

## DE e DTE: PROVA SCRITTA DEL 23 Luglio 2015

### ESERCIZIO 1 (DE,DTE)

Un diodo  $p^+n$  a base lunga, con  $\mu_n = 1100 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ ,  $\mu_p = 200 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ ,  $\tau_n = \tau_p = 1 \text{ }\mu\text{s}$ ,  $N_A = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_D = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $S = 1 \text{ mm}^2$  è polarizzato con  $V = 0.5 \text{ V}$ .

- 1) Verificare la bassa iniezione e determinare i parametri dinamici del circuito equivalente per piccoli segnali.[4]
- 2) Scrivere le espressioni del campo elettrico nelle regioni quasi-neutre  $p^+$  e  $n$ . [4]
- 3) Determinare l'ascissa, nelle regioni quasi-neutre, per la quale il campo elettrico è massimo.[2]

### ESERCIZIO 2 (DE,DTE)

Un transistor  $n$ -MOS polysilicon gate ha  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $t_{ox} = 30 \text{ nm}$ ,  $\mu_n = 850 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ ,  $W = 2 \text{ }\mu\text{m}$  e  $L = 100 \text{ nm}$ . Viene polarizzato con  $V_{GS} = 3 \text{ V}$  e  $V_{DS} = 0.2 \text{ V}$  (regime lineare).

- 1) Per  $\varepsilon_C$  (campo elettrico critico)  $\rightarrow \infty$  determinare la carica fissa e la carica mobile TOTALE nel canale.[3]
- 2) Per  $\varepsilon_C \rightarrow \infty$  determinare il tempo di transito nel canale.[3]
- 3) Per  $\varepsilon_C = 10^6 \text{ V/m}$  determinare il tempo di transito nel canale e la corrente  $I_{DS}$ . [4]

### ESERCIZIO 3 (DTE)

- 1) Descrivere il processo di impiantazione ionica, specificando i vari parametri. Disegnare almeno due profili tipici di impiantazione, per diverse energie degli ioni. Cos'è il channeling e come si evita? [5]
- 2) Descrivere un processo di impiantazione ionica attraverso uno strato di ossido sottile (strato amorfo). [5]

### ESERCIZIO 4 (DE)

Una misura CV ha permesso di caratterizzare i condensatori  $n$ -MOS (polysilicon gate) dei transistori  $M_1$  e  $M_2$ : la capacità massima per unità di superficie è risultata pari a  $1.5 \times 10^{-3} \text{ F/m}^2$ , mentre la capacità minima è stata misurata per una tensione pari a  $1.5 \text{ V}$  (substrato drogato  $p$ ,  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\mu_n = 800 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ ).

- 1) Determinare lo spessore dell'ossido e la carica parassita all'interfaccia ossido-silicio.[3]

- 2) Con riferimento al circuito in figura, il transistore bipolare ha  $\beta_f \text{ minimo} = 300$ , e  $W_1/L_1 = 4$ . Determinare  $W_2/L_2$  in maniera tale che  $V_{DS1} = 7 \text{ V}$ . Determinare inoltre il punto di riposo dei transistori.[5]
- 3) Determinare il valore limite di  $V_{C1}$  che permette di polarizzare correttamente  $M_2$  (modificando opportunamente  $W_2/L_2$ ). [2]

