

DE e DTE: PROVA SCRITTA DEL 16 Febbraio 2016

ESERCIZIO 1 (DE,DTE)

Un transistoro bipolare *n*pn ($N_{Demettitore} = N_{Abase} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $N_{Dcollettore} = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$, $\mu_p = 0.045 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $S = 1 \text{ mm}^2$) è polarizzato in maniera tale da avere $I_E = 11 \text{ mA}$ uscente e $I_B = 1 \text{ mA}$ entrante, con $V_{CE} = 5 \text{ V}$.

1) Calcolare le tensioni (V_{BE} e V_{BC}) ai terminali, supponendo che, per la corrente di base, si possa trascurare la componente dovuta all'iniezione di elettroni. [4]

2) Calcolare l'eccesso dei portatori minoritari in base e la lunghezza effettiva di base (usare il modello a controllo di carica, data la corrente di collettore).[4]

3) Calcolare l'efficienza di emettitore.[2]

ESERCIZIO 2 (DE,DTE)

Un transistoro *n*MOS con gate di tipo p^+ , con $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $t_{ox} = 30 \text{ nm}$, $\mu_n = 800 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $W=10\mu\text{m}$, $L=10 \mu\text{m}$, è polarizzato con $V_{GS} = 5 \text{ V}$. Per problemi costruttivi, all'interfaccia ossido-silicio si è generata una carica, non uniformemente distribuita lungo y (direzione del canale): $Q_{ox} = 0$ per $0 < y < L/2$ e $Q_{ox} = q \cdot 5 \times 10^{11} \text{ C/cm}^2$ (q carica elementare) per $L/2 < y < L$.

1) Determinare le tensioni di soglia V_{TH1} per $y < L/2$ e V_{TH2} per $L/2 < y < L$. [2]

2) Calcolare la corrente I_{DS} supponendo che $V_{DS} = 0.1 \text{ V}$ (regime lineare).[4]

3) Si indichi con V_L la tensione a metà del canale ($y = L/2$). Determinare l'espressione della corrente I_{DS} in funzione di V_{DS} (ATTENZIONE: V_L apparirà nell'espressione come parametro).[4]

ESERCIZIO 3 (DTE)

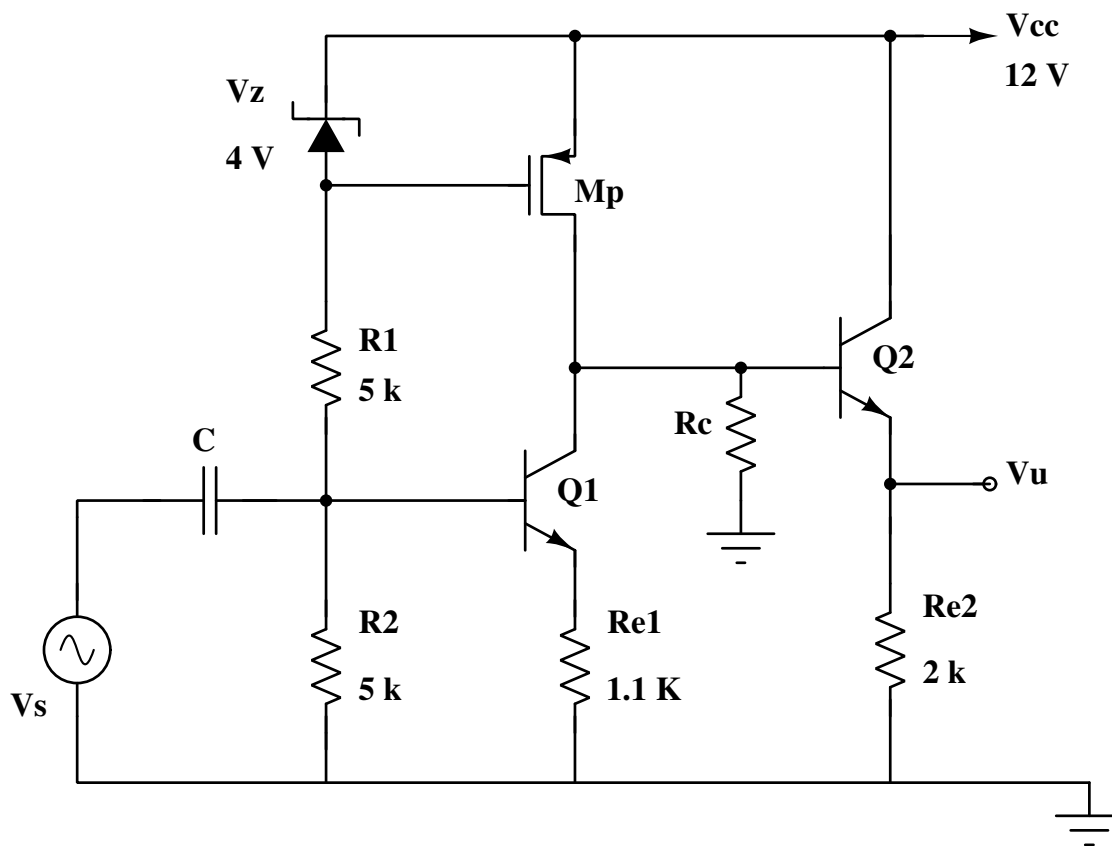
1) Descrivere il processo di drogaggio per diffusione, riportando le formule che lo descrivono. [5]

