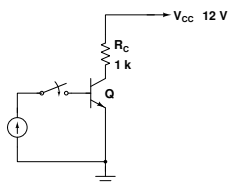


PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 27 Gennaio 2017

ESERCIZIO 1

Un transistor n^+pn^+ ($N_{Abase} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $W = 4 \mu\text{m}$, $S = 1 \text{ mm}^2$, $\mu_n = 0.11 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\tau_n = 10^{-6} \text{ s}$) è polarizzato come in figura ($V_{CC} = 12 \text{ V}$, $R_C = 1 \text{ k}\Omega$). La corrente di collettore è risultata $I_C = 5 \text{ mA}$ (tasto chiuso, a regime).



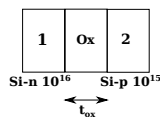
1) Facendo le approssimazioni opportune, si determino la corrente di base e le tensioni ai terminali (V_{BE} e V_{CB}). Discutere e giustificare le approssimazioni.[4]

2) Si consideri una corrente di base pari a 5 volte quella ottenuta nel punto 1. Calcolare la corrente di collettore e le tensioni ai terminali.[3]

3) Il tasto viene aperto a $t = 0$ (condizioni di regime per $t < 0$). Determinare il transitorio della corrente di collettore $I_C(t)$. [3]

ESERCIZIO 2

Nel dispositivo in figura, il silicio 1 a sinistra è drogato di tipo n , $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ e il silicio 2 a destra è drogato di tipo p , $N_A = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, lo spessore dell'ossido è $t_{ox} = 50 \text{ nm}$.



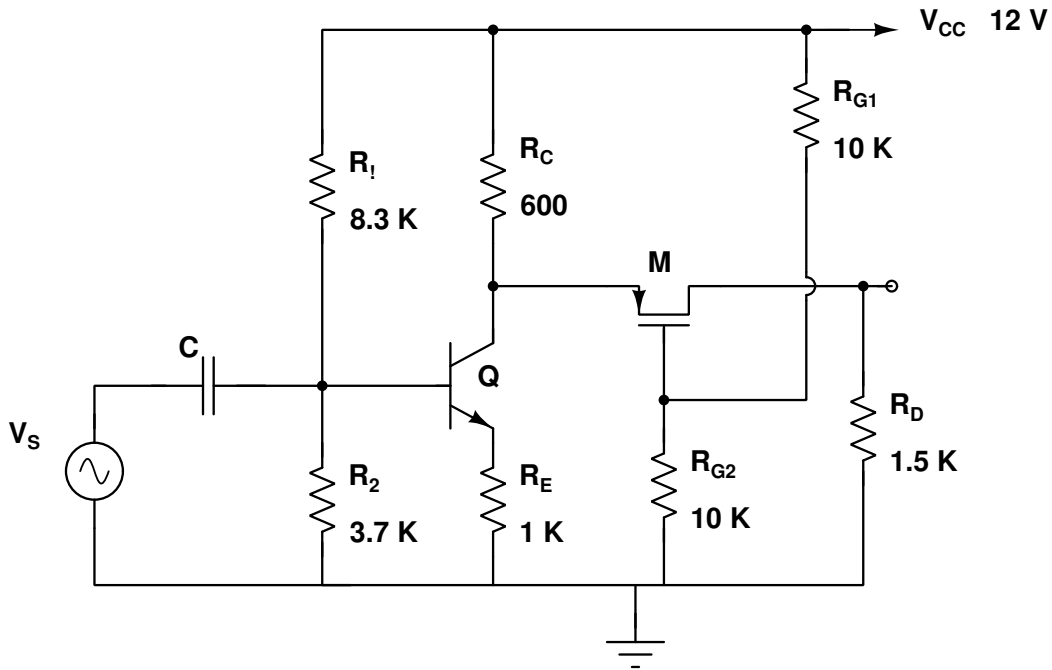
1) Determinare le cadute di tensione e le cariche all'equilibrio.[4]

2) Determinare la tensione per portare all'inversione il silicio p , e la tensione per portare all'inversione il silicio n .[4]

3) Si consideri il caso per cui entrambi i pezzi di silicio siano drogati di tipo p : a sinistra $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, a destra $N_A = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Si determini la tensione per portare all'inversione il silicio 2 a destra della struttura.[2]

ESERCIZIO 3

Nel circuito in figura, M è un transistore p MOS a canale ultracorto (campo elettrico critico $\mathcal{E}_C = 10^6$ V/m, $W = 22$ μm , $L = 200$ nm, $|V_{TH}| = 1$ V, $t_{ox} = 30$ nm, $\mu_p = 0.04$ m²/Vs). Q è un transistore n^+pn con $\beta_{fmin} = 300$.



