

PROVA SCRITTA di DISPOSITIVI ELETTRONICI del 10 Giugno 2016

ESERCIZIO 1

Il transistoro bipolare *npn* nelle figure ha $N_{Demettitore} = N_{Dcollettore} = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, $N_{Abase} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$, $\mu_p = 0.045 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $S = 1 \text{ mm}^2$. Le correnti dovute all'iniezione di lacune dalla base verso l'emettitore ed il collettore (in polarizzazione diretta) non sono trascurabili; sia l'emettitore che il collettore sono lunghi. Nel circuito a sinistra, con $V_{BE} = 0.5 \text{ V}$ e $V_{CE} = 5 \text{ V}$, è stata misurata $I_C = 1 \text{ mA}$.



- 1) Calcolare la lunghezza effettiva della base e le correnti ai terminali.[4]
- 2) Calcolare i parametri γ_E , α_F e β_F del transistoro e la lunghezza metallurgica della base.[3]
- 3) Nel circuito a destra è stata misurata una V_{CE} pari a 0.1 V , per $V_{BE} = 0.5 \text{ V}$. Determinare il valore della corrente di collettore (si può assumere la lunghezza effettiva della base coincidente con quella metallurgica).[3]

ESERCIZIO 2

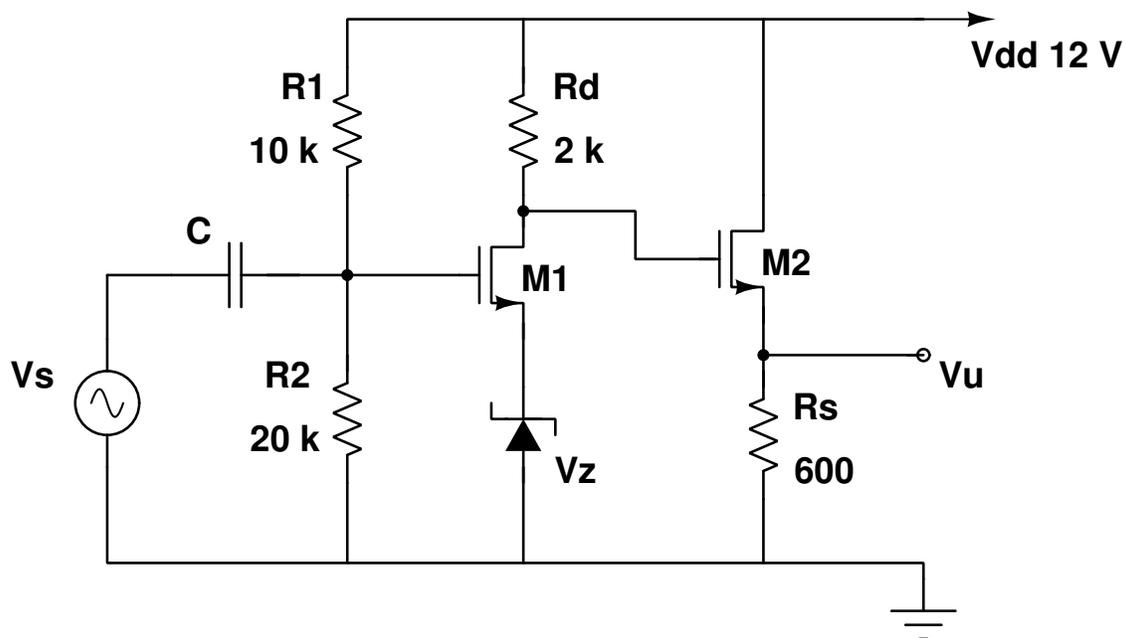
Un transistoro *nMOS* ha il gate di tipo p^+ , $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $t_{ox} = 30 \text{ nm}$, $\mu_n = 800 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $W=10\mu\text{m}$, $L=10 \mu\text{m}$, ed è polarizzato con $V_{GS} = 5 \text{ V}$. Per problemi costruttivi, all'interfaccia ossido-silicio sono presenti stati interfacciali, con una densità pari a $2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ (ogni stato ha una carica elementare positiva $+q$, calcolare Q_{ox}).