2) Descrivere i passi di fabbricazione per la realizzazione di una giunzione p^+n , completa di contatti.[5]

ESERCIZIO 4 (DE)

Nel circuito in figura, Q_1 e Q_2 hanno un $\beta_{f\text{minimo}} = 300$. Il pMOS polysilicon gate ha $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_p = 0.08 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $t_{ox} = 30 \text{ nm}$, $W/L=20$.

1) Determinare la carica nell'ossido affinché la tensione di soglia sia $V_{TH} = -1 \text{ V}$. [3]



2) Determinare R_C affinché $V_u = 6 \text{ V}$ e determinare il punto di riposo dei transistori. [4]

3) Determinare il valore massimo di R_C per cui il MOS risulta correttamente polarizzato. [3]

ESERCIZIO 1 (DE,DTE) Un transistoro bipolare *npn* ($N_{Demettitore} = N_{Abase} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $N_{Dcollettore} = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$, $\mu_p = 0.045 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $S = 1 \text{ mm}^2$) è polarizzato in maniera tale da avere $I_E = 11 \text{ mA}$ uscente e $I_B = 1 \text{ mA}$ entrante, con $V_{CE} = 5 \text{ V}$.

1) Calcolare le tensioni (V_{BE} e V_{BC}) ai terminali, supponendo che, per la corrente di base, si possa trascurare la componente dovuta all'iniezione di elettroni. [4]

2) Calcolare l'eccesso dei portatori minoritari in base e la lunghezza effettiva di base (usare il modello a controllo di carica, data la corrente di collettore).[4]

3) Calcolare l'efficienza di emettitore.[2]

SOLUZIONE 1

1) Trascurando l'iniezione di elettroni nella base per il calcolo della corrente di base, e considerando quindi soltanto l'iniezione delle lacune da base ad emettitore, avremo:

$$I_B = qS \frac{D_p}{L_p} \frac{n_i^2}{N_{Demettitore}} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right)$$

$$V_{BE} = V_T \ln \left(\frac{I_B}{qS \frac{D_p}{L_p} \frac{n_i^2}{N_{Demettitore}}} \right)$$

Calcoliamo:

$$D_p = \frac{kT}{q} \mu_p = 1.165 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p} = 34.15 \text{ } \mu\text{m}$$

$$qS \frac{D_p}{L_p} \frac{n_i^2}{N_{Demettitore}} = 1.23 \times 10^{-13} \text{ A}$$

$$V_{BE} = 0.59 \text{ V}$$

Quindi $V_{BC} = -4.41 \text{ V}$.

2) Il profilo di portatori minoritari (elettroni) in base è triangolare, poichè il transistoro è polarizzato in zona attiva diretta. Quindi avremo che la

concentrazione di elettroni in prossimità del collettore vale 0. In prossimità dell'emettitore avremo:

$$\delta n(0) = \frac{n_i^2}{N_{Abase}} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) = 1.76 \times 10^{20} \text{ m}^{-3} \quad (1)$$

Per il calcolo della lunghezza effettiva di base possiamo scrivere:

$$\begin{aligned} I_C &= \frac{Q}{\tau_t} \\ \tau_t &= \frac{W^2}{2D_n} \\ Q &= qS\delta n(0) \frac{W}{2} \end{aligned}$$

Quindi avremo ($I_C = I_E - I_B = 10 \text{ mA}$, entrante, $D_n = V_T \mu_n = 2.59 \times 10^{-3}$):

$$\begin{aligned} I_C &= qS\delta n(0) \frac{W}{2} 2 \frac{D_n}{W^2} \\ I_C &= qSD_n \frac{\delta n(0)}{W} \\ W &= qSD_n \frac{\delta n(0)}{I_C} = 7.3 \text{ } \mu\text{m} \end{aligned}$$

