

DE e DTE: PROVA SCRITTA DEL 16 Settembre 2014

ESERCIZIO 1 (DE,DTE) Un transistor n^+pn ($N_A = N_D = 10^{16}$ cm^{-3} , $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\mu_p = 0.04 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$ s, $W = 3 \text{ }\mu\text{m}$, $S=1 \text{ mm}^2$), è polarizzato con $V_{BE} = 0.5$ V, $V_{CE} = 5$ V.

1) Determinare le correnti ai terminali (calcolare tutte le regioni di svuotamento), nonché i parametri α_f e β_f . [5]

2) Per un errore, il transistor viene montato con i terminali di emettitore e di collettore scambiati (collettore a “base lunga”). Determinare le correnti ai terminali ($V_{BC} = 0.5$ V, $V_{EC} = 5$ V). [5]

ESERCIZIO 2 (DE,DTE) Un transistor n -MOS con gate in polisilicio ($W = 4 \text{ }\mu\text{m}$, $L = 2 \text{ }\mu\text{m}$, mobilità nel canale $\mu_n = 0.08 \text{ m}^2/\text{Vs}$) è stato fabbricato con una struttura MOS, con carica nell'ossido (substrato p , $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}). Da una caratterizzazione $C - V$ è risultato che la capacità massima è pari a 1.73×10^{-3} F/ m^2 , mentre la capacità minima è stata misurata per una tensione pari a 1 V. Il transistor è polarizzato con $V_{GS} = 5$ V.

1) Per $V_{DS} = 0.1$ V (regime lineare) determinare I_{DS} , l'andamento del potenziale e del campo elettrico $\varepsilon(y)$ lungo y . Determinare inoltre il valore del campo elettrico $\varepsilon(x)$ all'interfaccia ossido-silicio, lungo x (Si può calcolare ε_{si} o ε_{ox}). [3]

2) Per $V_{DS} = 5$ V determinare I_{DS} considerando la lunghezza effettiva di canale (considerare la regione di svuotamento dovuta a V_{DP} tra drain e punto di strozzamento P). [3]

3) Si consideri l'espressione del potenziale $V(y)$ nel canale, per $0 \leq y \leq y_P$, e si ricavi una espressione per $Q_n(y)$. Si ricavi una espressione, dipendente da y , per il campo elettrico perpendicolare alla superficie, $\varepsilon(x)$, all'interfaccia ossido-silicio. [4]

ESERCIZIO 3 (DTE)

1) Descrivere i passi di processo necessari per la fabbricazione di una cella solare. [3]

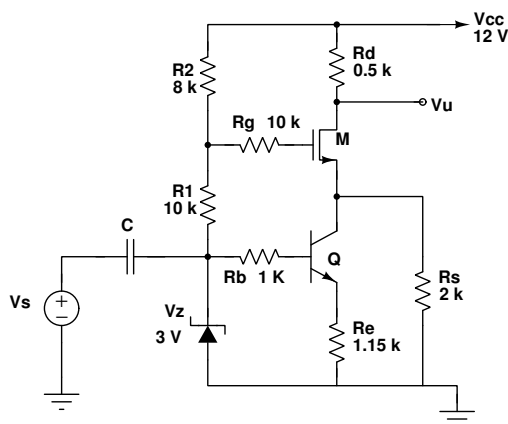
2) Derivare una espressione per la corrente nella cella solare, in presenza di una G_{op} nota. [4]

3) Disegnare il circuito equivalente e la caratteristica $I - V$ di una cella solare, determinando graficamente la condizione di carico per la massima potenza in uscita. [3]

ESERCIZIO 4 (DE) Nel circuito in figura, M è un transistor n -MOS con gate in metallo ($N_A = 10^{16}$ cm^{-3} , $\mu_n = 0.08 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $t_{ox} = 30$ nm, $W = 20$

μm , $L = 2 \mu\text{m}$). Il bipolare n^+pn ha un $\beta_f \text{ minimo} = 500$.

1) Scegliere il metallo per il gate del MOS (determinare la funzione di lavoro) in maniera tale che la tensione di soglia valga 1 V.[3]



2) Determinare le condizioni per cui le resistenze R_G sul gate del MOS e R_B sulla base del bipolare possono essere rimosse dal circuito (senza alterare il circuito stesso). Giustificare quantitativamente la risposta. [3]

3) Supponendo che le condizioni del punto (2) siano verificate (dimostrare), calcolare il punto di riposo dei transistori e le correnti nel circuito.[4]

ESERCIZIO 1 (DE,DTE) Un transistor n^+pn ($N_A = N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\mu_p = 0.04 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6} \text{ s}$, $W = 3 \mu\text{m}$, $S = 1 \text{ mm}^2$), è polarizzato con $V_{BE} = 0.5 \text{ V}$, $V_{CE} = 5 \text{ V}$.

