PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 30 Giugno 2016

ESERCIZIO 1

Considerare delle giunzioni p^+n, con $N_D = 10^{15}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.12$ m^2/Vs, S=1 mm^2. Il campo elettrico di break- down a valanga è pari a 10 MV/m (trascurare l'effetto Zener). Con W_n si indica la distanza tra il piano della giunzione e il contatto n.

1) Per $W_n = 500$ μm determinare la tensione di break- down V_{BD} e disegnare il circuito equivalente per $V > V_{BD}$ (in valore assoluto), calcolando la resistenza serie (si assuma che la regione di svuotamento abbia resistenza nulla). [4]

2) Per $W_n = 5$ μm si calcoli la resistenza serie del diodo per $V < V_{BD}$ in polarizzazione inversa (SUGGERIMENTO: si calcoli la corrente per $V = 5$ V e $V = 12$ V). [3]

3) Per $W_n = 5$ μm si calcolino la tensione di break- down e i parametri del circuito equivalente per $V > V_{BD}$. [3]

ESERCIZIO 2

Un transistore nMOS ha il gate di tipo p^+, $N_A = 5 \times 10^{15}$ cm^{-3}, $t_{ox} = 20$ nm, $\mu_n = 1000$ cm^2/Vs, W=5 μm, L=5 μm, $\mathcal{E}_{critico} \to \infty$, ed è polarizzato con $V_{GS} = 5$ V. È stata misurata una corrente $I_{DS} = 2.7$ mA.

1) Dimostrare che il MOS è in saturazione, e determinare il valore della V_{DS}. [4]

2) Per le condizioni di polarizzazione del punto 1), determinare la resistenza differenziale di uscita r_D e il guadagno g_m del transistore. [3]

3) Per V_{DS} determinato nel punto 1), si calcoli la corrente nel caso in cui $\mathcal{E}_{critico} = 10^5$ V/m (si può considerare il modello lineare). Si determinino inoltre r_D e g_m. [3]

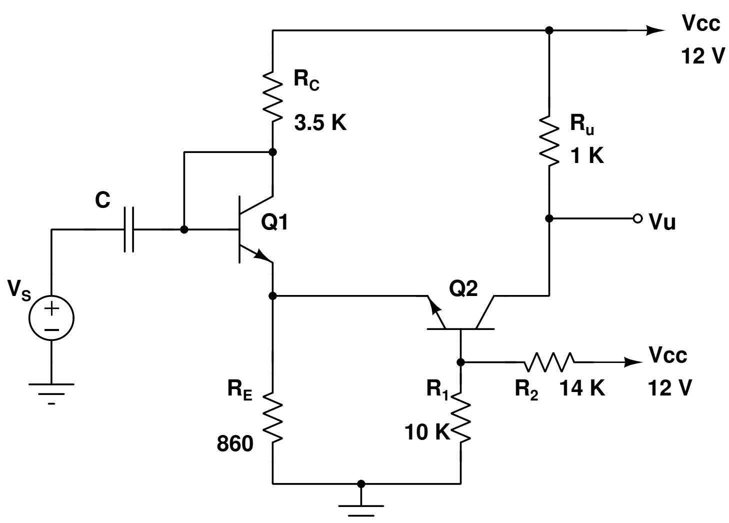
ESERCIZIO 3

Nel circuito in figura, Q_1 e Q_2 sono transistori bipolari n^+pn, con $N_{ABase} = 10^{16}$ cm^{-3}, $N_{DCollettore} = 10^{15}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs, $\tau_n = 10^{-6}$ s, S=1 mm^2. I transistori (che sono simili) sono stati caratterizzati polarizzando la base con un generatore di corrente $I_B = 10$ μA, ottenendo una corrente $I_C = 5$ mA per $V_{CE} = 5$ V.

