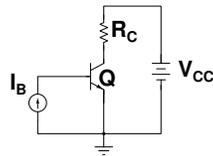


DE e DTE: PROVA SCRITTA DEL 8 Giugno 2015

ESERCIZIO 1 (DE,DTE) Il transistoro in figura è un n^+pn^+ con $N_{Abase} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $\tau_n = 1 \text{ }\mu\text{s}$, $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $S = 1\text{mm}^2$. La resistenza $R_C = 1 \text{ k}\Omega$, e $V_{CC} = 12 \text{ V}$. Per $I_B = 10 \text{ }\mu\text{A}$ è stata misurata $I_C = 5 \text{ mA}$. Trascurare l'ampiezza delle regioni di svuotamento per le giunzioni polarizzate in diretta.

- 1) Determinare i parametri β_f , α_f , la lunghezza effettiva di base e le tensioni ai terminali.[4]
- 2) Determinare la larghezza metallurgica di base, trascurando l'ampiezza delle regioni di svuotamento per le giunzioni polarizzate in diretta.[2]
- 3) La corrente di base viene portata a 1 mA . Facendo le approssimazioni usuali, determinare le tensioni ai terminali (a regime).[4]



ESERCIZIO 2 (DE,DTE) Un transistoro n -MOS viene fabbricato con il gate in polisilicio p^+ ($t_{ox} = 30 \text{ nm}$, $W = L = 5 \text{ }\mu\text{m}$, $N_A = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$). Il source non è cortocircuitato con il substrato: $V_{SBulk} = 2 \text{ V}$.

- 1) Determinare la tensione di soglia.[2]
- 2) Per $V_{DS} = 0 \text{ V}$ e $V_{GS} = 0 \text{ V}$ determinare la carica fissa e mobile nel canale (calcolare la caduta di tensione nel silicio, sotto il gate). Determinare inoltre il campo elettrico nell'ossido.[4]
- 3) Per $V_{DS} = -2 \text{ V}$ e $V_{GS} = 5 \text{ V}$ determinare la corrente I_{DS} (SUGGERIMENTO: calcolare la tensione Drain-Bulk; valutare la tensione di soglia rispetto al Drain $V_{GD \text{ inv}}$).[4]

ESERCIZIO 3 (DTE)

- 1) Descrivere processo di fabbricazione di una cella solare n^+p . [5]
- 2) Si ricavi l'espressione della corrente di una cella solare (in caso di illuminazione uniforme). Si disegni il circuito equivalente, la caratteristica $I - V$, e si grafichi la retta di massima potenza utilizzata. [5]

ESERCIZIO 4 (DE) Nel circuito in figura, i transistori bipolari Q_1 e Q_2 hanno $\beta_{f \min} = 300$. Il transistoro n -MOS è caratterizzato da: $\mu_n = 760 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $V_{TH} = 1 \text{ V}$, $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $t_{ox} = 30 \text{ nm}$.

- 1) Determinare Φ_{MS} del transistoro MOS.[2]
- 2) Con il tasto T aperto, determinare il punto di riposo dei transistori e W/L del transistoro MOS in maniera tale da avere $V_U = 5 \text{ V}$. (NOTA: $V_{BE2} \simeq V_\gamma = 0.7 \text{ V}$).[4]
- 3) Cosa succede se il tasto T viene chiuso? I transistori sono tutti polarizzati? Determinare il nuovo punto di riposo dei transistori e la tensione di uscita.[4]