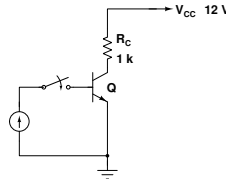
1) Disegnare le caratteristiche del transistore p MOS per $V_{SG} = 2$ V, $V_{SG} = 3$ V e $V_{SG} = 4$ V, confrontandole con quelle che si avrebbero nel caso di saturazione per strozzamento di canale (determinare le correnti di saturazione nei due casi). [4]

2) Determinare la tensione di uscita del circuito ed il punto di riposo dei transistori. [4]

3) Determinare il massimo valore di R_D per cui il transistore M risulta correttamente polarizzato. [2]

ESERCIZIO 1

Un transistoro n^+pn^+ ($N_{Abase} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $W = 4 \mu\text{m}$, $S = 1 \text{ mm}^2$, $\mu_n = 0.11 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\tau_n = 10^{-6} \text{ s}$) è polarizzato come in figura ($V_{CC} = 12 \text{ V}$, $R_C = 1 \text{ k}\Omega$). La corrente di collettore è risultata $I_C = 5 \text{ mA}$ (tasto chiuso, a regime).



1) Facendo le approssimazioni opportune, si determino la corrente di base e le tensioni ai terminali (V_{BE} e V_{CB}). Discutere e giustificare le approssimazioni.[4]

2) Si consideri una corrente di base pari a 5 volte quella ottenuta nel punto 1. Calcolare la corrente di collettore e le tensioni ai terminali.[3]

3) Il tasto viene aperto a $t = 0$ (condizioni di regime per $t < 0$). Determinare il transitorio della corrente di collettore $I_C(t)$. [3]

SOLUZIONE 1

1) Calcoliamo i parametri:

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n = 2.849 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$$
$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = 53.38 \mu\text{m}$$

Dalle condizioni di polarizzazione, avremo che $V_{CE} = V_{CC} - R_C I_C = 7 \text{ V}$. Per il calcolo della corrente di base, dobbiamo valutare la lunghezza effettiva di base. Per fare questo, abbiamo bisogno di V_{CB} . Assumiamo per V_{BE} un valore ragionevole, ad esempio pari a 0.5 V , ottenendo $V_{CB} = 6.5 \text{ V}$. Questa approssimazione non dovrebbe incidere molto sul risultato finale, poichè serve solo per il calcolo della regione di svuotamento base-collettore $W_{CB} = X_{CB}$, che dipende dalla radice quadrata della tensione. Ricaviamo:

$$V_{0BC} = V_T \ln \left(\frac{N_{Abase} N_{Dcollettore}}{n_i^2} \right) = 0.873 \text{ V}$$

$$\begin{aligned}
X_{BC} &= W_{BC} = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_{Abase}(V_{0BC} + V_{CB})}} = 0.985 \text{ } \mu\text{m} \\
W_{eff} &= 4 - 0.985 = 3.02 \text{ } \mu\text{m} \\
\tau_t &= \frac{W_{eff}^2}{2D_n} = 1.61 \times 10^{-9} \text{ s} \\
\beta_f &= \frac{\tau_n}{\tau_t} = 621 \\
I_B &= 8 \text{ } \mu\text{A}
\end{aligned}$$

Calcoliamo adesso la tensione base-emettitore. Il transistor è in zona attiva diretta e quindi il profilo dell'eccesso di portatori minoritari in base è triangolare:

$$\begin{aligned}
I_B &= \frac{Q_B}{\tau_n} = qS\delta n(0)\frac{W_{eff}}{\tau_n} \\
\delta n(0) &= \frac{\tau_n I_B}{qS} = 1.66 \times 10^{19} \text{ m}^{-3} \\
\delta n(0) &= \frac{n_i^2}{N_{Abase}} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) \\
V_{BE} &= V_T \ln \left(\frac{\delta n(0)N_{Abase}}{n_i^2} \right) = 0.53 \text{ V}
\end{aligned}$$

Quindi l'aver considerato $V_{BE} \approx 0.5$ è una buona approssimazione, almeno per valutare la regione di svuotamento base-collettore.