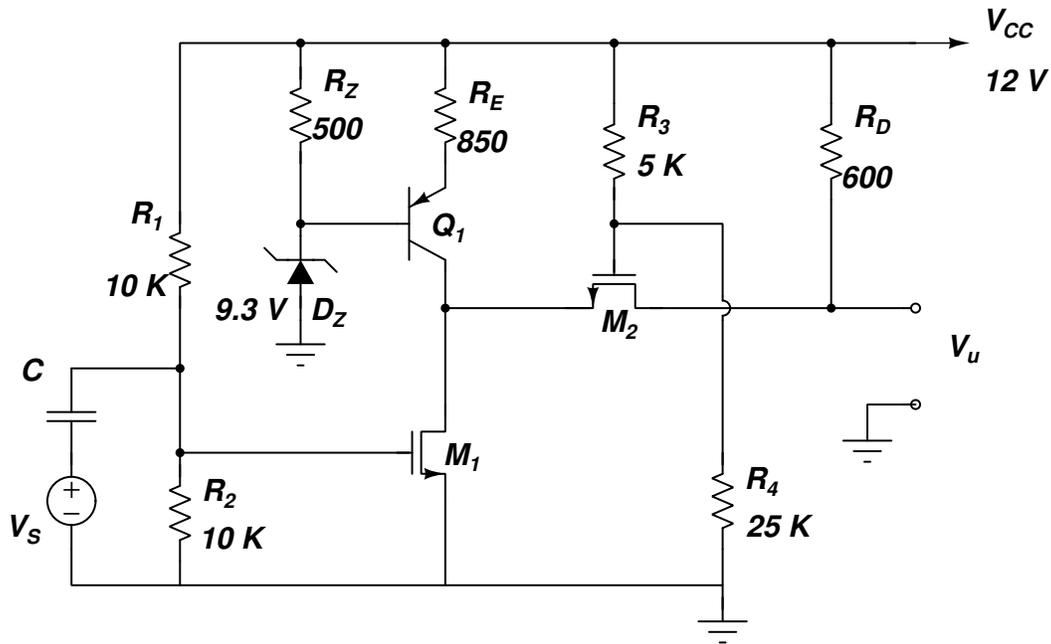


Figura 1: circuito

**ESERCIZIO 1 (DE,DTE)** Un diodo  $p^+n$  a base lunga, con  $\mu_n = 1100 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ ,  $\mu_p = 200 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ ,  $\tau_n = \tau_p = 1 \mu\text{s}$ ,  $N_A = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_D = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $S = 1 \text{ mm}^2$  è polarizzato con  $V = 0.5 \text{ V}$ .

- 1) Verificare la bassa iniezione e determinare i parametri dinamici del circuito equivalente per i piccoli segnali.[4]

- 2) Scrivere le espressioni del campo elettrico nelle regioni quasi-neutre  $p^+$  e  $n$ . [4]  
 3) Determinare l'ascissa, nelle regioni quasi-neutre, per la quale il campo elettrico è massimo. [2]

### SOLUZIONE 1

- 1) Verifichiamo la bassa iniezione. Abbiamo che:

$$\begin{aligned}\delta p(0) &= p_0 \left( e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) = \frac{n_i^2}{N_D} \left( e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) = 10^{19} \quad \text{m}^{-3} \\ \delta p(0) &\gg p_0 = 4.5 \times 10^{10} \quad \text{m}^{-3} \\ \delta p(0) &\ll n_0 = 5 \times 10^{21} \quad \text{m}^{-3}\end{aligned}$$

I parametri dinamici sono la resistenza differenziale, e le capacità differenziali dovute alla diffusione e alla regione di svuotamento. La corrente che scorre nel diodo vale:

$$\begin{aligned}D_p &= V_T \mu_n = 5.18 \times 10^{-4} \quad \text{m}^2\text{s} \\ L_p &= \sqrt{D_p \tau_p} = 22.76 \quad \mu\text{m} \\ I &= qS \frac{D_p}{L_p} \frac{n_i^2}{N_D} \left( e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) = 39.73 \quad \mu\text{A}\end{aligned}$$

e quindi la resistenza differenziale è pari a  $r_d = V_T/I = 652 \Omega$ . La capacità differenziale dovuta alla diffusione è semplicemente  $C_{diff} = \tau_p/r_d = 1.5 \text{ nF}$ . La capacità dovuta alla regione di svuotamento si calcola come:

$$\begin{aligned}V_0 &= V_T \ln \frac{N_D N_A}{n_i^2} = 0.855 \quad \text{V} \\ W &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_D} (V_0 - V)} = 0.306 \quad \mu\text{m} \\ C_W &= S \frac{\epsilon_s}{W} = 0.34 \quad \text{nF}\end{aligned}$$

- 2) Nella regione  $p^+$  la corrente è dovuta solo al drift delle lacune. Avremo quindi:

$$I = I_p = qS p_0 \mu_p \varepsilon(x)$$

$$\varepsilon(x) = \frac{I}{qSN_A\mu_p}$$

Nella parte  $n$  avremo che la corrente totale (costante e pari al valore calcolato nel punto 1) è pari alla somma della componente di diffusione delle lacune e alla corrente dovuta al drift e alla diffusione degli elettroni:

$$\begin{aligned} I &= I_p(x) + I_n(x) \\ I_p(x) &= qS \frac{D_p}{L_p} p_0 e^{\frac{V}{V_T}} e^{-\frac{x}{L_p}} \\ I_n(x) &= qSN_D\mu_n\varepsilon(x) - qS \frac{D_n}{L_p} p_0 e^{\frac{V}{V_T}} e^{-\frac{x}{L_p}} \end{aligned}$$