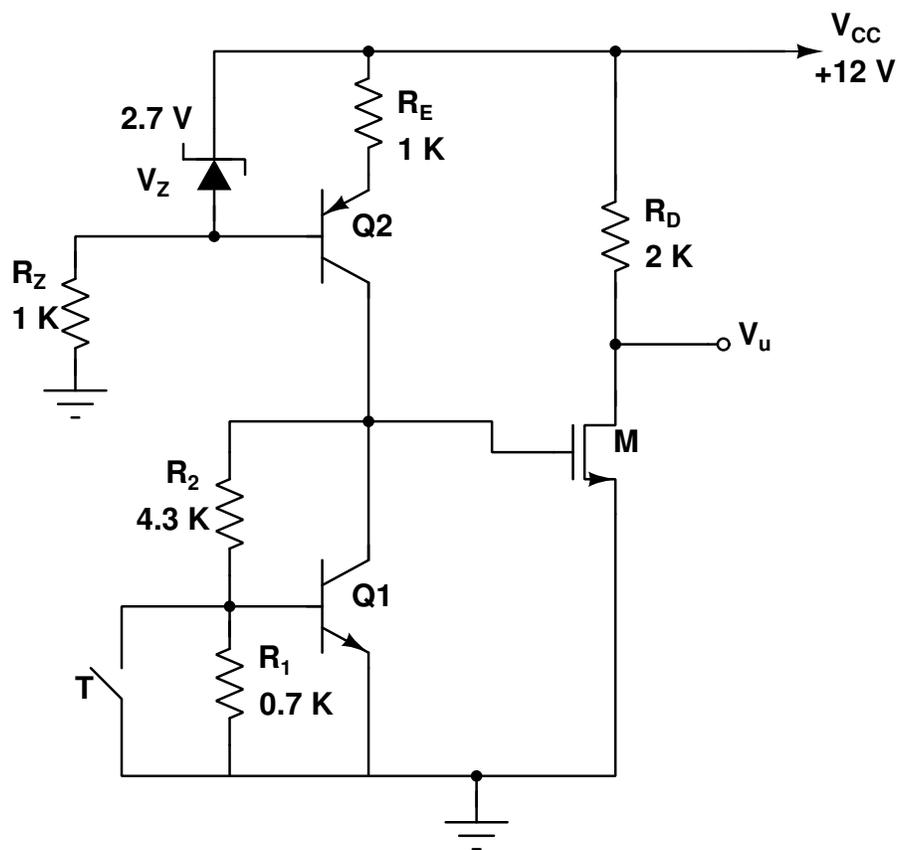
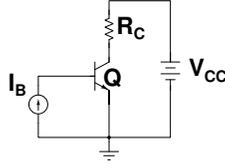


Figura 1: circuito



ESERCIZIO 1 (DE,DTE) Il transistor in figura è un n^+pn^+ con $N_{Abase} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $\tau_n = 1 \text{ }\mu\text{s}$, $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $S = 1\text{mm}^2$. La resistenza $R_C = 1 \text{ k}\Omega$, e $V_{CC} = 12 \text{ V}$. Per $I_B = 10 \text{ }\mu\text{A}$ è stata misurata $I_C = 5 \text{ mA}$. Trascurare l'ampiezza delle regioni di svuotamento per le giunzioni polarizzate in diretta.

- 1) Determinare i parametri β_f , α_f , la lunghezza effettiva di base e le tensioni ai terminali.[4]
- 2) Determinare la larghezza metallurgica di base, trascurando l'ampiezza delle regioni di svuotamento per le giunzioni polarizzate in diretta.[2]
- 3) La corrente di base viene portata a 1 mA. Facendo le approssimazioni usuali, determinare le tensioni ai terminali (a regime).[4]

SOLUZIONE 1

- 1) Calcoliamo immediatamente:

$$\beta_f = \frac{I_C}{I_B} = 500$$

$$\alpha_f = \frac{\beta_f}{\beta_f + 1} = 0.988004$$

Sapendo che $\gamma_E = 1$, e quindi $\alpha_f \simeq \alpha_T$ ($W = W_{eff}$):

$$\alpha_T = \frac{1}{1 + \frac{W^2}{2L_n^2}}$$

$$W = L_n \sqrt{2 \frac{1 - \alpha_T}{\alpha_T}}$$

$$D_n = V_T \mu_n = 2.59 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = 50.89 \text{ }\mu\text{m}$$