1) Determinare la lunghezza effettiva della base, la tensione V_{BE} e la lunghezza metallurgica della base. Dare inoltre una stima per il β_f minimo garantito. [4]

2) Con riferimento al circuito in figura, calcolare il punto di riposo dei transistori. [3]

3) Determinare il valore minimo di R_C che consenta di polarizzare correttamente i transistori. [3]



ESERCIZIO 1 Considerare delle giunzioni p^+n, con $N_D = 10^{15}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.12$ m^2/Vs, S=1 mm^2. Il campo elettrico di break- down a valanga è pari a 10 MV/m (trascurare l'effetto Zener). Con W_n si indica la distanza dal piano della giunzione al contatto n.

1) Per $W_n = 500$ μm determinare la tensione di break- down V_{BD} e disegnare il circuito equivalente per $V > V_{BD}$ (in valore assoluto), calcolando la resistenza serie (si assuma che la regione di svuotamento abbia resistenza nulla). [4]

2) Per $W_n = 5$ μm si calcoli la resistenza serie del diodo per $V < V_{BD}$ in polarizzazione inversa (SUGGERIMENTO: si calcoli la corrente per $V = 5$ V e $V = 12$ V). [3]

3) Per $W_n = 5$ μm si calcolino la tensione di break- down e i parametri del circuito equivalente per $V > V_{BD}$. [3]

SOLUZIONE 1

1) Nel caso di $W_n = 500$ μm il diodo è lungo, e quindi il break- down avviene per effetto- valanga, cioè avviene per una tensione inversa tale che il campo massimo nella regione di svuotamento diventi comparabile con quello di break-down. Quindi:

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_{max} &= \frac{qN_D}{\epsilon_s} x_n = \frac{qN_D}{\epsilon_s} W \\
\mathcal{E}_{max} &\geq \mathcal{E}_{BD} \\
W(V_{BD}) &= \frac{\mathcal{E}_{BD}}{\frac{qN_D}{\epsilon_s}} = 6.57 \quad \mu\text{m} \\
V_0 &= V_T ln\left(\frac{N_D N_A}{n_i^2}\right) = 0.814 \quad \text{V} \\
V_{BD} &= W(V_{BD})^2 \frac{qN_D}{2\epsilon_s} - V_0 = 32 \quad \text{V}
\end{aligned}$$

Il circuito equivalente per $V > V_{BD}$ (in polarizzazione inversa) corrisponde ad una batteria di valore pari a V_{BD} ed una resistenza serie R_S, dovuta al silicio n tra regione di svuotamento e contatto:

$$W_n - W \simeq W_n$$

$$
\begin{aligned}
\sigma &= q\mu_n n = 19.22 \quad \Omega\text{m} \\
R_S &= \frac{1}{\sigma}\frac{W_n}{S} = 26 \quad \Omega
\end{aligned}
$$

2) Nel caso di $W_n = 5$ μm, il diodo è a base corta, e la corrente di saturazione inversa I_S dipende dalla polarizzazione. Avremo:

$$
\begin{aligned}
I(V<0) &= -I_S \\
I_S &= qS\frac{D_p}{W_n - x_n}\frac{n_i^2}{N_D} \\
x_n &= W = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_D}\left(V_0 + V\right)}
\end{aligned}
$$

Per D_p possiamo assumere un valore accettabile $D_p = V_T\, 0.045 = 1.16 \times 10^{-3}$ m^2/s e V è da intendersi in valore assoluto (polarizzazione inversa). Avremo dunque:

$$
\begin{aligned}
D_n &= \frac{kT}{q}\mu_n = 3.108 \times 10^{-3} \\
x_n(V=5) &= 2.76 \quad \mu\text{m} \\
I_S(V=5) &= 1.87 \times 10^{-11} \quad \text{A} \\
x_n(V=12) &= 4.1 \quad \mu\text{m} \\
I_S(V=12) &= 4.6 \times 10^{-11} \quad \text{A}
\end{aligned}
$$

Quindi la resistenza serie si ottiene da $12 - 5/1.25 \times 10^{-10} - 5 \times 10^{-11} = 25$ GΩ, ed è quindi molto grande.