1) Determinare le correnti ai terminali (calcolare tutte le regioni di svuotamento), nonché i parametri α_f e β_f . [5]

2) Per un errore, il transistor viene montato con i terminali di emettitore e di collettore scambiati (collettore a "base lunga"). Determinare le correnti ai terminali ($V_{BC} = 0.5 \text{ V}$, $V_{EC} = 5 \text{ V}$). [5]

SOLUZIONE 1

1) Calcoliamo i parametri:

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n = 2.59 \times 10^{-3}$$

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = 50.82 \quad \mu\text{m}$$

La giunzione base-emettitore è in diretta, poichè $V_{BE} > 0$, mentre la giunzione base-collettore è in inversa, e avremo $V_{CB} = V_{CE} - V_{BE} = 4.5 \text{ V}$. Calcoliamo l'ampiezza effettiva della base, determinando l'ampiezza di tutte le regioni di svuotamento.

$$V_{0BE} = \frac{E_g}{q} - \frac{E_F - E_{Vbase}}{q} = \frac{E_g}{q} - \frac{kT}{q} \ln \frac{N_V}{N_{Abase}} = 0.9 \text{ V}$$

$$X_{BE} = W_{BE} = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_{Abase}}} (V_0 - V_{BE}) = 0.23 \quad \mu\text{m}$$

$$V_{0BC} = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_{Abase} N_{Dcollettore}}{n_i^2} = 0.695 \text{ V}$$

$$X_{BC} = \frac{W_{BC}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left(\frac{1}{N_{Abase}} + \frac{1}{N_{Dcoll}} \right)} (V_0 + V_{CB}) = 0.58 \quad \mu\text{m}$$

Quindi la lunghezza effettiva della base risulta:

$$W_{eff} = W - X_{BE} - X_{BC} = 2.19 \quad \mu\text{m} \quad (1)$$

Possiamo calcolare $\alpha_f = \gamma \alpha_t$, poichè $\gamma = 1$, e β_f :

$$\alpha_f = \alpha_t = \frac{1}{1 + \frac{W^2}{2L_n^2}} = 0.9990723$$

$$\beta_f = \frac{\alpha_f}{1 - \alpha_f} = 1077$$

A questo punto calcoliamo la corrente di base. Possiamo usare il modello a controllo di carica:

$$Q_B = Sq \frac{n_i^2}{N_{Abase}} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \frac{W_{eff}}{2} = 9.56 \times 10^{-13} \text{ C}$$

$$I_B = \frac{Q_B}{\tau_n} = 0.95 \quad \mu\text{A}$$

Conseguentemente:

$$\begin{aligned} I_C &= \beta_f I_B = 1.03 \text{ mA} \\ I_E &= I_C + I_B \simeq I_C = 1.03 \text{ mA} \end{aligned}$$

2) In questo caso, il transistor lavora nella così detta zona attiva inversa. Bisogna rifare i conti tenendo conto del diverso drogaggio delle giunzioni per il calcolo delle regioni di svuotamento, e, soprattutto, bisogna calcolare l'efficienza di collettore γ_C , che in questa situazione funziona da emettitore (giunzione base-emettitore polarizzata in inversa). Avremo $V_{BC} = 0.5 \text{ V}$ e $V_{EB} = V_{EC} - V_{BC} = 4.5 \text{ V}$. Quindi:

$$\begin{aligned} X_{BE} &= W_{BE} = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_{Abase}} (V_0 + V_{EB})} = 0.84 \text{ } \mu\text{m} \\ X_{BC} &= \frac{W_{BC}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left(\frac{1}{N_{Abase}} + \frac{1}{N_{Dcoll}} \right) (V_0 - V_{BC})} = 0.11 \text{ } \mu\text{m} \end{aligned}$$

Quindi con questa polarizzazione la lunghezza effettiva della base risulta:

$$W_{eff} = W - X_{BE} - X_{BC} = 2.05 \text{ } \mu\text{m} \quad (2)$$

A questo punto possiamo calcolare α_t , che sarà simile al precedente:

$$\alpha_t = \frac{1}{1 + \frac{W^2}{2L_n^2}} = 0.999187 \quad (3)$$

Per il calcolo di α_r e β_r bisogna calcolare l'efficienza di collettore γ_C :

$$\begin{aligned} D_p &= \frac{kT}{q} \mu_p = 1.036 \times 10^{-3} \\ L_p &= \sqrt{D_p \tau_p} = 32.19 \text{ } \mu\text{m} \\ \gamma_C &= \frac{I_{C0n}}{I_{C0p} + I_{C0n}} \\ \gamma_C &= \frac{s \frac{D_n}{W} \frac{n_i^2}{N_A}}{s \frac{D_p}{L_p} \frac{n_i^2}{N_D} + s \frac{D_n}{W} \frac{n_i^2}{N_A}} = \frac{\frac{D_n}{W}}{\frac{D_p}{L_p} + \frac{D_n}{W}} = 0.975 \end{aligned}$$