$$W = 3.25 \text{ }\mu\text{m}$$

Per il calcolo delle tensioni ai terminali facciamo riferimento al modello a controllo di carica:

$$\begin{aligned}
 I_B &= Q\tau_n \\
 Q &= \tau_n I_B = qS \frac{n_i^2}{N_A} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) \frac{W}{2} \\
 V_{BE} &= V_T \ln \left(\frac{2I_B \tau_n}{qS \frac{n_i^2}{N_A} W} + 1 \right) = 0.55 \quad \text{V}
 \end{aligned}$$

Dal circuito determiniamo $V_{CE} = V_{CC} - R_C I_C = 7 \text{ V}$ e quindi $V_{CB} = 6.45 \text{ V}$.

2) Poichè il collettore è fortemente drogato avremo:

$$\begin{aligned}
 x_{BC} &= W_{BC} = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A} (V_{oCB} + V_{CB})} \\
 V_{oCB} &= \frac{E_g}{q} - \frac{E_f - E_{Vbase}}{q} = 1.08 - V_T \ln \left(\frac{N_V}{N_A} \right) = 0.901 \quad \text{V} \\
 X_{BC} &= 0.983 \quad \mu\text{m}
 \end{aligned}$$

e quindi:

$$W_{met} = W_{eff} + X_{BC} = 4.23 \quad \mu\text{m}$$

3) Il transistor è evidentemente in saturazione ($1 \text{ mA} \times \beta_f = 500 \text{ mA}$). Quindi abbiamo che, per tempi molto lunghi, $I_C \simeq V_{CC}/R_C = 12 \text{ mA}$. Entrambe le giunzioni sono polarizzate in diretta e quindi $W = W_{met}$ poichè trascuriamo le ampiezze delle regioni di svuotamento delle due giunzioni. Possiamo scrivere ($n_0 = \frac{n_i^2}{N_A}$):

$$\begin{aligned}
 n_0 \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) &= A \\
 n_0 \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right) &= B
 \end{aligned}$$

La corrente I_C può essere messa in relazione con gli eccessi di portatori minoritari agli estremi della base, mentre la corrente I_B può essere scritta

con il modello a controllo di carica: ($W = W_{eff}$), la corrente

$$I_C = qD_n S \frac{A - B}{W}$$

$$I_B = \frac{Q}{\tau_n} = qS \frac{A + B}{2} \frac{W}{\tau_n}$$

e quindi:

$$A - B = 1.22 \times 10^{20}$$

$$A + B = 2.95 \times 10^{21}$$

Risolvendo:

$$A = 1.53 \times 10^{21}$$

$$B = 1.41 \times 10^{20}$$

$$V_{BE} = V_T \ln \left(\frac{A}{\frac{n_i^2}{N_A}} + 1 \right) = 0.646 \quad \text{V}$$

$$V_{BC} = V_T \ln \left(\frac{B}{\frac{n_i^2}{N_A}} + 1 \right) = 0.584 \quad \text{V}$$

ESERCIZIO 2 (DE,DTE) Un transistor n -MOS viene fabbricato con il gate in polisilicio p^+ ($t_{ox} = 30 \text{ nm}$, $W = L = 5 \text{ }\mu\text{m}$, $N_A = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$). Il source non è cortocircuitato con il substrato: $V_{SBulk} = 2 \text{ V}$.