- 1) Per $V_{DS} = V_{DS \text{ sat}}$ determinare la corrente I_{DS} , l'andamento (espressione) del potenziale $V(y)$ nel canale e della carica mobile $Q_n(y)$. [3]
- 2) Calcolare il campo elettrico nell'ossido in prossimità del Source ($y = 0$) ed in prossimità del Drain ($y = L$) (considerare Q_{ox} !). [4]
- 3) Si determini l'espressione del campo elettrico nell'ossido in funzione di y (come varia in funzione di x , tra 0 e $-t_{ox}$?). Calcolare inoltre il campo elettrico nell'ossido per $y = L/2$. [3]

ESERCIZIO 3 Nel circuito in figura, M_1 e M_2 sono transistori *nMOS* polysilicon gate, con $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_n = 0.08 \text{ m}^2/\text{Vs}$. Insieme ai transistori M_1 e M_2 sono stati fabbricati dei dispositivi di test (stessa V_{TH} e C_{ox})

con $W/L = 1$, dei quali è stata misurata la resistenza di canale per V_{DS} piccole. La resistenza è risultata pari a $R_{can} = 3613 \Omega$ per $V_{GS} = 3 \text{ V}$, e $R_{can} = 1806 \Omega$ per $V_{GS} = 5 \text{ V}$.

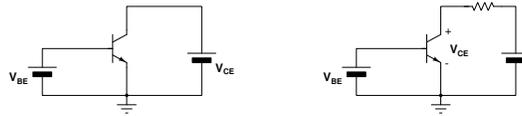
1) Determinare la tensione di soglia e lo spessore dell'ossido dei transistori.[4]



2) Supponendo il diodo zener ideale, con $V_Z = 5 \text{ V}$, determinare il valore di W/L in maniera tale da avere $I_{DS1} = 1.94 \text{ mA}$ (arrotondare al valore intero). Determinare il punto di riposo dei transistori ($W_1/L_1 = W_2/L_2$) ed il loro guadagno g_m . [4]

3) Il diodo zener non è ideale, e può essere schematizzato con un modello lineare a tratti con $V_Z = 5 \text{ V}$ e $R_Z = 80 \Omega$ per $V > V_Z$. Determinare come si modifica il punto di riposo di M_1 . [2]

ESERCIZIO 1 Il transistoro bipolare *npn* nelle figure ha $N_{Demettitore} = N_{Dcollettore} = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, $N_{Abase} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$, $\mu_p = 0.045 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $S = 1 \text{ mm}^2$. Le correnti dovute all'iniezione di lacune dalla base verso l'emettitore ed il collettore (in polarizzazione diretta) non sono trascurabili; sia l'emettitore che il collettore sono lunghi. Nel circuito a sinistra, con $V_{BE} = 0.5 \text{ V}$ e $V_{CE} = 5 \text{ V}$, è stata misurata $I_C = 1 \text{ mA}$.



- 1) Calcolare la lunghezza effettiva della base e le correnti ai terminali.[4]
- 2) Calcolare i parametri γ_E , α_F e β_F del transistoro e la lunghezza metallurgica della base.[3]
- 3) Nel circuito a destra è stata misurata una V_{CE} pari a 0.1 V , per $V_{BE} = 0.5 \text{ V}$. Determinare il valore della corrente di collettore (si può assumere la lunghezza effettiva della base coincidente con quella metallurgica).[3]

SOLUZIONE 1

1) Il transistoro è in zona attiva diretta, poichè $V_{BE} = 0.5 \text{ V}$ e quindi $V_{BC} = 0.5 - 5 = -4.5 \text{ V}$. Il profilo di portatori minoritari (elettroni) in base è quindi triangolare. La corrente I_C (entrante) è dovuta alla carica in base, e si può scrivere come ($W = W_{eff}$):

$$I_C = qSD_n \frac{\delta n(0)}{W} \quad (1)$$

Calcoliamo:

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n = 2.59 \times 10^{-3}$$

$$\delta n(0) = \frac{n_i^2}{N_{Abase}} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) = 5.45 \times 10^{18} \text{ m}^{-3}$$

otteniamo subito:

$$W = qSD_n \frac{\delta n(0)}{I_C} = 2.26 \text{ } \mu\text{m} \quad (2)$$

Calcoliamo la corrente I_B , che sarà dovuta alla carica iniettata in base (I_{Bn}) e all'iniezione di lacune verso l'emettitore ($I_{Bp} = I_{Ep}$). Entrambe le componenti sono entranti nella base. Avremo:

$$I_{Bn} = \frac{Q_B}{\tau_n} = \frac{qS\delta n(0)W}{2\tau_n} = 0.99 \quad \mu\text{A} \quad (3)$$