3) Nel caso di $W_n = 5$ μm, il campo elettrico massimo nella giunzione non raggiunge mai quello di break- down. Infatti, prima che $\mathcal{E}_{max} = \mathcal{E}_{BD}$, la regione di svuotamento raggiunge il contatto alla parte n, e quindi si ha il break-down per punch through. Calcoliamo la tensione tale che $x_n = W = 5$ μm:

$$
V = (5 \times 10^{-6})^2 \frac{qN_D}{2\epsilon_s} - V_0 = 18 \quad \text{V} \tag{1}
$$

Questa è la tensione di break- down per il diodo a base corta. Per $V > 18$ V il diodo può essere schematizzato come una batteria con $V = 18$ V, e con resistenza serie pari a 0.

ESERCIZIO 2 Un transistore nMOS ha il gate di tipo p^+, $N_A = 5\times10^{15}$ cm^{-3}, $t_{ox} = 20$ nm, $\mu_n = 1000$ cm^2/Vs, W=5μm, L=5 μm, $\mathcal{E}_{critico} \to \infty$, ed è polarizzato con $V_{GS} = 5$ V. È stata misurata una corrente $I_{DS} = 2.7$ mA.

1) Dimostrare che il MOS è in saturazione, e determinare il valore della V_{DS}. [4]

2) Per le condizioni di polarizzazione del punto 1), determinare la resistenza differenziale di uscita r_D e il guadagno g_m del transistore. [3]

3) Per V_{DS} determinato nel punto 1), si calcoli la corrente nel caso in cui $\mathcal{E}_{critico} = 10^5$ V/m (si puo' considerare il modello lineare). Si determinino inoltre r_D e g_m. [3]

SOLUZIONE 2

1) Calcoliamo la tensione di soglia.

$$\begin{aligned}
\psi_B &= \frac{kT}{q} ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right) = 0.329 \quad \text{V} \\
C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.726\times10^{-3} \quad \text{F/m}^2 \\
\Phi_{MS} &= \frac{E_g}{2q} - \psi_B = 0.211 \quad \text{V} \\
V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} = 1.06 \quad \text{V}
\end{aligned}$$

Per dimostrare che è in saturazione, calcoliamo la corrente per $V_{DS} = V_{DS\ Sat} = V_{GS} - V_{TH} = 3.94$ V:

$$I_{DS} = \frac{\mu_n C_{ox}}{2}\frac{W}{L}V_{DS\ Sat}^2 = 1.34 \quad \text{mA} \tag{2}$$

La corrente misurata è superiore, quindi senz'altro siamo in presenza di strozzamento del canale (in saturazione). Possiamo calcolare la lunghezza effettiva del canale:

$$\begin{aligned}
I_D S &= \frac{\mu_n C_{ox}}{2}\frac{W}{L_{eff}}\left(V_{GS} - V_{TH}\right)^2 \\
L_{eff} &= \frac{\mu_n C_{ox}}{2}\frac{W}{I_{DS}}\left(V_{GS} - V_{TH}\right)^2 = 2.48 \quad \mu\text{m}
\end{aligned}$$

Quindi la regione di svuotamento tra Drain e punto di strozzamento è pari a $5 - 2.48 = 2.52$ μm. Questa regione di svuotamento si può pensare dovuta alla tensione $V_{DS} - V_{DS\ Sat}$ che quindi risulta:

$$\begin{aligned}
V_{0DBulk} &= \frac{E_g}{2q} + \psi_B = 0.869 \\
W_{D\ strozz} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_S}{qN_A}\left(V_0 + (V_{DS} - V_{DS\ Sat})\right)} = 2.52 \quad \mu\text{m} \\
V_{DS} - V_{DS\ Sat} &= W^2_{D\ Strozz}\frac{qN_A}{2\epsilon_s} - V_0 = 23 \quad \text{V} \\
V_{DS} &= 27 \quad \text{V}
\end{aligned}$$

2) Il guadagno differenziale $g_m = \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{GS}}$ si può calcolare usando la L_{eff} ottenuta sopra. Infatti, il g_m deve essere calcolato per V_{DS} costante, e pari a 27 V, mentre V_{GS} subisce solo piccole variazioni, e quindi $V_{DS\ Sat}$ è costante.

$$g_m = \mu_n C_{ox} W/L_{eff}\left(V_{GS} - V_{TH}\right) = 5.45 \times 10^{-3} \tag{3}$$

La resistenza differenziale r_D si può calcolare come rapporto tra la differenza di due valori di I_{DS} e la differenza dei corrispondenti valori di V_{DS} (per lo stesso V_{GS}). Possiamo scegliere:

$$\begin{aligned}
I_{DS}(V_{DS} = 27) &= 2.7 \quad \text{mA} \\
I_{DS}(V_{DS} = V_{DS\ Sat} = 3.96) &= 1.34 \quad \text{mA}
\end{aligned}$$

Quindi $r_D = (27 - 3.96)/(2.7 - 1.34) = 16.9$ kΩ.