3) Avremo che:

$$\alpha_f = \gamma \alpha_T = \frac{I_C}{I_E} = 0.9090 \quad (2)$$

Quindi, calcolando il fattore di trasporto in base α_T :

$$\begin{aligned} \alpha_T &= \frac{1}{1 + \frac{W^2}{2L_n^2}} \\ L_n &= \sqrt{D_n \tau_n} = 50.89 \text{ } \mu\text{m} \\ \alpha_T &= 0.989816 \\ \gamma &= \frac{\alpha_f}{\alpha_T} = 0.92 \end{aligned}$$

ESERCIZIO 2 (DE,DTE) Un transistoro nMOS con gate di tipo p^+ , con $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $t_{ox} = 30 \text{ nm}$, $\mu_n = 800 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $W=10\mu\text{m}$, $L=10$

μm , è polarizzato con $V_{GS} = 5 \text{ V}$. Per problemi costruttivi, all'interfaccia ossido-silicio si è generata una carica, non uniformemente distribuita lungo y (direzione del canale): $Q_{ox} = 0$ per $0 < y < L/2$ e $Q_{ox} = q \cdot 5 \times 10^{11} \text{ C/cm}^2$ (q carica elementare) per $L/2 < y < L$.

1) Determinare le tensioni di soglia V_{TH1} per $y < L/2$ e V_{TH2} per $L/2 < y < L$. [2]

2) Calcolare la corrente I_{DS} supponendo che $V_{DS} = 0.1 \text{ V}$ (regime lineare). [4]

3) Si indichi con V_L la tensione a metà del canale ($y = L/2$). Determinare l'espressione della corrente I_{DS} in funzione di V_{DS} (ATTENZIONE: V_L apparirà nell'espressione come parametro). [4]

SOLUZIONE 2

1) Calcoliamo la tensione di soglia. Per $0 < y < L/2$ avremo:

$$\begin{aligned}\psi_B &= \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_A}{n_i} \right) = 0.347 \text{ V} \\ C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.151 \times 10^{-3} \text{ F/m}^2 \\ \Phi_{MS} &= \frac{E_g}{2q} - \psi_B = 0.193 \text{ V} \\ V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} = 1.31 \text{ V}\end{aligned}$$

Per $L/2 < y < L$ avremo invece ($Q_{ox} = 8.01 \times 10^{-4} \text{ C/m}^2$):

$$V_{TH} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}} = 0.696 \text{ V} \quad (3)$$

2) Il transistor, in zona lineare, può essere visto come la serie di due resistori. Il primo resistore R_1 è dato dal canale da 0 ad $L/2$:

$$R_1 = \frac{1}{\mu_n C_{ox} \frac{W}{L/2} (V_{GS} - V_{TH1})} = 1471 \text{ } \Omega \quad (4)$$

Il secondo resistore è dato dal canale da $L/2$ a L :

$$R_2 = \frac{1}{\mu_n C_{ox} \frac{W}{L/2} (V_{GS} - V_{TH2})} = 1262 \ \Omega \quad (5)$$

La corrente dunque risulta:

$$I_{DS} = \frac{V_{DS}}{R_1 + R_2} = 36.6 \ \mu A \quad (6)$$

La corrente risulta (zona lineare):

$$I_{DS} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{TH}) V_{DS} = 0.071 \ \text{mA} \quad (7)$$

Il transistor è in zona lineare, e quindi la carica è praticamente costante lungo il canale. La carica fissa è quella dovuta alla regione di svuotamento alla soglia $W(2\psi_B)$:

$$Q_W = \sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B} = 4.84 \times 10^{-4} \ \text{C/m}^2 \quad (8)$$

La carica mobile si può calcolare con la formula:

$$Q_n = c_{ox} (V_{GS} - V_{TH}) = 8.863 \times 10^{-4} \ \text{C/m}^2 \quad (9)$$

3) Ricordando il calcolo della corrente I_{DS} , in funzione di V_{DS} (da rivedere sulle dispense), dopo le opportune semplificazioni si arriva ad una espressione:

$$\int_0^L I_{DS} dy = \int_0^{V_{DS}} \mu_n C_{ox} W (V_{GS} - V_{TH}(y) - V(y)) dV \quad (10)$$

dove è stato esplicitato il fatto che V_{TH} è funzione di y , essendo $V_{TH} = V_{TH1}$ per $0 < y < L/2$ e $V_{TH} = V_{TH2}$ per $L/2 < y < L$. L'integrale al secondo membro si può dunque scrivere in due pezzi:

$$\begin{aligned} \int_0^L I_{DS} &= \int_0^{V_L} \mu_n C_{ox} W (V_{GS} - V_{TH1} - V(y)) dV + \\ &+ \int_{V_L}^{V_{DS}} \mu_n C_{ox} W (V_{GS} - V_{TH2} - V(y)) dV \end{aligned}$$