Calcoliamo:

$$\begin{aligned} D_p &= \frac{kT}{q} \mu_p = 1.165 \times 10^{-3} \quad \text{m}^2/\text{s} \\ L_p &= \sqrt{D_p \tau_p} = 34.15 \quad \mu\text{m} \\ I_{Bp} &= I_{Ep} = qS \frac{D_p}{L_p} \frac{n_i^2}{N_{D\text{emettitore}}} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) = 2.98 \quad \mu\text{A} \end{aligned}$$

Quindi $I_B = I_{Bn} + I_{Bp} = 3.97 \mu\text{A}$. Avremo ovviamente I_E uscente e pari (in valore assoluto) alla somma $I_E = I_B + I_C = 1.00298 \text{ mA}$.

2) Avremo ($I_{En} \simeq I_C$):

$$\begin{aligned} \gamma_E &= \frac{I_{En}}{I_{En} + I_{Ep}} \simeq 0.997 \\ \alpha_F &= \frac{I_C}{I_E} = 0.9770288 \\ \beta_F &= \frac{I_C}{I_B} = 252 \end{aligned}$$

Calcoliamo la regione di svuotamento base-collettore, e trascuriamo la regione di svuotamento base-emettitore poichè la giunzione è polarizzata in diretta:

$$\begin{aligned} V_{0BC} &= V_T \ln \frac{N_{A\text{base}} N_{D\text{collettore}}}{n_i^2} = 0.754 \quad \text{V} \\ W_{BC} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_S}{q} \left(\frac{1}{N_{A\text{base}}} + \frac{1}{N_{D\text{collettore}}} \right) (V_0 + V_{CB})} = 0.87 \quad \mu\text{m} \\ X_{BC} &\simeq W_{BC} 9/10 = 0.78 \quad \mu\text{m} \\ W_{\text{metallurgica}} &= W_{\text{effettiva}} + X_{BC} = 3.04 \quad \mu\text{m} \end{aligned}$$

3) Avremo che I_C avrà una componente I_{Cn} dovuta alla carica in base e una componente I_{Cp} dovuta all'iniezione di lacune dalla base verso il

collettore. I_{Cn} può essere calcolata dalla derivata del profilo (questa volta $W = W_{metallurgica}$). Avremo che la giunzione base-collettore è polarizzata in diretta con $V_{BC} = V_{BE} - V_{CE} = 0.5 - 0.1 = 0.4$ V.

$$\begin{aligned}
 I_{Cn} &= qSD_n \frac{\delta n(0) - \delta n(W)}{W} \\
 \delta n(0) &= \frac{n_i^2}{N_{Abase}} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) = 5.45 \times 10^{18} \text{ m}^{-3} \\
 \delta n(W) &= \frac{n_i^2}{N_{Abase}} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right) = 1.14 \times 10^{17} \text{ m}^{-3} \\
 I_{Cn} &= 0.738 \text{ mA}
 \end{aligned}$$

Per I_{Cp} avremo:

$$I_{Cp} = qS \frac{D_p}{L_p} \frac{n_i^2}{N_{Dcollettore}} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right) = 62 \text{ } \mathit{mathrmnA} \quad (4)$$

Quindi l'iniezione di corrente verso il collettore dovuta alle lacune è molto piccola, $I_C \simeq I_{Cn} = 0.74$ mA.

ESERCIZIO 2 Un transistor n MOS ha il gate di tipo p^+ , $N_A = 10^{16}$ cm^{-3} , $t_{ox} = 30$ nm, $\mu_n = 800$ cm^2/Vs , $W=10\mu\text{m}$, $L=10\mu\text{m}$, ed è polarizzato con $V_{GS} = 5$ V. Per problemi costruttivi, all'interfaccia ossido-silicio sono presenti stati interfacciali, con una densità pari a 2×10^{11} cm^{-2} (ogni stato ha una carica elementare positiva $+q$, calcolare Q_{ox}).