2) Se la corrente diventa $5I_B$ probabilmente il transistor è in saturazione. Infatti $I_{Cmax} \simeq V_{CC}/R_C = 12 \text{ mA}$, e $\beta_f \times 5I_B = 25 \text{ mA}$. Quindi avremo che il profilo dell'eccesso di portatori minoritari in base è trapezoidale. La corrente di collettore è pari a quella massima fornibile dal circuito di polarizzazione (12 mA), e le tensioni V_{BE} e V_{BC} si determinano ($W = W_{met} = 4 \text{ } \mu\text{m}$, $I_C = I_{Cmax} = 12 \text{ mA}$):

$$\begin{aligned}
Q_B &= 5I_B\tau_n = qS\frac{\delta n(0) + \delta n(W)}{2}W \\
I_C &= qSD_n\frac{d\delta n(x)}{dx} = qSD_n\frac{\delta n(0) - \delta n(W)}{W}
\end{aligned}$$

Da ricordare che la W da considerare è quella metallurgica ($4 \text{ } \mu\text{m}$), poichè le due giunzioni sono entrambe polarizzate in diretta. Risolvendo il sistema di

due equazioni nelle due incognite $\delta n(0)$ e $\delta n(W)$ otteniamo:

$$\begin{aligned}\delta n(0) &= 1.05 \times 10^{20} \text{ m}^{-3} \\ \delta n(W) &= 1 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}\end{aligned}$$

Otteniamo quindi per le tensioni:

$$\begin{aligned}V_{BE} &= V_T \ln \left(\frac{\delta n(0) N_{Abase}}{n_i^2} \right) = 0.58 \text{ V} \\ V_{BC} &= V_T \ln \left(\frac{\delta n(W) N_{Abase}}{n_i^2} \right) = 0.52 \text{ V}\end{aligned}$$

3) All'apertura del tasto avremo che la carica immagazzinata in base risulta ($I_B = 5 \times 8 = 40 \mu\text{A}$):

$$Q_B(t < 0) = I_B \tau_n \quad (1)$$

All'apertura del tasto I_B diventa 0, e la carica in base evolve con un andamento esponenziale:

$$Q_B(t) = I_B \tau_n e^{-\frac{t}{\tau_n}} \quad (2)$$

La corrente rimane costante ed uguale a $I_{Cmax} \simeq V_{CC}/R_C$ per un tempo t_{SD} , finché il transistor non arriva al limite della zona attiva diretta. Per $t = t_{SD}$ avremo:

$$Q_B(t_{SD}) = \frac{I_{Cmax}}{\beta_f} \tau_n \quad (3)$$

Quindi avremo:

$$\begin{aligned}I_B \tau_n e^{-\frac{t_{SD}}{\tau_n}} &= \frac{I_{Cmax}}{\beta_f} \tau_n \\ \tau_{SD} &= \tau_n \ln \left(\frac{I_B \beta_f}{I_{Cmax}} \right) = 0.17 \mu\text{s}\end{aligned}$$

dove il valore di β_f è stato calcolato con la lunghezza metallurgica della base, poiché entrambe le giunzioni sono polarizzate in diretta:

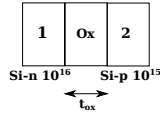
$$\begin{aligned}\tau_t &= \frac{W_{eff}^2}{2D_n} = 2.81 \times 10^{-9} \text{ s} \\ \beta_f &= \frac{\tau_n}{\tau_t} = 356\end{aligned}$$

Per $t > t_{SD}$ la $I_C(t)$ segue il decadimento esponenziale della corrente di base:

$$I_C(t) = \frac{Q_B(t)}{\tau_t} = I_B \beta_f e^{-\frac{t}{\tau_n}} \quad t > t_{SD} \quad (4)$$

ESERCIZIO 2

Nel dispositivo in figura, il silicio 1 a sinistra è drogato di tipo n , $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ e il silicio 2 a destra è drogato di tipo p , $N_A = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, lo spessore dell'ossido è $t_{ox} = 50 \text{ nm}$.



- 1) Determinare le cadute di tensione e le cariche all'equilibrio.[4]
- 2) Determinare la tensione per portare all'inversione il silicio p , e la tensione per portare all'inversione il silicio n .[4]
- 3) Si consideri il caso per cui entrambi i pezzi di silicio siano drogati di tipo p : a sinistra $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, a destra $N_A = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Si determini la tensione per portare all'inversione il silicio 2 a destra della struttura.[2]