Nelle espressioni precedenti abbiamo tenuto conto del fatto che nella regione quasi-neutra il profilo dell'eccesso degli elettroni è molto simile (praticamente coincide) con quello delle lacune. Ricavando il campo elettrico dalle espressioni sopra:

$$\begin{aligned} I_n &= I - I_p \\ qSN_D\mu_n\varepsilon(x) - qS \frac{D_n}{L_p} p_0 e^{\frac{V}{V_T}} e^{-\frac{x}{L_p}} &= I - qS \frac{D_p}{L_p} p_0 e^{\frac{V}{V_T}} e^{-\frac{x}{L_p}} \\ qSN_D\mu_n\varepsilon(x) &= I - qS \frac{D_p - D_n}{L_p} p_0 e^{\frac{V}{V_T}} e^{-\frac{x}{L_p}} \\ \varepsilon(x) &= \frac{I}{qSN_D\mu_n} - \frac{D_p - D_n}{N_D\mu_n L_p} p_0 e^{\frac{V}{V_T}} e^{-\frac{x}{L_p}} \end{aligned}$$

3) Il campo elettrico è massimo in prossimità dell'estremo della regione di svuotamento. Infatti  $D_p < D_n$ , poichè le lacune hanno mobilità inferiore rispetto agli elettroni, quindi nell'ultima espressione il secondo termine si aggiunge al primo. Quindi il campo elettrico massimo si trova nella regione quasi-neutra  $n$ , per  $x = 0$  ( $x = x_n$ ).

**ESERCIZIO 2 (DE,DTE)** Un transistor  $n$ -MOS polysilicon gate ha  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $t_{ox} = 30 \text{ nm}$ ,  $\mu_n = 850 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ ,  $W = 2 \text{ }\mu\text{m}$  e  $L = 100 \text{ nm}$ . Viene polarizzato con  $V_{GS} = 3 \text{ V}$  e  $V_{DS} = 0.2 \text{ V}$  (regime lineare).

- 1) Per  $\varepsilon_C$  (campo elettrico critico)  $\rightarrow \infty$  determinare la carica fissa e la carica mobile TOTALE nel canale.[3]
- 2) Per  $\varepsilon_C \rightarrow \infty$  determinare il tempo di transito nel canale.[3]
- 3) Per  $\varepsilon_C = 10^6$  V/m determinare il tempo di transito nel canale e la corrente  $I_{DS}$ . [4]

## SOLUZIONE 2

- 1) Calcoliamo la tensione di soglia.

$$\begin{aligned}\psi_B &= V_T \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.347 \\ C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.15 \times 10^{-3} \quad \text{F/m}^2 \\ |\phi_{MS}| &= \frac{E_g}{2q} + \psi_B = 0.887 \quad \text{V} \\ V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B - |\phi_{MS}| = 0.23 \quad \text{V}\end{aligned}$$

In regime lineare abbiamo che la carica mobile (negativa) per unità di superficie è costante con  $y$  (direzione Source - Drain) e pari a (in valore assoluto):

$$\begin{aligned}Q_n &= C_{ox} (V_{GS} - V_{TH}) \\ Q_{n \text{ TOT}} &= Q_n L W = 6.37 \times 10^{-16} \quad \text{C}\end{aligned}$$

La carica fissa è dovuta alla regione di svuotamento  $W(2\psi_B)$ , e in prima approssimazione può essere considerata costante nell'area attiva  $WL$  (carica negativa, calcolata in valore assoluto):

$$\begin{aligned}Q_W &= \sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B} \\ Q_{W \text{ TOT}} &= Q_W L W = 9.7 \times 10^{-17} \quad \text{C}\end{aligned}$$

- 2) In regime lineare, il campo elettrico è costante lungo il canale e pari a  $\varepsilon(x) = V_{DS}/L = 2$  MV/m. Quindi la velocità di drift è costante con  $x$  e pari a (in valore assoluto, gli elettroni vanno dal Source al Drain):

$$v_{drift} = \mu_n \varepsilon = 170 \quad \text{km/s}$$

Da questo è immediato calcolare il tempo di transito  $\tau_t$ :

$$\tau_t = \frac{L}{v_{drift}} = 5.9 \times 10^{-13} \quad \text{s}$$

Un modo alternativo di procedere è quello di calcolare la corrente  $I_{DS}$  e porla uguale alla carica mobile totale nel canale diviso il tempo di transito:

$$\begin{aligned} I_{DS} &= \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{TH}) V_{DS} = \frac{Q_n \text{TOT}}{\tau_t} \\ \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{TH}) V_{DS} &= \frac{C_{ox} (V_{GS} - V_{TH})}{\tau_t} \\ \tau_t &= \frac{L^2}{\mu_n V_{DS}} = \frac{L}{\mu_n \frac{V_{DS}}{L}} = \frac{L}{\mu_n \varepsilon} = \frac{L}{v_{drift}} \end{aligned}$$