Quindi avremo:

$$\begin{aligned} \alpha_r &= \gamma_C \alpha_t = 0.974366 \\ \beta_r &= \frac{\alpha_r}{1 - \alpha_r} = 38.01 \end{aligned}$$

Poichè la lunghezza effettiva di base è molto simile al caso precedente, la corrente di base, dovuta agli elettroni iniettati dal collettore, sarà praticamente la stessa:

$$Q_B = Sq \frac{n_i^2}{N_{Abase}} e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} \frac{W_{eff}}{2} = 9.64 \times 10^{-13} \text{ C}$$

$$I_{Bn} = \frac{Q_B}{\tau_n} = 0.94 \text{ } \mu\text{A}$$

In questo caso, per'ò, la corrente di base è dovuta sia all'iniezione di elettroni nella base che all'iniezione di lacune dalla base verso il collettore. Quindi la corrente di base totale si ottiene aggiungendo a I_{Bn} il contributo dovuto alle lacune iniettate verso il collettore:

$$I_{Bp} = qS \frac{D_p}{L_p} \frac{n_i^2}{N_{Dcoll}} e^{\frac{V_{CB}}{V_T}} = 28.08 \text{ } \mu\text{A}$$

$$I_B = I_{Bn} + I_{Bp} = 29 \text{ } \mu\text{A}$$

Le correnti di collettore e di emettitore sono dunque

$$I_E = \beta_r I_B = 1.1 \text{ mA}$$

$$I_C = I_E + I_B = 1.13 \text{ mA}$$

ESERCIZIO 2 (DE,DTE) Un transistoro n -MOS con gate in polisilicio ($W = 4 \text{ } \mu\text{m}$, $L = 2 \text{ } \mu\text{m}$, mobilità nel canale $\mu_n = 0.08 \text{ m}^2/\text{Vs}$) è stato fabbricato con una struttura MOS, con carica nell'ossido (substrato p , $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$). Da una caratterizzazione $C - V$ è risultato che la capacità massima è pari a $1.73 \times 10^{-3} \text{ F/m}^2$, mentre la capacità minima è stata misurata per una tensione pari a 1 V. Il transistoro è polarizzato con $V_{GS} = 5 \text{ V}$.

1) Per $V_{DS} = 0.1 \text{ V}$ (regime lineare) determinare I_{DS} , l'andamento del potenziale e del campo elettrico $\varepsilon(y)$ lungo y . Determinare inoltre il valore del campo elettrico $\varepsilon(x)$ all'interfaccia ossido-silicio, lungo x (Si può calcolare ε_{si} o ε_{ox}).[3]

2) Per $V_{DS} = 5 \text{ V}$ determinare I_{DS} considerando la lunghezza effettiva di canale (considerare la regione di svuotamento dovuta a V_{DP} tra drain e punto di strozzamento P).[3]

3) Si consideri l'espressione del potenziale $V(y)$ nel canale, per $0 \leq y \leq y_P$, e si ricavi una espressione per $Q_n(y)$. Si ricavi una espressione, dipendente

da y , per il campo elettrico perpendicolare alla superficie, $\epsilon(x)$, all'interfaccia ossido-silicio.[4]

SOLUZIONE 2

1) La tensione di soglia è pari a 1 V (minimo della curva $C - V$), non è richiesto di calcolare la carica nell'ossido e lo spessore dell'ossido, che peraltro è:

$$\begin{aligned} C_{ox} &= 1.73 \times 10^{-3} \quad \text{F/m}^2 \\ t_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{C_{ox}} = 20 \quad \text{m} \end{aligned}$$