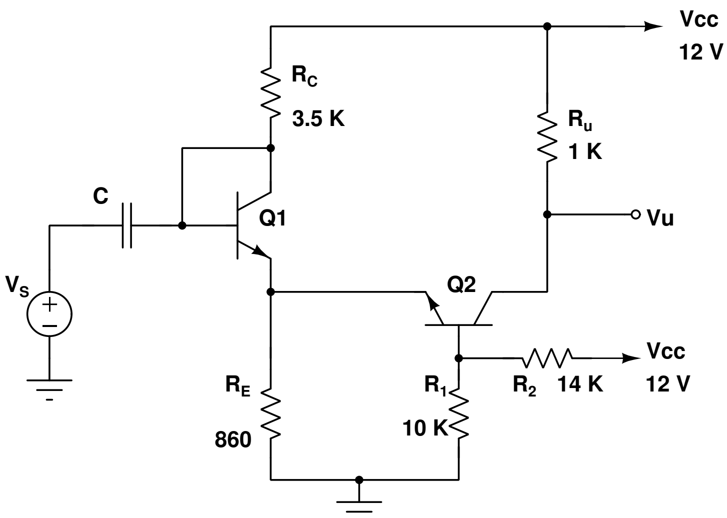
3) Una stima del campo elettrico per $V_{DS} = V_{DS\ Sat} = 3.94$ V è data da $V_{DS}/L = 788$ kV/m. Questo valore risulta maggiore del campo elettrico critico. Quindi, in questo caso, per $V_{DS} = 27$ V il MOS risulta in saturazione perchè gli elettroni hanno raggiunto la velocità critica $v_{critica} = \mu_n \mathcal{E}_{critico}$. La corrente è dunque data da (in realtà, per campi molto molto grandi, entrano in gioco altri fenomeni, non affrontati durante il corso):

$$I_{DS} = C_{ox} W \mu_n \mathcal{E}_{critico}\left(V_{GS} - V_{TH}\right) = 0.34 \quad \text{mA} \tag{4}$$

La corrente risulta molto inferiore rispetto al caso precedente, dove la saturazione avviene per lo strozzamento del canale. Il g_m risulta $g_m = C_{ox} W \mu_n \mathcal{E}_{critico} =$

0.0863, mentre r_D risulta pari a infinito (secondo il modello semplificato visto a lezione).

ESERCIZIO 3 Nel circuito in figura, Q_1 e Q_2 sono transistori bipolari n^+pn, con $N_{ABase} = 10^{16}$ cm^{-3}, $N_{DCollettore} = 10^{15}$ cm^{-3}, $\mu_n = 0.1$ m^2/Vs, $\tau_n = 10^{-6}$ s, S=1 mm^2. I transistori (che sono simili) sono stati caratterizzati polarizzando la base con un generatore di corrente $I_B = 10$ μA, ottenendo una corrente $I_C = 5$ mA per $V_{CE} = 5$ V.