L'espressione finale risulta dunque:

$$I_{DS} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left[(V_{GS} - V_{TH1}) V_L - \frac{V_L^2}{2} \right] + \\ + \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left[(V_{GS} - V_{TH2}) (V_{DS} - V_L) - \frac{(V_{DS} - V_L)^2}{2} \right]$$

ESERCIZIO 3 (DTE)

1) Descrivere il processo di drogaggio per diffusione, riportando le formule che lo descrivono. [5]

2) Descrivere i passi di fabbricazione per la realizzazione di una giunzione p⁺n, completa di contatti.[5]

SOLUZIONE 3

1) e 2) Si rimanda alla dispensa del Prof. Diligenti.

ESERCIZIO 4 (DE) Nel circuito in figura, Q_1 e Q_2 hanno un $\beta_{fminimo} = 300$. Il pMOS polysilicon gate ha $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_p = 0.08 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $t_{ox} = 30 \text{ nm}$, $W/L=20$.

1) Determinare la carica nell'ossido affinché la tensione di soglia sia $V_{TH} = -1 \text{ V}$. [3]

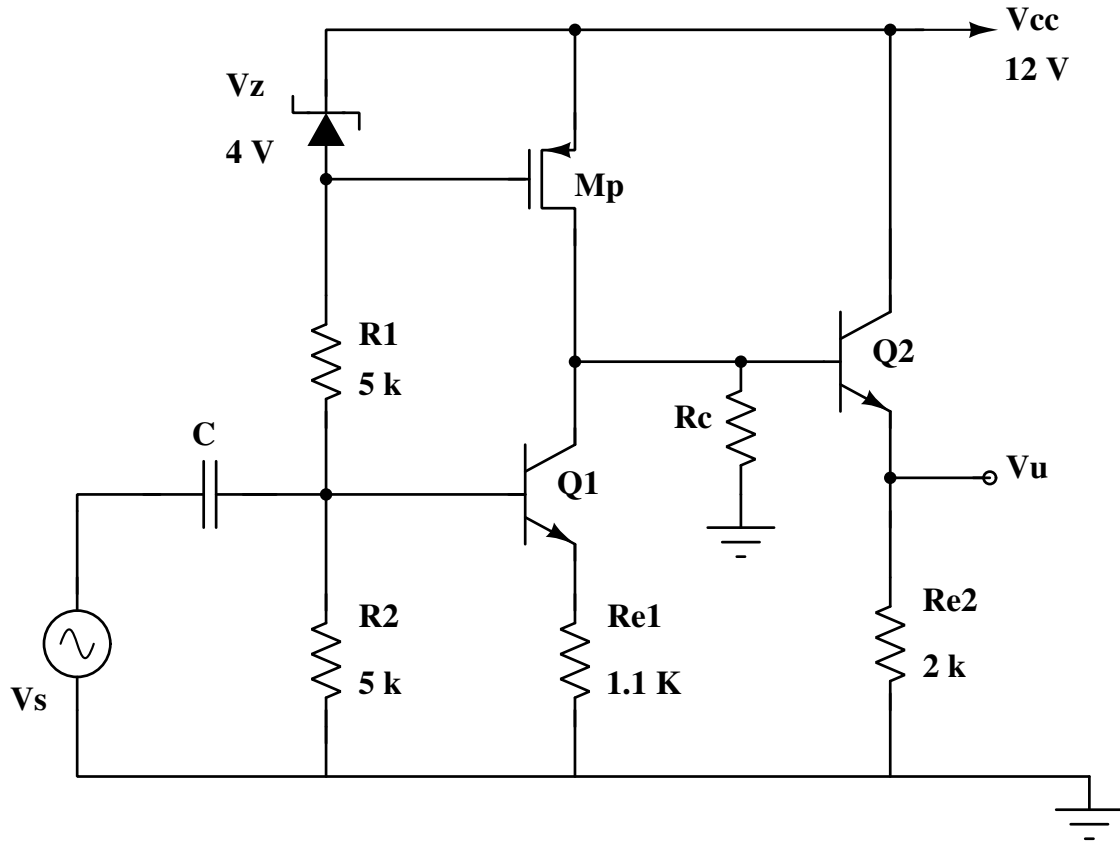
2) Determinare R_C affinché $V_u = 6 \text{ V}$ e determinare il punto di riposo dei transistori. [4]