In regime lineare, avremo che il campo elettrico è costante lungo y , e pari a:

$$\epsilon(y) = \frac{V_{DS}}{L} = 50 \quad \text{KV/m} \quad (4)$$

e il potenziale è lineare:

$$V(y) = \frac{V_{DS}}{L} y \quad (5)$$

Il campo elettrico all'interfaccia ossido-silicio si può calcolare considerando le cariche fissa e mobile (in valore assoluto):

$$\begin{aligned} \epsilon_{ox} &= \frac{V_{ox}}{t_{ox}} = \frac{Q_n + Q_W(2\psi_B)}{\epsilon_{ox}} \\ \psi_B &= \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_A}{n_i} \right) = 0.347 \\ Q_W(2\psi_B) &= \sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B} = 4.84 \times 10^{-4} \quad \text{C/m}^2 \\ Q_n &= C_{ox} (V_{GS} - V_{TH}) = 6.92 \times 10^{-3} \quad \text{C/m}^2 \\ \epsilon_{ox} &= \frac{V_{ox}}{t_{ox}} = \frac{Q_n + Q_W(2\psi_B)}{\epsilon_{ox}} = 214 \quad \text{MV/m} \end{aligned}$$

2) Per $V_{DS} = 5$ V il transistor è sicuramente in saturazione ($V_{DS} > V_{GS} - V_{TH}$). La tensione del punto P di strozzamento è pari a $V_{DSsat} =$

$V_{GS} - V_{TH} = 4$ V, per cui:

$$\begin{aligned} V_{0Dsubst} &= \frac{E_g}{2q} + \psi_B = 0.887 \quad \text{V} \\ W_{DP} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A} (V_{0Dsubst} + V_{DP})} = 0.5 \quad \mu\text{m} \\ I_{DS} &= \mu_n C_{ox} \frac{W}{2(L - W_{DP})} (V_{GS} - V_{TH})^2 = 3 \quad \text{mA} \end{aligned}$$

3) L'espressione del potenziale lungo y è (pag. 172 delle dispense):

$$V(y) = (V_{GS} - V_{TH}) \left(1 - \sqrt{1 - \frac{y}{L}} \right) \quad (6)$$

e quindi:

$$Q_n(y) = C_{ox} (V_{GS} - V(y) - V_{TH}) = C_{ox} (V_{GS} - V_{TH}) \sqrt{1 - \frac{y}{L}} \quad (7)$$

Procedendo come nel punto 1, il campo elettrico all'interfaccia ossido-silicio (lungo x) dipende dalla carica nel canale (funzione di y):

$$\begin{aligned} \epsilon_{ox} &= \frac{Q_n(y) + Q_W(2\psi_B)}{\epsilon_{ox}} \\ \epsilon_{ox} &= \frac{C_{ox} (V_{GS} - V_{TH}) \sqrt{1 - \frac{y}{L}} + Q_W(2\psi_B)}{\epsilon_{ox}} \end{aligned}$$

ESERCIZIO 3 (DTE)

1) Descrivere i passi di processo necessari per la fabbricazione di una cella solare. [3]

2) Derivare una espressione per la corrente nella cella solare, in presenza di una G_{op} nota. [4]

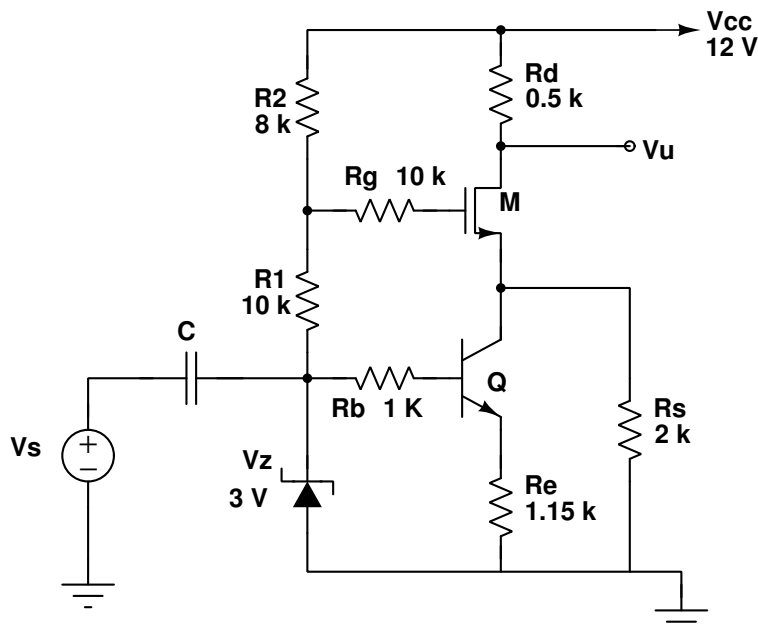
3) Disegnare il circuito equivalente e la caratteristica $I - V$ di una cella solare, determinando graficamente la condizione di carico per la massima potenza in uscita.[3]

SOLUZIONE 3

Si rimanda alla dispensa per la trattazione completa della cella solare, compresa una sezione del dispositivo, da cui è immediato ricavare i passi di processo.