1) Per $V_{DS} = V_{DS\text{ sat}}$ determinare la corrente I_{DS} , l'andamento (espressione) del potenziale $V(y)$ nel canale e della carica mobile $Q_n(y)$. [3]

2) Calcolare il campo elettrico nell'ossido in prossimità del Source ($y = 0$) ed in prossimità del Drain ($y = L$) (considerare Q_{ox} !). [4]

3) Si determini l'espressione del campo elettrico nell'ossido in funzione di y (come varia in funzione di x , tra 0 e $-t_{ox}$?). Calcolare inoltre il campo elettrico nell'ossido per $y = L/2$. [3]

SOLUZIONE 2

1) Calcoliamo la tensione di soglia. Gli stati interfacciali generano una carica nell'ossido pari a $Q_{ox} = q10^{15} = 3.204 \times 10^{-4} \text{ C/m}^2$. Quindi:

$$\begin{aligned}\psi_B &= \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_A}{n_i} \right) = 0.347 \text{ V} \\ C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.151 \times 10^{-3} \text{ F/m}^2 \\ \Phi_{MS} &= \frac{E_g}{2q} - \psi_B = 0.193 \text{ V} \\ V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}} = 1.03 \text{ V}\end{aligned}$$

Per $V_{DS} = V_{DS \text{ Sat}} = V_{GS} - V_{TH} = 3.97 \text{ V}$ la corrente è quella di saturazione:

$$I_{DS} = \frac{\mu_n C_{ox} W}{2} V_{DS \text{ Sat}}^2 = 0.72 \text{ mA} \quad (5)$$

L'andamento del potenziale è stato ottenuto a lezione, e si può ricavare risolvendo l'equazione:

$$I_{DS \text{ Sat}} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{y} \left[(V_{GS} - V_{TH}) V(y) - \frac{V(y)^2}{2} \right] \quad (6)$$

I conti sono svolti sulle dispense del corso:

$$V(y) = (V_{GS} - V_{TH}) \left(1 - \sqrt{1 - \frac{y}{L}} \right) \quad (7)$$

La carica mobile nel canale, in funzione di y , risulta dunque:

$$Q_n(y) = C_{ox} (V_{GS} - V_{TH} - V(y)) \quad (8)$$

2) Il campo elettrico nell'ossido è costante con x ($-t_{ox} < x < 0$), ed è determinato dalla carica nel silicio e dalla carica interfacciale dovuta agli stati nell'ossido:

$$\mathcal{E}_{ox} = -\frac{Q_{Si}}{\epsilon_{ox}} - \frac{Q_{ox}}{\epsilon_{ox}} \quad (9)$$

La carica nel silicio si può scrivere come $Q_{Si} = Q_W + Q_n(y)$:

$$\mathcal{E}_{ox}(y) = -\frac{Q_W + Q_n(y)}{\epsilon_{ox}} - \frac{Q_{ox}}{\epsilon_{ox}} = -\frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{\epsilon_{ox}} - \frac{Q_n(y)}{\epsilon_{ox}} - \frac{Q_{ox}}{\epsilon_{ox}} \quad (10)$$

Per $y = 0$ avremo $Q_n = -C_{ox}(V_{GS} - V_{TH}) = -4.57 \times 10^{-3} \text{ C/m}^2$, e quindi $\mathcal{E}(0) = 137 \text{ MV/m}$. Per $y = L$ $Q_n(y) = 0$ e quindi:

$$\mathcal{E}_{ox}(y) = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{\epsilon_{ox}} - \frac{Q_{ox}}{\epsilon_{ox}} = 4.7 \text{ MV/m} \quad (11)$$

3) Basta sostituire l'espressione di $Q_n(y)$ nell'espressione del campo elettrico dell'ossido (ricordare che $Q_n(y)$ è negativa), quindi bisogna cambiare di segno):

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{ox}(y) &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{\epsilon_{ox}} + \frac{C_{ox}(V_{GS} - V_{TH} - V(y))}{\epsilon_{ox}} - \frac{Q_{ox}}{\epsilon_{ox}} \\ \mathcal{E}_{ox}(y) &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{\epsilon_{ox}} + \frac{(V_{GS} - V_{TH} - V(y))}{t_{ox}} - \frac{Q_{ox}}{\epsilon_{ox}} \end{aligned}$$

Per $y = L/2$ avremo $V(y) = 1.16 \text{ V}$ e quindi $\mathcal{E}_{ox}(L/2) = 98 \text{ MV/m}$.