3) Determinare il valore massimo di R_C per cui il MOS risulta correttamente polarizzato. [3]

SOLUZIONE 4

1) La tensione di soglia si scrive come (condensatore MOS a canale p):

$$V_{TH} = -\frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_D 2\psi_B}}{C_{ox}} - 2\psi_B + \Phi_{MS} - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}} \quad (11)$$



Calcolando i vari parametri (ψ_B in valore assoluto):

$$\psi_B = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_D}{n_i} \right) = 0.347 \text{ V}$$

$$\Phi_{MS} = \frac{E_g}{2q} + \psi_B = 0.887 \text{ V}$$

$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.151 \times 10^{-3} \text{ F/m}^2$$

e quindi:

$$Q_{ox} = \sqrt{2\epsilon_s q N_D 2\psi_B} + C_{ox} (V_{TH} + 2\psi_B) = 1.32 \times 10^{-4} \text{ C/m}^2 \quad (12)$$

che significa una concentrazione di ioni sodio all'interfaccia pari a $Q_{ox}/q = 8.22 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2}$.

2) Per il transistoro Mp avremo $V_{GS} = 8 - 12 = -4V$, che in valore assoluto risulta più grande di $V_{TH} = -1V$, e quindi il transistoro conduce. Avremo ($C_{ox} = \epsilon_{ox}/t_{ox} = 1.151 \times 10^{-3} \text{ F/m}^2$):

$$V_{SD} = \frac{\mu_p C_{ox} W}{2} \frac{V_{GS} - V_{TH}}{L} = 8.29 \text{ mA} \quad (13)$$

Avremo inoltre, per la condizione sull'uscita $V_D = V_u + V_\gamma = 6.7 \text{ V}$, quindi $V_{SD} = 5.3 \text{ V}$, in valore assoluto maggiore di $V_{GS} - V_{TH}$. Per il transistoro Q_1 avremo:

$$\begin{aligned} V_B &= 8 \frac{R_1}{R_2 + R_1} = 4 \text{ V} \\ V_E &= V_B - V_\gamma = 3.3 \text{ V} \\ I_E &= \frac{V_E}{R_{E1}} = 3 \text{ mA} \\ I_C &\simeq I_E = 3 \text{ mA} \end{aligned}$$

Avremo dunque che in R_C scorre una corrente pari a $I_{RC} = I_{SD} - I_C = 5.29 \text{ mA}$. Quindi avremo:

$$R_C = \frac{V_{B2}}{I_{RC}} = 1.27 \text{ k}\Omega \quad (14)$$

La corrente $I_{E2} \simeq I_{C2} = V_u/R_{E2} = 3 \text{ mA}$. Avremo dunque:

$$\begin{aligned} V_{B1} &= 4 \text{ V} \\ I_{E1} &\simeq I_{C1} = 3 \text{ mA} \\ V_{BE1} &= 0.7 \text{ V} \\ V_{CE1} &= 6.7 - 3.3 = 3.4 \text{ V} \end{aligned}$$

La corrente $I_{B1} = I_{C1}/\beta_f = 10 \mu\text{A}$, $I_{B1} \ll I_{R1} R_2 = 8/8 = 1 \text{ mA}$.

$$\begin{aligned} I_{SDp} &= 8.29 \text{ mA} \\ V_{GS} &= -4 \text{ V} \\ V_{SD} &= 5.3 \text{ V} \end{aligned}$$

$$V_{B2} = 6.7 \text{ V}$$

$$\begin{aligned}I_{E2} &\simeq I_{C1} = 3 \text{ mA} \\V_{BE2} &= 0.7 \text{ V} \\V_{CE2} &= 12 - 6 = 6 \text{ V}\end{aligned}$$

Avremo inoltre $I_{B2} = I_{C2}/\beta_f = 10 \mu\text{A}$, $I_{B2} \ll I_{RC} = 5.3 \text{ mA}$.

3) Per polarizzare il transistor Mp in saturazione dobbiamo avere V_{SD} in valore assoluto maggiore di $V_{GS} - V_{TH} = -3 \text{ V}$. Quindi la tensione massima di $V_D = V_{C1}$ è pari a 9 V . Il valore massimo di R_C è dunque pari a $9/5.29 = 1.70 \text{ k}\Omega$.