ESERCIZIO 4 (DE) Nel circuito in figura, M è un transistore n -MOS con gate in metallo ($N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_n = 0.08 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $t_{ox} = 30 \text{ nm}$, $W = 20 \mu\text{m}$, $L = 2 \mu\text{m}$). Il bipolare n^+pn ha un $\beta_f \text{ minimo} = 500$.

1) Scegliere il metallo per il gate del MOS (determinare la funzione di lavoro) in maniera tale che la tensione di soglia valga 1 V . [3]



2) Determinare le condizioni per cui le resistenze R_G sul gate del MOS e R_B sulla base del bipolare possono essere rimosse dal circuito (senza alterare il circuito stesso). Giustificare quantitativamente la risposta. [3]

3) Supponendo che le condizioni del punto (2) siano verificate (dimostrare), calcolare il punto di riposo dei transistori e le correnti nel circuito. [4]

SOLUZIONE 4

1) Per il MOS avremo:

$$\begin{aligned}
 V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS} \\
 C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.15 \times 10^{-3} \quad \text{F/m}^2 \\
 \psi_B &= V_T \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right) = 0.347 \quad \text{V} \\
 \Phi_S &= \chi + \frac{E_g}{2q} + \psi_B = 4.987 \quad \text{V} \\
 \Phi_{MS} &= V_{TH} - \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B = 0.11 \quad \text{V} \\
 \Phi_M &= \Phi_{MS} + \Phi_S = 4.87 \quad \text{V}
 \end{aligned}$$

2) L'effetto di R_B è determinante se la caduta di tensione è molto più grande di V_γ . 0.7 V è infatti un valore approssimato, se in serie c'è un errore più piccolo di 0.07 V il circuito può considerarsi invariato. Quindi se $I_B < 0.07/R_B = 70 \mu\text{A}$ l'effetto di R_G pu'ò essere trascurato. Per quanto riguarda R_G , la corrente di gate è dell'ordine dei pA, quindi la caduta di tensione ai suoi capi è inferiore al microvolt e può essere trascurata nel calcolo di V_{GS} .

3) Avremo $V_B = 3 \text{ V}$ e $V_G = (12 - 3)R_1/(R_1 + R_2) + 3 = 8$. Per il bipolare possiamo trascurare la caduta di tensione su R_B : se la corrente di base è di $100 \mu\text{A}$, la caduta è pari a 0.1 V, che si può trascurare vista l'approssimazione con cui consideriamo V_γ . Avremo dunque:

$$\begin{aligned}
 V_E &= 3 - 0.7 = 2.3 \quad \text{V} \\
 I_E &\simeq I_C = \frac{2.7}{1.15} = 2 \quad \text{mA} \\
 I_{Bmax} &= \frac{I_E}{\beta_{f \text{ minimo}}} = 4 \quad \mu\text{A}
 \end{aligned}$$

Quindi l'ipotesi del punto 2, che cioè R_B possa essere trascurata, è ampiamente verificata. Anche il partitore pesante ($I_B \ll 9/R_1 + R_2 = 500 \mu\text{A}$) è verificato. Per il transistor MOS, supponendolo in saturazione, possiamo scrivere l'equazione:

$$2 \text{ mA} + \frac{V_S}{R_S} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{2L} (V_G - V_{TH} - V_S)^2 \quad (8)$$

Risolvendo avremo $V_S = V_C = 4$ V, da cui avremo $I_S = 2 + \frac{V_S}{R_S} = 4$ mA, $V_D = V_{CC} - R_D I_S = 10$ V. Quindi, riassumendo:

$$\begin{aligned}I_{DS} &= 4 \quad \text{mA} \\V_{GS} &= V_G - V_S = 8 - 4 = 4 \quad \text{V} \\V_{DS} &= 10.0 - 4.0 = 6.0 \quad \text{V}\end{aligned}$$

Da cui il MOS risulta in saturazione ($V_{DS} = 6$ V $>$ $V_{GS} - V_{TH} = 3$ V). Per il bipolare avremo:

$$\begin{aligned}I_C &\simeq I_E = 2 \quad \text{mA} \\I_{B \max} &= \frac{I_C}{\beta_{fmin}} = 4 \quad \mu\text{A} \\V_{BE} &\simeq V_\gamma = 0.7 \quad \text{V} \\V_{CE} &= V_S - V_E = 4 - 2.7 = 1.3 \quad \text{V}\end{aligned}$$

Quindi $V_{CE} > 0.7$ V, il transistoro risulta correttamente polarizzato.