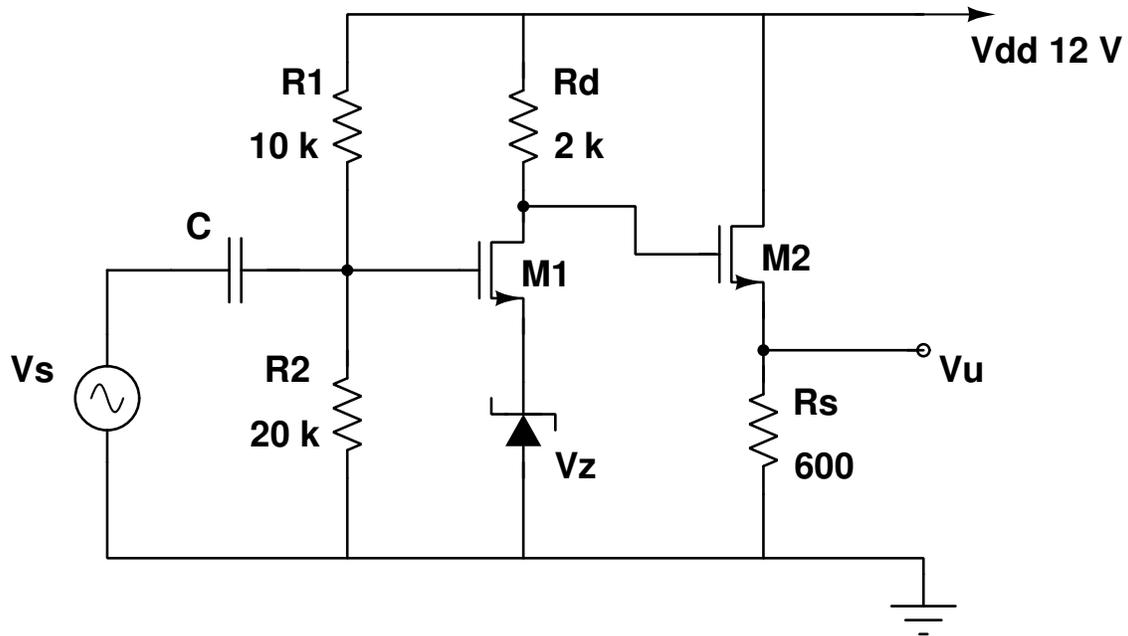
ESERCIZIO 3 Nel circuito in figura, M_1 e M_2 sono transistori $n\text{MOS}$ polysilicon gate, con $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_n = 0.08 \text{ m}^2/\text{Vs}$. Insieme ai transistori M_1 e M_2 sono stati fabbricati dei dispositivi di test (stessa V_{TH} e C_{ox}) con $W/L = 1$, dei quali è stata misurata la resistenza di canale per V_{DS} piccole. La resistenza è risultata pari a $R_{can} = 3613 \Omega$ per $V_{GS} = 3 \text{ V}$, e $R_{can} = 1806 \Omega$ per $V_{GS} = 5 \text{ V}$.

1) Determinare la tensione di soglia e lo spessore dell'ossido dei transistori.[4]

2) Supponendo il diodo zener ideale, con $V_Z = 5 \text{ V}$, determinare il valore di W/L in maniera tale da avere $I_{DS1} = 1.94 \text{ mA}$ (arrotondare al valore intero). Determinare il punto di riposo dei transistori ($W_1/L_1 = W_2/L_2$) ed il loro guadagno g_m . [4]

3) Il diodo zener non è ideale, e può essere schematizzato con un modello lineare a tratti con $V_Z = 5 \text{ V}$ e $R_Z = 80 \Omega$ per $V > V_Z$. Determinare come si modifica il punto di riposo di M_1 . [2]