SOLUZIONE 2

1) All'equilibrio la differenza di potenziale di contatto (o, nel gergo delle strutture MOS, la Φ_{MS} (in valore assoluto, è negativa) è pari a:

$$\Phi_{MS} = V_T \ln \left(\frac{N_A N_D}{n_i^2} \right) = 0.635 \quad (5)$$

È facile verificare che questa tensione corrisponde alla somma delle due ψ_B :

$$\psi_{Bn} = V_T \ln \left(\frac{N_D}{n_i} \right) = 0.347$$

$$\psi_{Bp} = V_T \ln \left(\frac{N_A}{n_i} \right) = 0.287$$

Ragionando sul piegamento delle bande, possiamo affermare che questa tensione porta verso l'inversione entrambe le strutture. La condizione essenziale da verificare è che $Q_n = Q_p = Q$ in valore assoluto. Possiamo supporre (da verificare successivamente) che nessuna delle due strutture sia in inversione. Quindi (Φ_{MS} va sottratta):

$$\begin{aligned} C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 6.906 \times 10^{-4} \text{ F/m}^2 \\ \sqrt{2\epsilon_s q N_D V_1} &= \sqrt{2\epsilon_s q N_A V_2} \\ 0 &= V_1 + \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_D V_1}}{C_{ox}} + V_2 - \Phi_{MS} \end{aligned}$$

Quindi avremo:

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{N_D}{N_A} V_1 \\ \Phi_{MS} &= V_1 + \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_D V_1}}{C_{ox}} + \frac{N_D}{N_A} V_1 \end{aligned}$$

Questa è una equazione in V_1 che, risolta, dà come valore accettabile $V_1 = 0.042 \text{ V}$ e $V_2 = 0.42 \text{ V}$. Da notare che entrambe le cadute di tensione sono inferiori rispetto alle rispettive $2\psi_B$, quindi entrambi i pezzi di silicio sono in svuotamento.

2) La tensione da applicare è positiva da 1 a 2 (cariche negative richieste alla parte p , cariche positive richieste alla parte n), sia per portare all'inversione il silicio di tipo p , sia per portare all'inversione il silicio di tipo n . Si può supporre che la parte meno drogata p raggiunga l'inversione per una tensione minore di quella richiesta dalla parte n , che è ancora in svuotamento per p invertita. Avremo dunque:

$$\begin{aligned} V_2 &= 2\psi_{Bp} = 0.574 \text{ V} \\ V_1 &= \frac{N_A}{N_D} V_2 = \frac{N_A}{N_D} 2\psi_{Bp} = 0.0574 \text{ V} \end{aligned}$$

Quindi possiamo scrivere:

$$\begin{aligned} V_{THp} &= V_1 + \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_{Bp}}}{C_{ox}} + 2\psi_{Bp} - \Phi_{MS} \\ V_{THp} &= \frac{N_A}{N_D} 2\psi_{Bp} + \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_{Bp}}}{C_{ox}} + 2\psi_{Bp} - \Phi_{MS} = 0.198 \end{aligned}$$

Per l'inversione del silicio n , avremo che il silicio p è oltre l'inversione, e quindi la caduta $V_2 \simeq 2\psi_{Bp}$, mentre la caduta di tensione sul silicio n deve essere uguale a $2\psi_{Bn}$. Quindi:

$$V_{THn} = 2\psi_{Bp} + \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_D 2\psi_{Bn}}}{C_{ox}} + 2\psi_{Bn} - \Phi_{MS} = 1.33 \text{ V} \quad (6)$$

2) Se entrambi i pezzi di silicio sono drogati di tipo p , per portare all'inversione il silicio 2 bisogna applicare una V_{12} positiva: il polo negativo è allora applicato al silicio 2, richiedendo cariche negative. In questo caso, il silicio 1 è in accumulazione, e la caduta V_1 è trascurabile. La struttura allora si comporta come un condensatore n MOS con gate drogato di tipo p . Avremo allora ($\Phi_{MS} > 0$):

$$\Phi_{MS} = \psi_{B1} - \psi_{B2} = V_T \ln \left(\frac{N_{A1}}{N_{A2}} \right) = 0.059 \text{ V}$$

$$V_{TH2} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_{A2} 2\psi_{B2}}}{C_{ox}} + 2\psi_{B2} + \Phi_{MS} = 0.83 \text{ V}$$

ESERCIZIO 3

Nel circuito in figura, M è un transistorore p MOS a canale ultracorto (campo elettrico critico $\mathcal{E}_C = 10^6 \text{ V/m}$, $W = 22 \text{ }\mu\text{m}$, $L = 200 \text{ nm}$, $|V_{TH}| = 1 \text{ V}$, $t_{ox} = 30 \text{ nm}$, $\mu_p = 0.04 \text{ m}^2/\text{Vs}$). Q è un transistorore n^+pn con $\beta_{fmin} = 300$.