3) Se il campo elettrico critico è pari a  $10^6$  V/m, il transistor è in saturazione perchè gli elettroni hanno raggiunto la velocità critica  $v_{critica} = \mu_n \varepsilon_C = 85$  km/s. La carica mobile nel canale è la stessa dei punti precedenti. Possiamo procedere in due modi: 1) si calcola  $I_{DS}$  con la formula della saturazione della velocità; 2) si calcola il tempo di transito e poi la corrente come  $I_{DS} = Q_n / \tau_t$ . Per la seconda strada, non serve ricordarsi la formula della corrente in caso di saturazione di velocità.

$$\begin{aligned} \tau_t &= \frac{L}{v_{critica}} = 1.2 \times 10^{-12} \quad \text{s} \\ I_{DS} &= \frac{Q_n \text{TOT}}{\tau_t} = 0.54 \quad \text{mA} \end{aligned}$$

### ESERCIZIO 3 (DTE) ESERCIZIO 3 (DTE)

1) Descrivere il processo di impiantazione ionica, specificando i vari parametri. Disegnare almeno due profili tipici di impiantazione, per diverse energie degli ioni. Cos'è il channeling e come si evita? [5]

2) Descrivere un processo di impiantazione ionica attraverso uno strato di ossido sottile (strato amorfo). [5]

### SOLUZIONE 3

1) e 2) Si rimanda alla dispensa del Prof. Diligenti per una descrizione completa del processo di impiantazione ionica.

**ESERCIZIO 4 (DE) ESERCIZIO 4 (DE)** Una misura CV ha permesso di caratterizzare i condensatori  $n$ -MOS (polysilicon gate) dei transistori  $M_1$  e  $M_2$ : la capacità massima per unità di superficie è risultata pari a  $1.5 \times 10^{-3} \text{ F/m}^2$ , mentre la capacità minima è stata misurata per una tensione pari a 1.5 V (substrato drogato  $p$ ,  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\mu_n = 800 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ ).

1) Determinare lo spessore dell'ossido e la carica parassita all'interfaccia ossido-silicio.[3]

2) Con riferimento al circuito in figura, il transistore bipolare ha  $\beta_f \text{ minimo} = 300$ , e  $W_1/L_1 = 4$ . Determinare  $W_2/L_2$  in maniera tale che  $V_{DS1} = 7 \text{ V}$ . Determinare inoltre il punto di riposo dei transistori.[5]

3) Determinare il valore limite di  $V_{C1}$  che permette di polarizzare correttamente  $M_2$  (modificando opportunamente  $W_2/L_2$ ). [2]

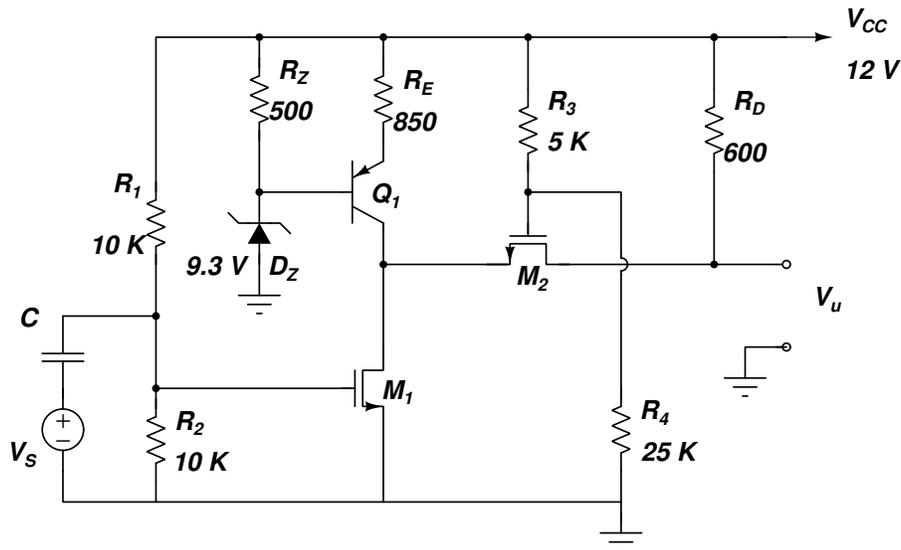


Figura 2: circuito

SOLUZIONE 4

1) Il massimo della curva  $C - V$  è pari a  $C_{ox} = \epsilon_{ox}/t_{ox}$ , quindi avremo:

$$t_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{C_{ox}} = 23 \quad \text{nm}$$