SOLUZIONE 3



1) Per piccoli valori di V_{DS} siamo in regime lineare, per cui ($W/L = 1$):

$$I_{DS} = \mu_n C_{ox} (V_{GS} - V_{TH}) V_{DS}$$

$$\frac{V_{DS}}{I_{DS}} = R_{can} = \frac{1}{\mu_n C_{ox} (V_{GS} - V_{TH})}$$

Vediamo che ci sono due incognite da determinare, C_{ox} e V_{TH} . Possiamo scrivere:

$$\frac{1}{\mu_n C_{ox} (3 - V_{TH})} = 3613$$

$$\frac{1}{\mu_n C_{ox} (5 - V_{TH})} = 1806$$

Facendo il rapporto otteniamo:

$$\frac{(5 - V_{TH})}{(3 - V_{TH})} = 2$$

$$5 - V_{TH} = 6 - 2V_{TH}$$

$$V_{TH} = 1 \text{ V}$$

La capacità può essere ricavata da una delle due relazioni:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\mu_n C_{ox} (3 - V_{TH})} &= 3613 \\ C_{ox} &= \frac{1}{\mu_n 3613 (3 - V_{TH})} \\ C_{ox} &= 1.73 \times 10^{-3}\end{aligned}$$

Quindi:

$$\begin{aligned}C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} \\ t_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{C_{ox}} = 20 \text{ nm}\end{aligned}$$

2) Per il transistor $M1$ avremo $V_{G1} = V_{DD} \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 8 \text{ V}$, $V_S = V_Z = 5 \text{ V}$, $V_{GS} = 8 - 5 = 3 \text{ V}$. Supponendo il MOS in saturazione abbiamo:

$$\begin{aligned}I_{DS} &= \frac{\mu_n C_{ox} W}{2 L} (V_{GS} - V_{TH})^2 = 2 \text{ mA} \\ \frac{W}{L} &= \frac{I_{DS}}{\frac{\mu_n C_{ox}}{2} (V_{GS} - V_{TH})^2} = 7.0 \\ V_{DS} &= V_{DD} - R_D I_{DS} - V_Z = 3.12 \text{ V}\end{aligned}$$

Quindi $V_{DS} > V_{GS} - V_{TH} = 3 \text{ V}$, il transistor è correttamente polarizzato in saturazione. Per il MOS 2 avremo invece $V_{G2} = V_{D1} = V_{DD} - R_D I_{DS} = 8.12 \text{ V}$. Per calcolare I_{DS} dobbiamo impostare l'equazione in I_{DS} :

$$I_{DS} = \frac{\mu_n C_{ox} W}{2 L} (V_G - R_S I_{DS} - V_{TH})^2 \quad (12)$$

che ha come soluzione accettabile $I_{DS} = 6 \text{ mA}$. Avremo che $V_{DS2} = V_{DD} - R_S I_{DS} = 8.4 \text{ V} > V_{GS2} - V_{TH} = 8 - 3.6 - 1 = 3.4 \text{ V}$, quindi anche il secondo MOS è correttamente polarizzato. I g_m si calcolano come:

$$\begin{aligned}g_{m1} &= \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS1} - V_{TH}) = 1.94 \times 10^{-3} \\ g_{m2} &= \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS2} - V_{TH}) = 3.29 \times 10^{-3}\end{aligned}$$

Avremo dunque per il MOS 1:

$$\begin{aligned}I_{DS1} &= 1.94 \text{ mA} \\V_{GS1} &= 3 \text{ V} \\V_{DS1} &= 3.12 \text{ V}\end{aligned}$$

e per il MOS 2:

$$\begin{aligned}I_{DS2} &= 6 \text{ mA} \\V_{GS2} &= 4.4 \text{ V} \\V_{DS2} &= 8.4 \text{ V}\end{aligned}$$

3) Se lo zener non è ideale, bisogna considerare la resistenza R_Z in serie al generatore V_Z . La corrente I_{DS} può essere scritta come:

$$I_{DS1} = \frac{\mu_n C_{ox} W}{2 L} (V_{G1} - R_Z I_{DS1} - V_Z - V_{TH})^2 \quad (13)$$

che ha come soluzione accettabile 1.78 mA. Quindi la corrente del primo transistorore si modifica di poco. Si può verificare che anche per il secondo transistorore la corrente I_{DS} subisce solo una piccola modifica.