1) Determinare la lunghezza effettiva della base, la tensione V_{BE} e la lunghezza metallurgica della base. Dare inoltre una stima per il β_f minimo garantito. [4]

2) Con riferimento al circuito in figura, calcolare il punto di riposo dei transistori. [3]

3) Determinare il valore minimo di R_C che consenta di polarizzare correttamente i transistori. [3]

SOLUZIONE 3

1) Dalle misure possiamo calcolare il $\beta_f = I_C/I_B = 500$ e quindi la lunghezza effettiva di base:

$$\begin{aligned}
\beta_f &= \frac{\tau_n}{\tau_t} = \tau_n \frac{2D_n}{W^2} \\
D_n &= \frac{kT}{q}\mu_n = 2.59 \times 10^{-3} \\
W &= \sqrt{\tau_n \frac{2D_n}{\beta_f}} = 3.22 \quad \mu\text{m}
\end{aligned}$$

Con il modello a controllo di carica possiamo calcolarci $\delta n(0)$ e quindi V_{BE}:

$$\begin{aligned}
I_B &= \frac{Q_B}{\tau_n} = \frac{qS\delta n(0)\frac{W}{2}}{\tau_n} \\
\delta n(0) &= \frac{\tau_n I_B}{qS\frac{W}{2}} = 3.88 \times 10^{19} \quad \text{m}^{-3} \\
\delta n(0) &= \frac{n_i^2}{N_{Abase}}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1\right) \\
V_{BE} &= 0.55 \quad \text{V}
\end{aligned}$$

Abbiamo allora $V_{CB} = 5 - 0.55 = 4.45$ V e quindi:

$$\begin{aligned}
V_{0CB} &= V_T ln\left(\frac{N_{Abase}N_{Dcollettore}}{n_i^2}\right) = 0.635 \quad \text{V} \\
W_{CB} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q}\left(\frac{1}{N_{Abase}} + \frac{1}{N_{Dcollettore}}\right)(V_{0BC} + V_{BC})} = 2.7 \quad \mu\text{m} \\
X_{CB} &= W_{CB}\frac{N_{Dcollettore}}{N_{Abase} + N_{Dcollettore}} = 0.25 \quad \mu\text{m}
\end{aligned}$$

Quindi $W_{metallurgica} = W_{effettiva} + x_{CB} = 4.8$ μm e:

$$\begin{aligned}
\tau_t &= \frac{W_{met}^2}{2D_n} = 4.447 \quad \text{ns} \\
\beta_{fminimo} &= 225
\end{aligned}$$

2) Calcoliamo la tensione di base di Q_2, supponendo il partitore pesante: $V_{B2} = 5$ V. Ricaviamo immediatamente la tensione degli emettitori $V_{E1} =$

$V_{E2} = 4.3$ V, e la corrente in R_E $I_{E1} + I_{E2} = 5$ mA. La corrente I_{E1} si può calcolare:

$$\begin{aligned} V_{CC} &= R_C I_{E1} + V_\gamma + V_{E1} \\ I_{E1} &= \frac{V_{CC} - V_\gamma - V_{E1}}{R_C} = 2 \ \ \text{mA} \end{aligned}$$

Quindi $I_{C2} \simeq I_{E2} = 5 - 2 = 3$ mA. Da ciò avremo $V_u = V_{C2} = V_{CC} - R_u I_{C2} = 9$ V. Avremo dunque:

$$\begin{aligned} V_{B1} &= V_{C1} = 5 \quad \text{V} \\ I_{E1} &= 2 \quad \text{mA} \\ V_{BE1} &= 0.7 \quad \text{V} \\ V_{CE1} &= V_{BE1} = 0.7 \quad \text{V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{B2} &= 5 \quad \text{V} \\ I_{E2} &= 3 \quad \text{mA} \\ V_{BE2} &= 0.7 \quad \text{V} \\ V_{CE1} &= V_u - V_{E2} = 9 - 4.3 = 2.7 \quad \text{V} \end{aligned}$$

La corrente di base risulta $I_{B2} < \frac{I_{C2}}{\beta_{f \ minimo}} = 13 \ \mu\text{A} \ll I_{R1 \ R2} = 12/24 = 0.5$ mA.

3) Al diminuire della R_C, la corrente I_{E1} aumenta, poichè la tensione di emettitore è fissata da Q_2, e quindi la tensione di collettore di Q_1 deve essere $V_{C1} = V_{E1} + V_\gamma = 5$ V. Poichè la corrente che scorre nella R_E è determinata da Q_2, ed è pari a 5 mA, avremo che il valore minimo di R_C è pari a $V_{CC} - V_{C1}/5 = 1.4$ kΩ.