Il minimo della curva  $C - V$  si ha per  $V_{GS} = V_{TH}$ , quindi avremo  $V_{TH} = 1.5$  V.

$$\begin{aligned} \psi_B &= V_T \ln \frac{N_A}{n_i} = 0.347 \\ |\phi_{MS}| &= \frac{E_g}{2q} + \psi_B = 0.887 \quad \text{V} \\ V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B - |\phi_{MS}| - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}} \\ 1.5 &= 0.130 - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}} \\ Q_{ox} &= 0.130 - 1.5C_{ox} = -2.05 \times 10^{-3} \quad \text{C/m}^2 \end{aligned}$$

2) Calcoliamo le tensioni dei due gates:

$$\begin{aligned} V_{GS1} &= V_{CC} \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 6 \quad \text{V} \\ V_{GS2} &= V_{CC} \frac{R_4}{R_3 + R_4} = 10 \quad \text{V} \end{aligned}$$

Quindi avremo  $I_{DS1} = \frac{\mu_n C_{ox} W_1}{2 L_1} (V_{GS1} - V_{TH})^2 = 4.86$  mA. Il transistor  $Q_1$  agisce come generatore di corrente con  $I_E = (V_{CC} - V_E)/R_E = (V_{CC} - V_Z + V_\gamma)/R_E = 2.35$  mA, quindi  $I_{DS2} = 2.51$  mA. Se  $V_{DS1} = 7$  V allora  $V_{S2} \equiv V_{D1} = 7$  V e  $V_{GS2} = 10 - 7 = 3$  V. Avremo dunque:

$$\begin{aligned} I_{DS2} &= \frac{\mu_n C_{ox} W_2}{2 L_2} (V_{GS2} - V_{TH})^2 = 2.51 \times 10^{-3} \\ \frac{W_2}{L_2} &= 19 \end{aligned}$$

La tensione di uscita vale  $V_u = V_{D2} = V_{CC} - R_D I_{DS2} = 10.49$  V. Riassumendo avremo:

$$I_{C1} \simeq I_{E1} = 2.35 \quad \text{mA}$$

$$\begin{aligned}
I_{B1 \max} &= \frac{I_{C1}}{\beta_{fmin}} = 17 \quad \mu\text{A} \\
V_{EB1} &\simeq V_{\gamma} = 0.7 \quad \text{V} \\
V_{EC1} &= 10 - 7 = 3 \quad \text{V}
\end{aligned}$$

Quindi  $Q_1$  è correttamente polarizzato. Inoltre, la corrente di base è molto piccola, trascurabile rispetto a quella dello zener, pari a  $I_Z = (V_{CC} - V_Z)/R_Z = 5.4 \text{ mA} \gg I_{B1} = 17 \mu\text{A}$ . Per i MOS avremo:

$$\begin{aligned}
V_{GS1} &= 6 \quad \text{V} \\
V_{DS1} &= 7 \quad \text{V} \\
I_{DS1} &= 4.86 \quad \text{mA}
\end{aligned}$$

e quindi  $M_1$  lavora in saturazione poiché  $V_{DS1} > V_{DSSat} = V_{GS1} - V_{TH}$ .

$$\begin{aligned}
V_{GS2} &= 3 \quad \text{V} \\
V_{DS2} &= V_u - V_{S2} = V_u - V_{D1} = 10.49 - 7 = 3.49 \quad \text{V} \\
I_{DS2} &= 2.51 \quad \text{mA}
\end{aligned}$$

Anche  $M_2$  è in saturazione  $V_{DS2} = 3.49 > V_{DSSat} = V_{GS1} - V_{TH} = 1.5 \text{ V}$ .

3) Il valore limite di  $V_{C1}$  è semplicemente quello per cui  $V_{GS2} \equiv V_{GC1} > V_{TH}$  Quindi  $V_{C1 \max} = V_G - V_{TH} = 8.5 \text{ V}$ .