- 1) Determinare la tensione di soglia.[2]
- 2) Per $V_{DS} = 0 \text{ V}$ e $V_{GS} = 0 \text{ V}$ determinare la carica fissa e mobile nel canale (calcolare la caduta di tensione nel silicio, sotto il gate). Determinare inoltre il campo elettrico nell'ossido.[4]
- 3) Per $V_{DS} = -2 \text{ V}$ e $V_{GS} = 5 \text{ V}$ determinare la corrente I_{DS} (SUGGERIMENTO: calcolare la tensione Drain-Bulk; valutare la tensione di soglia rispetto al Drain $V_{GD \text{ inv}}$).[4]

SOLUZIONE 2

1) Come già detto in compiti precedenti, la tensione di soglia deve tener conto che il source non è a massa, quindi all'inversione $\psi_s = 2\psi_B + V_{SBulk}$. La tensione di soglia, nel transistor MOS, deve essere riferita al Source, cioè è la tensione Gate-Source tale che la concentrazione di portatori minoritari all'interfaccia è uguale alla concentrazione di portatori minoritari nel bulk. Calcoliamo dapprima la tensione V_{GBulk} che porta all'inversione:

$$\begin{aligned} C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.15 \times 10^{-3} \quad \text{F/m}^2 \\ \psi_B &= \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_A}{n_i} \right) = 0.329 \\ \phi_{MS} &= \frac{E_F - E_V}{q} = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_V}{N_A} \right) = 0.197 \quad \text{V} \\ V_{Si \text{ inv}} &= 2\psi_B + V_{SBulk} = 2.658 \\ V_{GBulk \text{ inv}} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_a V_{Si \text{ inv}}}}{C_{ox}} + V_{Si \text{ inv}} + \phi_{MS} = 3.437 \quad \text{V} \end{aligned}$$

Poichè la tensione di soglia è la tensione di inversione riferita al Source, avremo:

$$V_{TH} = V_G \text{ inv} - V_{SBulk} = 1.437 \quad \text{V} \quad (1)$$

Si poteva raggiungere lo stesso risultato applicando direttamente la formula della tensione di soglia in presenza di effetto body (vedi dispensa).

2) Se $V_{GS} = 0 \text{ V}$ questo significa che $V_{GBulk} = V_{SBulk} = 2 \text{ V}$. Poichè $V_{GS} < V_{TH}$ il condensatore MOS non è ancora all'inversione, per cui la carica mobile è praticamente 0 ($Q_n = 0$). Avremo dunque:

$$V_{GBulk} = 2 = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_a V_{Si}}}{C_{ox}} + V_{Si} + \phi_{MS} \quad (2)$$

Da questa equazione è possibile ricavare $V_{Si} = 1.383$ (unica soluzione possibile). Quindi:

$$\begin{aligned} Q_n &\simeq 0 \\ Q_W &= \sqrt{2\epsilon_s q N_a V_{Si}} = 4.83 \times 10^{-4} \quad \text{C/m}^2 \end{aligned}$$

Il campo elettrico nell'ossido si può calcolare semplicemente come la carica per unità di superficie diviso la costante dielettrica dell'ossido:

$$\epsilon_{ox} = \frac{Q_{Si}}{\epsilon_{ox}} = \frac{Q_W}{\epsilon_{ox}} = 14.0 \quad \text{MV/m} \quad (3)$$

3) Il Drain si trova allo stesso potenziale del substrato: $V_{DBulk} = V_{DS} - V_{SBulk} = 0$. Quindi la tensione di soglia riferita al Drain e' la tensione di soglia standard del transistore MOS, riferita al substrato:

$$V_{GD\ inv} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_a 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \phi_{MS} = 1.145 \quad \text{V} \quad (4)$$

A questo punto il Source si trova a 2 V, il Drain si trova a 0 V (rispetto al substrato), e semplicemente il transistore MOS funziona al contrario, con la corrente che va dal Source al Drain (elettroni dal Drain al Source). Avremo che $V_{GD} = V_{GS} - V_{DS} = 5 - (-2) = 7$ V e quindi il MOS e' in zona triodo:

$$I_{DS} = -\mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left[(V_{GD} - V_{GD\ inv}) V_{SD} - \frac{V_{SD}^2}{2} \right] = -1.12 \quad \text{mA} \quad (5)$$

ESERCIZIO 3 (DTE)

- 1) Descrivere processo di fabbricazione di una cella solare n^+p . [5]
- 2) Si ricavi l'espressione della corrente di una cella solare (in caso di illuminazione uniforme). Si disegni il circuito equivalente, la caratteristica $I - V$, e si grafichi la retta di massima potenza utilizzata. [5]

SOLUZIONE 3

- 1) Si rimanda alla dispensa per la descrizione del processo.
- 2) Si rimanda alla dispensa per la trattazione della cella solare, in cui viene riportato il calcolo ed i grafici in oggetto.

