frac{p_s}{N_A}\right) = 0.119\ \ \text{V} \end{aligned}$$

Da notare che questa tensione è maggiore di quella precedente, quindi il silicio 2 è sicuramente in inversione. Calcoliamo la carica positiva, dovuta all'accumulazione di lacune:

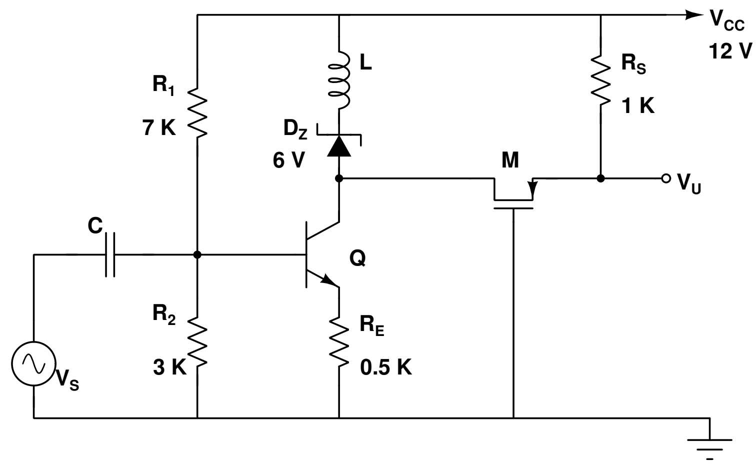
$$Q_p = \sqrt{2\epsilon_s q V_T p_0 e^{\frac{V_s}{V_T}}} = 9.30 \times 10^{-4}\ \text{C/m}^2 \tag{6}$$

Avremo dunque che la caduta sul silicio 2 è pari a $2\psi_{B2}$ e:

$$V_{12} = V_1 + \frac{Q_p}{C_{ox}} + 2\psi_{B2} = 1.5\ \ \text{V} \tag{7}$$

ESERCIZIO 3

Nel circuito in figura, M è un transistore pMOS a canale ultracorto (campo elettrico critico $\mathcal{E}_C = 10^6$ V/m, $W = 8\ \mu$m, $L = 200$ nm, $|\ V_{TH}\ | = 1$ V, $t_{ox} = 30$ nm, $\mu_p = 0.04$ m^2/Vs). Q è un transistore n^+pn con $N_{Abase} =$



$N_{Dcollettore} = 10^{16}$ cm^{-3}, $\tau_n = 10^{-6}$ s, $\mu_n = 0.11$ m^2/Vs. È stata misurata la corrente di base, ed è risultata $I_B = 10$ μA.

1) Determinare il punto di riposo dei transistori (MOS ultracorto in saturazione con $V_{DS} = L\mathcal{E}_C$), e verificare che lo zener sia correttamente polarizzato. [4]

2) Determinare il valore massimo di R_E per cui lo zener risulta polarizzato.[2]

3) Determinare la lunghezza effettiva e la lunghezza metallurgica di base ($V_{BE} \approx 0.7$ V) del transistore bipolare. [4]

SOLUZIONE 3

1) Supponendo i transistori in saturazione, avremo $V_B = V_{CC}\ R_2/(R_2 + R_1) = 3.7$ V,$V_E = V_B - V_\gamma = 3$ V, $I_E = 6$ mA. Per il transistore M abbiamo $V_G = 0$ V. Per il calcolo della I_{SD} bisogna imporre la relazione (V_{TH} in valore assoluto):

$$\begin{aligned}
V_{CC} - R_S(I_{SD}) &= V_S \\
I_{SD} &= \mu_p C_{ox}\mathcal{E}_C W\,(V_{SG} - V_{TH}) \\
V_{CC} - R_S\mu_p C_{ox}\mathcal{E}_C W\,(V_S - V_{TH}) &= V_S
\end{aligned}$$

che risolta da $V_S = 9$ V ($C_{ox} = \epsilon_{ox}/t_{ox} = 1.15 \times 10^{-3}$ F/m^2). Quindi $I_{SD} = 3$

mA, $V_U = V_S = 9$ V. Quindi avremo, per il bipolare:

$$\begin{aligned} I_C &\simeq I_E = 6 \quad \text{mA} \\ V_{CE} &= 3 \quad \text{V} \\ V_{BE} &\simeq V_\gamma \quad \text{V} \end{aligned}$$

Verifichiamo il partitore pesante: $I_B = 10\ \mu\text{A} \ll V_{CC}/(R_1 + R_2) = 1.2$ mA. Per il pMOS

$$\begin{aligned} I_{SD} &= 3 \quad \text{mA} \\ V_{SG} &= 9 \quad \text{V} \\ V_{SD} &= 3 \quad \text{V} \end{aligned}$$

La corrente che scorre nello zener si può determinare come:

$$\begin{aligned} I_C &= I_S + I_Z \\ I_Z &= I_C - I_S = 3 \ \ \text{mA} \end{aligned}$$

Quindi $I_Z > 1$ mA, e lo zener risulta correttamente polarizzato.

2) La tensione di emettitore è fissata dal partitore sulla base ($V_E = V_B - V_\gamma$), e pari a 3 V. All'aumentare della R_E la corrente $I_E \simeq I_C$ diminuisce. Quando avremo $I_C = I_S$ lo zener non è più polarizzato ($I_Z = 0$). Quindi $R_{Emax} = 1$ kΩ.

3) La lunghezza effettiva della base determina il β_f del transistore. Avremo:

$$\begin{aligned} \beta_f &= \frac{I_C}{I_B} = 600 \\ \beta_f &= \frac{\tau_n}{\tau_t} \\ \tau_t &= \frac{W^2}{2D_n} \\ \beta_f &= \frac{\tau_n 2D_n}{W^2} \\ W &= \sqrt{\frac{\tau_n 2D_n}{\beta_f}} \\ D_n &= V_T \mu_n = 2.849 \times 10^{-3} \ \ \text{m}^2\text{s} \end{aligned}$$

e quindi $W = W_{eff} = 3.1\ \mu$m. Per la lunghezza metallurgica avremo che $V_{CE} = 3$ V, e quindi $V_{CB} = 2.3$ V. Poiché il drogaggo della base e del collettore sono uguali, avremo $X_{CB} = W_{CB}/2$. Dunque:

$$\begin{aligned}
W &= W_{eff} + X_{CB} \\
V_{0CB} &= V_T \ln\left(\frac{N_{Abase} N_{Dcollettore}}{n_i^2}\right) = 0.695 \;\; \text{V} \\
X_{CB} &= \frac{W_{CB}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q}\left(\frac{1}{N_{Abase}} + \frac{1}{N_{Dcollettore}}\right)(V_{0CB} + V_{CB})} = 0.44 \;\; \mu\text{m}
\end{aligned}$$

E quindi $W_{met} = 3.54\ \mu$m.