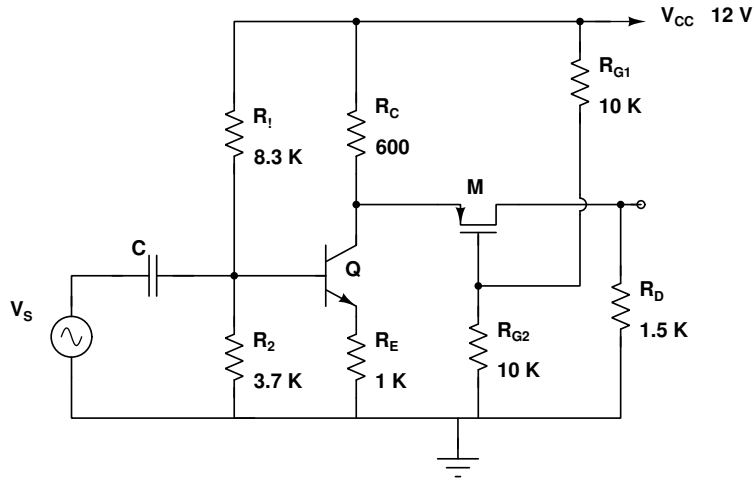
1) Disegnare le caratteristiche del transistorore p MOS per $V_{SG} = 2 \text{ V}$, $V_{SG} = 3 \text{ V}$ e $V_{SG} = 4 \text{ V}$, confrontandole con quelle che si avrebbero nel caso di saturazione per strozzamento di canale (determinare le correnti di saturazione nei due casi). [4]

2) Determinare la tensione di uscita del circuito ed il punto di riposo dei transistorori. [4]

3) Determinare il massimo valore di R_D per cui il transistorore M risulta correttamente polarizzato. [2]

SOLUZIONE 3

1) Per le caratteristiche, si faccia riferimento alla dispensa. Importante è calcolare la corrente e la tensione di saturazione nei due casi. Prendiamo



ad esempio $V_{SG} = 2$ V. Nel caso di saturazione di velocità avremo ($C_{ox} = \epsilon_{ox}/t_{ox} = 1.15 \times 10^{-3}$ F/m²):

$$\begin{aligned} V_{SG} &= 2 \text{ V} \\ V_{SDSat} &= 0.2 \text{ V} \\ I_{SDSat} &= \mu_p C_{ox} \mathcal{E}_C W (V_{SG} - V_{TH}) = 2.02 \text{ mA} \end{aligned}$$

Nel caso di saturazione per strozzamento avremo:

$$\begin{aligned} V_{SG} &= 2 \text{ V} \\ V_{SDSat} &= V_{SG} - V_{TH} = 1 \text{ V} \\ I_{SDSat} &= \mu_p C_{ox} \frac{W}{2L} (V_{SG} - V_{TH})^2 = 2.53 \text{ mA} \end{aligned}$$

2) Supponendo i transistori in saturazione, avremo $V_B = V_{CC} R_2 / (R_2 + R_1) = 3.7$ V, $V_E = V_B - V_\gamma = 3$ V, $I_E = 3$ mA. Per il transistorore M abbiamo $V_G = 6$ V. Per il calcolo della I_{SD} bisogna imporre la relazione (V_{TH} in valore assoluto):

$$\begin{aligned} V_{CC} - R_C(I_C + I_{SD}) &= V_S \\ I_{SD} &= \mu_p C_{ox} \mathcal{E}_C W (V_{SG} - V_{TH}) \\ V_{CC} - R_C I_C - R_C \mu_p C_{ox} \mathcal{E}_C W (V_S - V_G - V_{TH}) &= V_S \end{aligned}$$

che risulta da $V_S = 9 \text{ V}$. Quindi $I_{SD} = 2 \text{ mA}$, $V_u = V_D = 3 \text{ V}$. Quindi avremo, per il bipolare:

$$\begin{aligned} I_C &\simeq I_E = 3 \text{ mA} \\ V_{CE} &= 6 \text{ V} \\ V_{BE} &\simeq V_\gamma \text{ V} \end{aligned}$$

Verifichiamo il partitore pesante: $I_B = I_C/\beta_{fminimo} = 10 \mu\text{A} \ll V_{CC}/(R_1 + R_2) = 1 \text{ mA}$. Per il *p*MOS

$$\begin{aligned} I_{SD} &= 2 \text{ mA} \\ V_{SG} &= 3 \text{ V} \\ V_{SD} &= 6 \text{ V} \end{aligned}$$

3) Per far rimanere il transistor *M* in saturazione, $V_{SD} > 0.2 \text{ V}$. Quindi $V_D < V_S - 0.2$ e $R_D < V_D/I_{SD} = \Omega$.