ESERCIZIO 4 (DE) Nel circuito in figura, i transistori bipolari Q_1 e Q_2 hanno $\beta_{f\ min} = 300$. Il transistore n -MOS è caratterizzato da: $\mu_n = 760$ cm^2/Vs , $V_{TH} = 1$ V, $N_A = 10^{16}$ cm^{-3} , $t_{ox} = 30$ nm.

- 1) Determinare Φ_{MS} del transistore MOS.[2]
- 2) Con il tasto T aperto, determinare il punto di riposo dei transistori e W/L del transistore MOS in maniera tale da avere $V_U = 5$ V. (NOTA: $V_{BE2} \simeq V_\gamma = 0.7$ V).[4]

3) Cosa succede se il tasto T viene chiuso? I transistori sono tutti polarizzati? Determinare il nuovo punto di riposo dei transistori e la tensione di uscita.[4]

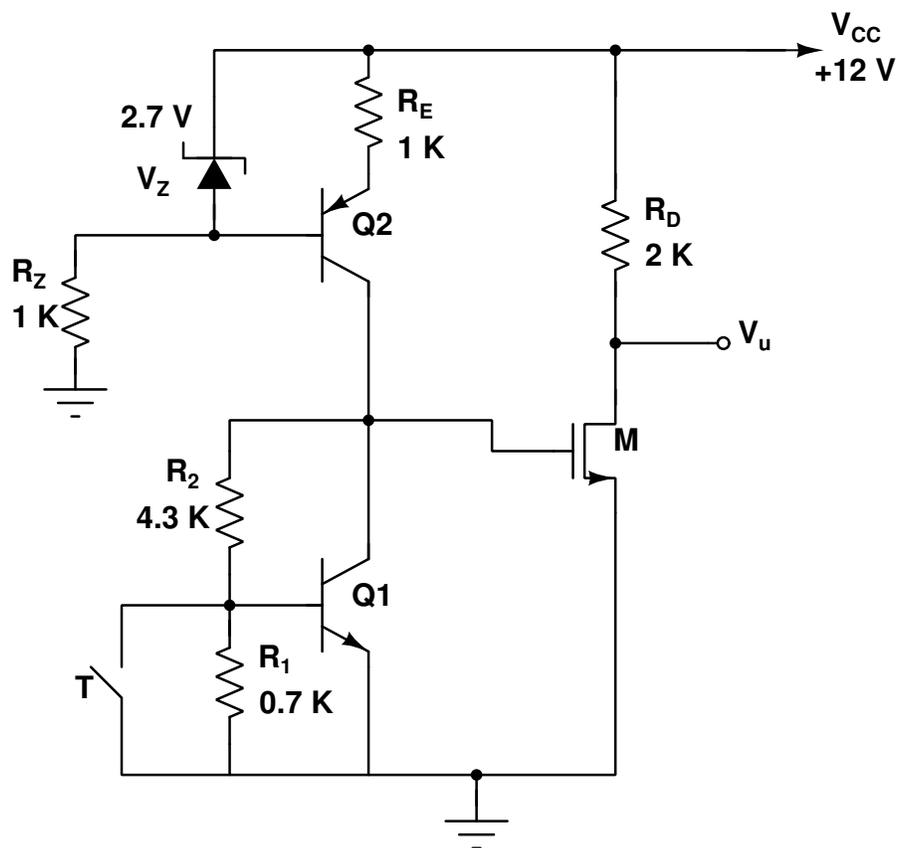


Figura 2: circuito

SOLUZIONE 4

1) Calcoliamo i parametri per la V_{TH} :

$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.15 \times 10^{-3} \quad \text{F/m}^2$$

$$\begin{aligned}\psi_B &= \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_A}{n_i} \right) = 0.347 \\ V_{TH} &= 1 \text{ V} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_a 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \phi_{MS} \\ 1 &= 1.115 + \Phi_{MS} \\ \Phi_{MS} &= -0.115 \text{ V}\end{aligned}$$

2) Dal circuito ricaviamo $V_{R_E} = 2 \text{ V}$, $I_{E1} \simeq I_{C2} = 2 \text{ mA}$. Poichè assumiamo $V_{BE1} = 0.7 \text{ V}$, avremo che:

$$V_{C1} = V_{C2} = V_{GS} = \frac{V_{BE1}}{R_1} (R_2 + R_1) = 5 \text{ V}$$

Poichè $V_U = V_{DS} = 5 \text{ V}$ abbiamo che $V_{GS} = V_{DS} > V_{GS} - V_{TH}$. Abbiamo anche che:

$$I_{DS} = \frac{V_{CC} - V_U}{R_D} = 3.5 \text{ mA}$$

e quindi:

$$\begin{aligned}I_{DS} &= \frac{\mu_n C_{ox} W}{2 L} (V_{GS} - V_{TH})^2 \\ \frac{W}{L} &= \frac{2I_{DS}}{\mu_n C_{ox} (V_{GS} - V_{TH})^2} = 5\end{aligned}$$

Quindi, riassumendo, per il transistor Q_2 avremo:

$$\begin{aligned}I_{C2} &\simeq I_{E2} = 2 \text{ mA} \\ V_{EB2} &\simeq V_\gamma = 0.7 \text{ V} \\ V_{EC2} &= V_{E2} - V_{C2} = 10 - 5 = 5 \text{ V}\end{aligned}$$

Per il transistor Q_1 avremo:

$$\begin{aligned}I_{C1} &\simeq I_{C2} - I_{R_1 R_2} = 2 - \frac{V_{C2}}{R_1 + R_2} = 1 \text{ mA} \\ I_{B1 \text{ max}} &= \frac{I_{C1}}{\beta_{fmin}} = 3.3 \text{ } \mu\text{A} \\ V_{BE1} &\simeq V_\gamma = 0.7 \text{ V} \\ V_{CE1} &= 5 \text{ V}\end{aligned}$$

E per il MOS avremo:

$$\begin{aligned}V_{GS} &= 5 \quad \text{V} \\V_{DS} &= 5 \quad \text{V} \\I_{DS} &= 3.5 \quad \text{mA}\end{aligned}$$

3) A tasto chiuso Q_1 non è più in conduzione, poichè $V_{BE1} = 0$. Allora avremo che tutta la corrente I_{C2} passa da R_2 verso massa. Quindi $V_{C2} = V_{GS} = 4.3 \times 2 = 8.6$ V. Il transistoro Q_2 rimane polarizzato, poichè $V_{EC2} = 10 - 8.6 = 1.4$ V. Il transistoro MOS non è più in saturazione, poichè $V_{DS} < V_{GS} - V_{TH}$. Quindi dobbiamo risolvere l'equazione della zona triodo:

$$\begin{aligned}I_{DS} &= \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left[(V_{GS} - V_{TH}) V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right] \\V_{DS} &= V_{CC} - I_{DS} R_D \\I_{DS} &= \frac{V_{CC} - V_{DS}}{R_D} \\ \frac{V_{CC} - V_{DS}}{R_D} &= \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left[(V_{GS} - V_{TH}) V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right]\end{aligned}$$

Risolvendo questa equazione otteniamo, come soluzione accettabile $V_{DS} = 1.74$ V, e quindi $I_{DS} = 5.12$ mA.